

La topología de redes como herramienta de seguimiento en el Sistema de Pagos de Alto Valor en Colombia[⊗]

Freddy Hernán Cepeda López ^ψ

Departamento de Servicios Electrónicos y Pagos
Subgerencia de Operación Bancaria
Banco de la República

Resumen

Las transferencias de fondos que se realizan entre los participantes en un sistema de pagos conforman redes de valor que, por su naturaleza, están expuestas a riesgos financieros de diverso género y, en particular, al potencial de riesgo sistémico.

La incidencia que ello tendría sobre la estabilidad financiera, la transmisión de la política monetaria y la actividad económica son algunas de las razones que explican el interés de los Bancos Centrales por promover los objetivos de seguridad y eficiencia en los sistemas de pago.

Los aportes de la física estadística en el análisis de redes complejas han permitido reconocer la estrecha relación existente entre la estructura, el funcionamiento de la red y su estabilidad.

Soportado en esta rama de la física, este documento constituye una primera aplicación de la topología de redes al análisis de la red de valor que se conforma entre los participantes del Sistema de Pagos de Alto Valor CUD de Colombia.

La identificación de la topología y de las propiedades de ésta red, junto con la cuantificación del impacto de algunos choques simulados sobre la estabilidad y el valor liquidado en la red, son los objetivos principales que persigue esta investigación.

Se concluye que las eventuales perturbaciones simuladas tienen un efecto significativo sobre el flujo normal de los pagos, tanto por el resquebrajamiento de la infraestructura de pagos como por los problemas de coordinación que se derivan entre sus participantes.

Con base en tales resultados es posible sugerir una serie de políticas encaminadas a garantizar el flujo normal de los pagos, ya sea mediante acciones preventivas que reduzcan la probabilidad de ocurrencia de interrupciones en el sistema o correctivas que permitan, ante la eventual realización de estas interrupciones, la pronta recuperación de la estabilidad de la red de pagos.

Clasificación JEL: E59, E58, G1

Palabras Clave: redes, topología, interbancario, pagos, riesgo sistémico, CUD, Colombia

[⊗] Las ideas y opiniones expresadas en este documento son responsabilidad del autor. Se agradece el apoyo, la colaboración y los valiosos comentarios de Joaquín Bernal y German Camacho.

^ψ Profesional experto del Departamento de Servicios Electrónicos y Pagos. fcepedlo@banrep.gov.co

I. Introducción

El Comité de Sistema de Pagos del Banco de Pagos Internacionales¹ (2001), CPSS-BIS por sus siglas en inglés, define el sistema de pagos como "... el conjunto de instrumentos, procedimientos y normas para la transferencia de fondos entre los participantes del sistema. Esto suele implicar que existe un acuerdo entre un grupo definido de participantes en el sistema y el operador del mismo, y que la transferencia de fondos se realiza utilizando una infraestructura técnica acordada de antemano"

Es claro, pues, que los sistemas de pago (SP), al estar basados en la interacción entre sus participantes conforman redes, que por su naturaleza, están expuestas a riesgos financieros de diverso género, entre los cuales es objeto de particular preocupación el potencial de riesgo sistémico. Este último tiene lugar cuando, ante la ocurrencia de una falla o problema en uno de los participantes, se desencadena un efecto ampliado que pone en riesgo a los demás participantes en la red y al sistema en general.

La incidencia que ello tendría sobre la estabilidad financiera, la transmisión de la política monetaria y de la actividad económica son algunas de las razones que explican el interés de los Bancos Centrales (BC) por promover los objetivos de seguridad y eficiencia en los sistemas de pago.

La apreciación de los sistemas de pagos como redes de transferencias de valor ha guiado una amplia gama de investigaciones. Entre ellas se destaca la aplicación novedosa que la física estadística², a través de la Topología de Redes, ha hecho en el análisis de las redes complejas. En esta línea metodológica resaltan los trabajos relativamente recientes que sobre las redes conformadas en los sistemas de pagos de alto valor han hecho Ianoka et al (2004) para el BOJ-Net de Japón y Soramäki et al (2006) y Bech y Garratt (2006) para el Fedwire Funds Service³.

Las posibilidades analíticas que brinda la Topología de Redes para el estudio de redes son variadas, y van desde la identificación del tipo y propiedades de la red, hasta el análisis de impacto de choques simulados, con el propósito de cuantificar en alguna medida los riesgos inherentes a su operación y diseñar propuestas de política para mitigarlos.

La utilidad de identificar la estructura y el mecanismo de contagio particular a cada red de transferencias de pagos es que permite reconocer propiedades que siendo intrínsecas a su tipología, permiten sugerir acciones y enfocar esfuerzos que propendan por su estabilidad.

El presente documento constituye una aplicación pionera de la Topología de redes en el análisis de la red de transferencia de pagos, conformada en el Sistema de Pagos de alto valor (denominado "Sistema de Cuentas de Depósito", CUD) del Banco de la República de Colombia –BRC-.

Para tal fin éste documento se compone de seis secciones adicionales a esta introducción. En la segunda sección se presentan los fundamentos conceptuales básicos de la aplicación del enfoque de análisis de redes a la función de seguimiento

¹ Principios Básicos para los sistemas de pago de importancia sistémica - CPSS Publications No 43 - enero 2001

² Las aplicaciones de esta rama de la física, se han concentrado mayoritariamente en el análisis de las redes complejas conformadas, entre otras, por los sistemas sociales, biológicos, redes de colaboración científica, red aeroportuaria mundial, la Internet, y la World-Wide Web.

³ Aunque no corresponden a las redes de pagos interbancarios de alto valor, también se cuenta en esta línea con dos investigaciones, dirigidas a estudiar en Austria, la estructura de red del mercado interbancario e incluidas en los Reportes de Estabilidad Financiera números 7 y 11. "An empirical analysis of the Network Structure of the Austrian InterBankMarket" de Boss, Elsinger, Summer y Turner (junio 2004) y "Systemic Risk Monitor: A model for Systemic Risk Analysis and Stress Testing of Banking Systems" de Boss, Kren, Pühr y Summer. (junio 2006).

del sistema de pagos. En la sección tercera se dimensiona la magnitud del sistema de pagos de alto valor CUD en Colombia, a la luz de algunos indicadores de actividad. Con el fin de identificar la topología de la red que se conforma de las transferencias de pago en el CUD, la cuarta sección, en línea con el documento de Soromäki et al. (2006), presenta el marco conceptual necesario para entender el análisis que aquí se desarrolla e interpretar las estimaciones de algunos estadísticos propios de las redes, Con base en el seguimiento de algunas estimaciones de estadísticas de redes, en la quinta sección se analiza la evolución de la red desde marzo de 2006 hasta junio de 2007. En la sexta se desarrollan tres ejercicios de simulación, que emplean como herramienta la Topología de Redes, para evaluar el impacto que sobre la estabilidad y el valor liquidado de la red de pagos interbancarios se ejerce, al someterla a choques sobre algunos de sus participantes. La séptima sección, sustentada en los resultados obtenidos, presenta algunas conclusiones y recomendaciones, que ponen de presente como este novedoso tipo de análisis constituye una herramienta útil para identificar elementos críticos de monitoreo y seguimiento, en aras de alcanzar el objetivo seguridad y eficiencia en los sistemas de pago.

II. El enfoque de redes en los sistemas de pago y la función de Seguimiento de los BCs

Las transferencias de pago que se realizan entre los participantes en un sistema de pagos conforman redes, que por su naturaleza, están expuestas a riesgos financieros de diverso género, entre los cuales es objeto de particular preocupación el potencial de riesgo sistémico. Este último tiene lugar cuando, ante la ocurrencia de una falla o problema en uno de los participantes, se desencadena un efecto ampliado que pone en riesgo a los demás participantes en la red y al sistema en general.

El CPSS-BIS (2005) considera que la presencia de externalidades negativas, externalidades de redes y los problemas que éstas inducen en la coordinación de las redes de transferencia de valor, son algunas de las poderosas razones que explican el interés de los BCs en la labor de seguimiento.

De forma que cuando los participantes del sistema no asumen la totalidad de los costos de sus acciones (externalidades negativas) y éstas afectan a los demás participantes (externalidades de redes), se pueden generar consecuencias sobre otros que amenazan la estabilidad de la red en su conjunto (problemas de coordinación).

Es por esto que el interés de los BCs en las redes de valor que conforman los sistemas de pago se sustenta, primero, en que la existencia de riesgo sistémico podría, ante la presencia de una falla, desencadenar un efecto ampliado que comprometa la estabilidad del sistema financiero y de la actividad económica; y segunda que ante una eventual crisis, los BCs sean presionados a dar apoyo a algunos participantes o al sistema en su conjunto con el fin de garantizar el normal funcionamiento de los pagos en la economía⁴.

El mismo CPSS-BIS (2005) hace recomendaciones acerca de que el diseño y operación de los sistemas de pago debe estar dirigido a minimizar la probabilidad de que las dificultades financieras u operativas que experimente un participante tengan un efecto ampliado a través de la red de conexiones sobre los demás participantes

⁴ Tal es el caso de la FED, que tras la interrupción de gran escala que enfrentó su sistema de pagos de alto valor Fedwire en Septiembre de 2001, ha diseñado un conjunto de sanas prácticas con el fin de garantizar la pronta recuperación de los sistemas de pago. Dentro de las sanas prácticas implementadas incorporadas por el FED están i) La identificación de actividades críticas (básicas y significativas); ii) Determinación de los objetivos de reanudación/recuperación; iii) Mantenimiento de recursos con la dispersión geográfica suficiente para enfrentar choques de amplia escala y iv) Empleo rutinario de test de escenarios de interrupciones de amplia escala.

(riesgo sistémico), esto es mantener la estabilidad de la red. De forma que lograr la estabilidad de los sistemas a través de mecanismos mitigadores de riesgos, es una condición necesaria para alcanzar los objetivos de seguridad y eficiencia en los sistemas de pago.

En pro de contribuir a la estabilidad financiera y con el fin de alcanzar los objetivos fundamentales en la función de seguimiento en los sistemas de pago, el CPSS-BIS (2005) incluye, como mecanismos claves las áreas de medición, control y reducción de riesgos, capacidad de recuperación y continuidad del negocio.

En los esquemas de seguimiento de los sistemas de pago adoptados por los BCs, la tarea de monitoreo es un componente fundamental cuando se trata de medir, controlar y reducir el potencial riesgo sistémico en las redes de infraestructura tecnológica, de comunicaciones y de transferencia de pagos interbancarios.

En este contexto se enmarcan los trabajos de Ianoa et al. (2004), Söramaki et al. (2006) y Bech y Garrat (2006), que aprovechan las ventajas que ofrece la física estadística sobre los métodos descriptivos convencionales, para el análisis de redes complejas, con miras a evaluar la capacidad de recuperación y de continuidad del negocio de las redes de sistemas de pago⁵.

Ianoa et al (2004) apoyados en la física estadística, estudian la estructura y evalúan las propiedades de estabilidad y eficiencia de la red conformada por las transferencias de pagos interbancario a través del sistema de pagos de alto valor BOJ-NET de Japón, durante junio de 2001. Los autores, mediante la estimación de la distribución de frecuencias del número de conexiones/relaciones de pago que se observan entre sus participantes, logran identificar la tipología y deducir algunas propiedades relativas a la estabilidad de la red. Adicionalmente, los autores formulan algunas recomendaciones dirigidas a garantizar la estabilidad de la red, a partir de los resultados obtenidos al someter a esta red a pruebas.

Söramaki et al (2006), también con base en la física estadística, identifican la estructura y propiedades topológicas de la red de transferencias monetarias interbancarios conformadas a través del sistema de pagos de alto valor de USA, el Fedwire Funds Service. Este trabajo encuentra que tras los eventos del 11 de Septiembre de 2001 la estructura de la red interbancaria de pagos fue afectada a través de dos vías, una por el daño a la infraestructura de comunicaciones y otra por los problemas que se generaron en la coordinación de los pagos ante la imposibilidad de enviar o recibir pagos que algunos bancos experimentaron.

Por su parte, Bech y Garrat (2006) muestran cómo el sistema de pagos interbancarios puede enfrentar problemas de insuficiencia de liquidez ante interrupciones de gran escala. A partir de un modelo del sistema de pagos interbancarios de los Estados Unidos y basados en los hechos ocurridos en Septiembre de 2001, los autores muestran cómo ante perturbaciones de gran escala, generadas por problemas operativos o de cambio en el comportamiento de los participantes, se pueden generar rupturas en la coordinación en el flujo de pagos que inducen a situaciones de iliquidez que ameritan la intervención del BC. Adicionalmente, el documento explora la relación entre la topología de la red y la capacidad de recuperación de la coordinación en el flujo de pagos.

⁵ Aunque no constituye una aplicación de la física estadística, merece la pena citar a Freixas, Parigi y Rochet (2000). En este documento, los autores a través de un modelo de sistema de pagos interbancarios y tomando en consideración la red de interrelaciones de pago que entre los participantes se conforma, analizan los problemas de coordinación en la propagación del riesgo sistémico y el papel del banco central como proveedor de liquidez intradía.

En esta línea de acción, el estudio que aquí se realiza constituye la primera aplicación de la física estadística a la red de transacciones de pago interbancarias conformada entre las entidades participantes en el sistema de pagos de alto valor CUD en Colombia. El objetivo de estudio respecto a esta red es doble: primero, reconocer sus propiedades respecto a la estabilidad y la capacidad de recuperación, a través de la identificación de su topología; y segundo, disponer de una herramienta de simulación que permita cuantificar en alguna medida el riesgo y detectar componentes y agentes críticos para la estabilidad de la red. Con base en ellos es posible entonces formular políticas dirigidas a mitigar los riesgos inherentes que puedan surgir en la red de pagos.

Como primer paso, la siguiente sección permite reconocer la magnitud del sistema de pagos de alto valor CUD, a la luz de algunos indicadores descriptivos de actividad.

III. La actividad en el Sistema de Pagos de Alto Valor en Colombia

En Colombia el BRC es el administrador del único sistema de pagos de alto valor – CUD. Desde su puesta en funcionamiento, en septiembre de 1998, el CUD ha operado bajo el esquema de liquidación bruta en tiempo real.⁶

Para realizar las transferencias de pago entre las cuentas de depósito que mantienen las entidades participantes en el BRC, el CUD dispone de una infraestructura de comunicaciones de red centralizada, (ver Figura 1) bajo la cual el sistema CUD opera como un núcleo que mantiene comunicación con los demás participantes. Los participantes autorizados para acceder al CUD a través del sistema SEBRA⁷, deben entre otros requisitos, contar con un canal de comunicación dedicado provisto por un proveedor de comunicación.

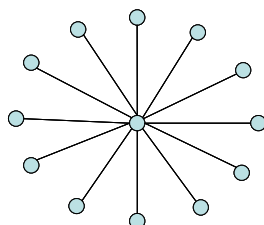


Figura 1. Red centralizada

Aunque la estabilidad de esta infraestructura de comunicaciones es fundamental para la operación del sistema CUD, la red que en este documento se considera corresponde a la conformada por las transferencias de pago interbancario realizadas entre los participantes de este sistema.

La tabla 1 permite tener una dimensión del volumen y del valor de las transferencias realizadas en el CUD, en términos absolutos y relativos al PIB y a algunos agregados monetarios⁸.

⁶ Con el fin de agilizar las operaciones de pago, a partir de junio de 2006, se incorporó en el sistema CUD un mecanismo optimizador de liquidez. A través de este mecanismo, las transacciones que los participantes del sistema envían para ser liquidadas y que no disponen de los fondos suficientes, entran a formar parte de una cola de operaciones pendientes de liquidación, que son luego resueltas mediante la activación de algoritmos optimizadores que permiten a las entidades reducir sus necesidades de liquidez con el fin de lograr la liquidación exitosa de sus obligaciones.

⁷ SEBRA – Servicios Electrónico del Banco de la República, es el portal de entrada que de manera ágil, eficiente y segura permite al Banco, al Sector Financiero y a algunas entidades del gobierno efectuar, por variados conceptos, transacciones y comunicaciones entre ellos.

⁸ En Colombia, la definición del agregado M1 incluye los saldos de depósitos en cuenta corriente y el efectivo en poder del público. Por otra parte la versión de medios de pago ampliado M3, comprende además del efectivo en poder del público todos los pasivos sujetos encaje en poder de las entidades financieras.

Durante el año 2006 (Tabla 1) se realizaron entre los participantes del CUD⁹ 2,3 millones de transacciones por un valor total de COP\$ 5.881 billones –bn-, lo que en promedios diarios equivale a 9.709 operaciones y a COP\$ 24,4 bn. Este valor transferido durante el año, correspondió a 18,3 veces el PIB y respecto a los saldos promedios de los agregados monetarios, a 362 veces el efectivo, 260 veces la base monetaria, 181 veces M1 y 49 veces el agregado monetario ampliado M3.

El análisis que aquí se practica, considera la red conformada por las transferencias interbancarias realizadas en el CUD durante los meses de octubre y noviembre de 2006. Entre todos los participantes en el sistema CUD, se realizaron durante este periodo 429 mil operaciones de transferencia de fondos por un valor total de COP\$ 1.038 bn. Cuando de estas transferencias entre participantes, se excluyen las realizadas por el BRC y la Dirección de Crédito y del Tesoro Nacional -DTN- y las trasferencias entre cuentas de un mismo participante, se observa que el valor y el volumen total descienden aproximadamente a COP\$ 800 bn y a 396 mil operaciones, respectivamente,

Tabla 1

Indicadores de actividad del CUD		
	Valor Billones de COP\$	Volumen operaciones
<u>Transado Año 2006</u>		
Total	5.880,9	2.339.810
Promedio diario	24,4	9.709
<u>Transado oct-nov 2006</u>		
Total	1.038,3	429.104
Promedio diario	25,3	10.466
Entre entidades 1/	799,6	395.587
<u>Valor Total anual transado respecto a:</u>		
PIB		18,34
M1		180,85
Base Monetaria		259,98
Efectivo		361,81
M3		49,15
Cartera Neta Sistema Financiero		77,71

1/ Se excluyen las transacciones realizadas por el Banco de la República, la Dirección del Tesoro Nacional y los traslados entre cuentas de un mismo participante.

Fuente: Dane y Banco de la República. Cálculos del autor.

Para las transacciones realizadas durante el período por los participantes del CUD, excluidos BRC y DTN, el anexo 1 permite advertir que el valor diario promedio transado de COP\$ 17,6 bn (con máximo de COP\$ 22,5 bn) se realizó en promedio entre 122 participantes (con máximo de 128), que operaron como origen y/o destino, esto es aproximadamente el 80% de las 153 entidades con acceso.

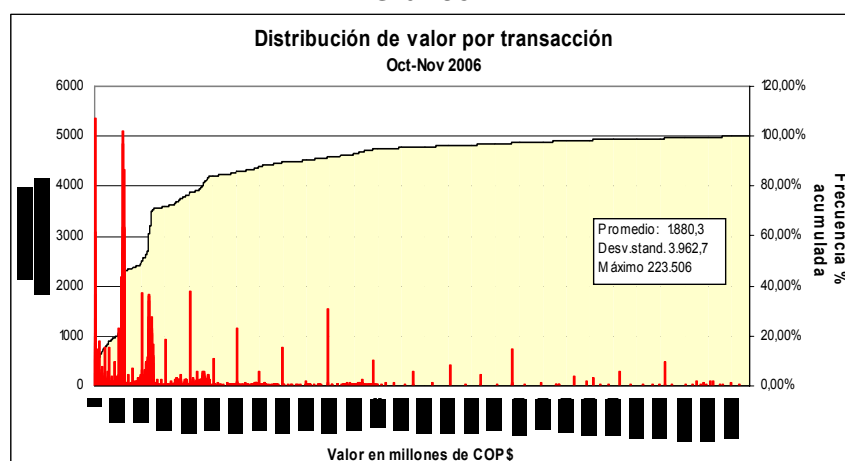
Respecto al tema de la concentración en las trasferencias de pago en el CUD, en el mismo anexo se observa, que el 76,2% del valor total de pagos fue originado por sólo 24 entidades y que cuando sólo se contemplan los pagos realizados entre éstas, el valor promedio de los pagos representó el 54,4% del total transado.

⁹ Adicional al BRC y a la DTN, durante el periodo de análisis se incluían dentro de los 153 participantes 19 Bancos, 24 Compañías de Financiamiento Comercial, 3 Corporaciones Financieras, 6 Fondos de Pensiones y Cesantías, 36 Comisionistas de Bolsa, 26 Fiduciarias, 15 Aseguradoras, 11 entidades especiales del sector financiero, 6 Cooperativas, 3 Capitalizadoras, 2 entidades del sector público, la ACH Colombia y el Depósito Central de Valores privado -DECEVAL

De la interpretación del coeficiente de Gini y del índice CR10 presentados en el anexo 2, es posible validar la existencia de una significativa concentración en las transferencias de pago en el sistema CUD. En efecto mientras que el coeficiente de GINI, tanto en valor como en volumen, se ubicó en promedio en 70%; los coeficientes CR10 promedio fueron de 47,6% para valor y de 45,9% para volumen.

En el gráfico 1 se puede observar que la alta dispersión de los pagos, con valores promedio y de desviación estándar estimados de COP\$ 1.880,3 y COP\$ 3.962,7 millones -mn-; la asimetría en la distribución de pagos, donde el 80% de las transacciones no supera los COP\$ 2.300 mn; y una razón de 119 entre el pago máximo y el valor promedio; brindan evidencia suficiente para afirmar que el pago por transacción no se ajusta a una distribución normal.

Gráfico 1



Es entonces oportuno reconocer que aunque estos indicadores convencionales brindan información relativa a la concentración del valor y del volumen de los pagos interbancarios, su potencial de análisis es limitado cuando se trata de dimensionar el efecto sistémico que se desencadena ante la falla de un participante sobre los demás participantes en la red que se considere.

Para tal fin siguiendo la línea de las investigaciones adelantadas por Ianoka et al. (2004) y Soramäki et al. (2006), el análisis que en este documento se realiza, se beneficia también de los aportes que la física estadística ha hecho para el análisis de redes complejas.

De acuerdo con Ianoka et al. (2004), esta línea de investigación se justifica toda vez que alcanzar un mejor entendimiento de los factores que afectan la estabilidad del sistema bancario, es imperativo para conocer la estructura de cooperación en la transferencia de fondos entre los participantes.

Tras considerar que lo novedoso del tema de la topología de redes en los sistemas de pago, explica en parte su escasa literatura disponible y su limitada divulgación, la sección siguiente pretende dotar al lector del marco conceptual necesario para comprender el análisis objeto de este estudio. Para tal fin junto a una serie de definiciones y conceptos propios de la terminología de redes, la sección incluye la interpretación de las estimaciones obtenidas para la red de pagos interbancarios de alto valor en el sistema CUD.

IV. La topología de la red de pagos interbancarios en el Sistema de Alto Valor en Colombia

Las transacciones de pagos interbancarios que en adelante se consideran, conforman una red dirigida (ver recuadro 1) donde los nodos corresponden a los participantes del CUD y el sentido de las flechas representa el débito que se hace a la cuenta de depósito de una entidad origen y el crédito a la respectiva cuenta de una entidad destino. De esta red se excluyen, dado el riesgo mínimo que representan, las transferencias en las cuales el BRC y la DTN aparecen como originador o como destino de pago, así como aquellas realizadas entre las cuentas de depósito de un mismo participante o bucles.¹⁰ El peso de las flechas en esta red puede estar dado tanto por el número, como por el valor de las transacciones que entre los nodos se realiza.

Recuadro 1. Conceptos básicos de Redes

Una **red o grafo**¹¹ está compuesta por un conjunto de nodos o vértices y de conexiones o vínculos que conforman alguna estructura bajo la relación que se considere. Una conexión representa la relación existente entre dos nodos.

Si en las relaciones de una red la dirección de las **conexiones o vínculos** es determinante, entonces estas se representan por flechas y la red se conoce **dirigida o dígrafo**. Pero adicionalmente si en las conexiones que conforman la red es fundamental la intensidad de la relación, sea que se consideren redes dirigidas o no, entonces se habla de **redes ponderadas** o con peso.

Un grafo o red en la que se permite la existencia de múltiples conexiones entre cada par de nodos se denomina un **multigrafo**.

Un **bucle** representa la relación de un nodo con si mismo.

Cuando dos nodos mantienen alguna conexión se denominan **vecinos**.

El **tamaño de la red** está determinado por el número de nodos que la integran.

El **Índice de Conectividad** de la red, se refiere al cociente entre el número de las conexiones observadas y de las posibles entre los nodos que componen la red. Si la red es dirigida y no se consideran bucles, la conectividad esta definida como $m/n*(n-1)$ donde m representa el número de flechas o parejas origen-destino observadas y $n*(n-1)$ el número de flechas posibles.

El **coeficiente de reciprocidad** es el porcentaje de conexiones que entre nodos en una red dirigida se realiza en las dos direcciones, respecto al total de conexiones observadas.

Al excluir al BR y la DTN de la muestra, entre los 153 participantes se conformó una red de pagos interbancarios de tamaño medio¹². Y aunque en la figura 2, para un día típico en la muestra (12/oct/2006), las flechas representan la existencia y dirección de las transacciones de pagos entre participantes, aún sin considerar como ponderadores el volumen o valor de éstas, la complejidad de la red que se conforma justifica el empleo de la física estadística como marco teórico para este tipo de análisis. La estimación de estadísticas y la representación gráfica de las redes, se realizó con la ayuda de Pajek¹³

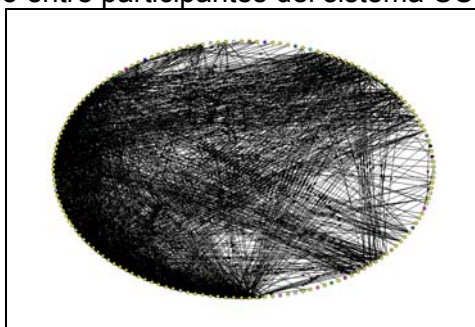
¹⁰ Aunque las entidades con acceso al sistema CUD pueden mantener más de una cuenta de depósito, aquí se considera como si sólo tuvieran una a través de la cual operan como originadores o destinatarios de pagos.

¹¹ Bajo la Teoría de grafos, rama de las matemáticas que fundamenta el análisis de redes complejas, el término grafo es sinónimo de red.

¹² Borner et al. (2006) catalogan las redes, de acuerdo con el número de nodos en pequeñas hasta 100 nodos, medianas entre 100 y 1000 nodos y grandes aquellas que superan los 1000 nodos.

¹³ *Pajek* que en esloveno significa araña, es un programa para el análisis de redes de gran tamaño, de libre acceso para usos no-comerciales, desarrollado por Vladimir Batagelj y Andrej Mrvar en la Universidad de Liubiana en Eslovenia.

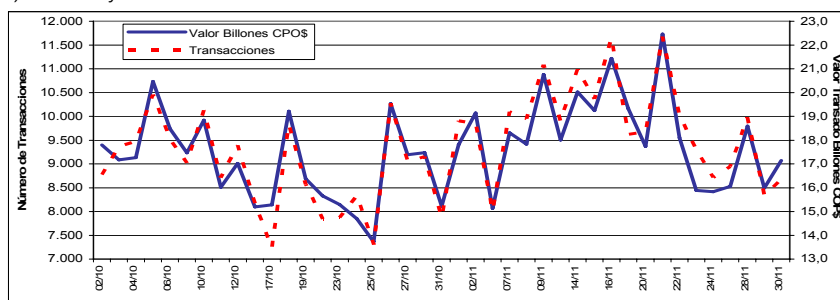
Figura 2. Red de pagos interbancarios en un día típico entre participantes del sistema CUD-RTGS



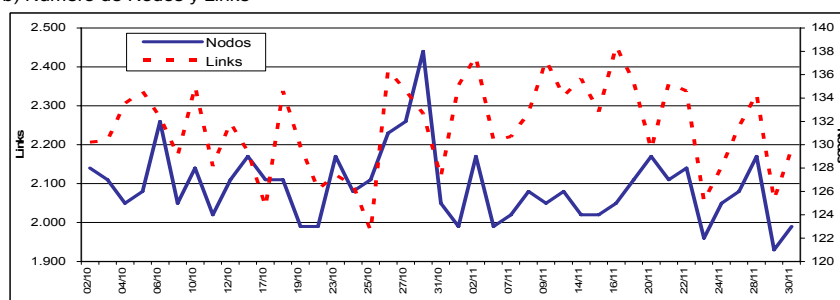
El gráfico 2 muestra la evolución diaria que durante el período de análisis presentaron algunos indicadores de actividad de la red de pagos. El gráfico 2.a) permite apreciar que el volumen diario transado por los 153 usuarios con acceso al CUD, que fluctuó entre 7.231 y 11.676 transacciones (con promedio de 9.345) permitió liquidar en promedio diario un valor COP\$ 17,6 bn. Las desviaciones estándar diarias en el número y en el valor de las transacciones fueron respectivamente de 1.077 transacciones y de COP\$ 1,9 bn.

Gráfico 2
Indicadores de actividad de la red de pagos interbancarios CUD
Octubre y Noviembre 2006

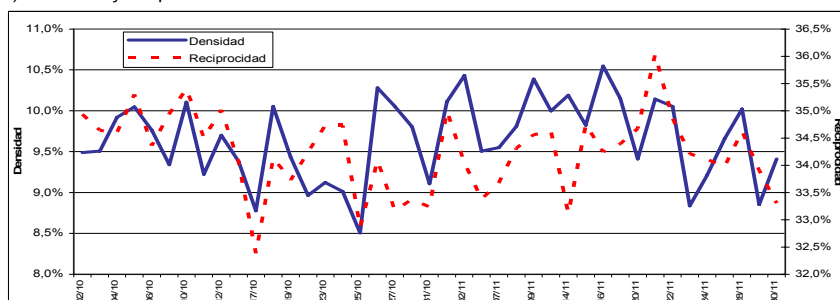
a) Volumen y valor diario de transacciones



b) Número de Nodos y Links



c) Densidad y reciprocidad de la red



De otra parte, el gráfico 2.b) permite distinguir que no todas las entidades con acceso al CUD se constituyeron en nodos activos que enviaran y/o recibieran pagos. Durante la muestra de análisis fueron en promedio 126 participantes, con un máximo de 138 y un mínimo de 121, los que generaron el valor y el volumen diario de pagos observados.

El gráfico 2.b) permite también observar la evolución del número de conexiones con dirección o flechas que se realizaron entre los nodos activos, independiente del número y valor de las transacciones. Se observa pues que el número de parejas origen-destino diarias resultantes de las transacciones de pago fluctuó entre 1.978 y 2.453, con promedio de 2.245. Pero este indicador, que por sí sólo y en términos absolutos, es poco lo que nos informa acerca de la estructura de la red, si nos permite calcular los índices de conectividad y reciprocidad de la red.

En efecto, el gráfico 2.c) permite apreciar la evolución diaria de los índices de conectividad o densidad y de reciprocidad calculados para nuestras redes dirigidas. Se observa en el gráfico que la conectividad diaria, cuando se consideran los 153 participantes con acceso al sistema de pagos de alto valor, se ubico en promedio en 9,7%, porcentaje que implica que el 91,3% de las 23.256 duplas originador-destino de pago posibles no se concretaron. Cuando se consideran sólo los nodos activos, el índice de conectividad diario varía entre un mínimo de 13,8% y un máximo de 18,6%, registrando un promedio de 16,4%.

Ianoka et al (2004) encuentran en el BOJ-NET de Japón que los 546 nodos que participaron en la red no dirigida de transferencias de pago de alto valor durante junio de 2001, mantuvieron en promedio 7.351 conexiones, cifra que equivale a un índice de conectividad del 4,9%. Por otro lado, Söramaki et al (2006) para la red de transferencias dirigidas en el Fedwire durante el primer trimestre de 2004, estiman que entre los 5.086 participantes se registró una baja conectividad de 0,29%.

De comparar los anteriores resultados con los del CUD, es posible concluir que a pesar de que la red pagos interbancarios en Colombia es, con relación a las de Japón y de Estados Unidos, de menor número de nodos (tamaño) su conectividad supera a las observadas en éstas; con lo cual esta mayor interrelación entre sus participantes podría brindar indicios de una mayor estabilidad.¹⁴

Respecto al índice de reciprocidad, el gráfico 2.c) muestra que de las flechas que representan el envío de pago de un nodo origen a uno destino, en promedio una tercera parte (34,2%) de estas operaron en las dos direcciones, es decir, correspondieron a parejas donde cada participante actuó simultáneamente como originador y receptor de pagos de su contraparte. Para el Fedwire, Söramaki et al (2006) estiman que menos de un cuarto (21,5%) de las relaciones de pago interbancarias opera en las dos direcciones.

El anexo 3 permite evaluar las relaciones implícitas existentes entre las variables de volumen de operaciones, monto transado, número de participantes activos, cantidad de conexiones dirigidas y los índices de conectividad y reciprocidad; a partir de las estimaciones de los coeficientes de correlación contemporánea obtenidos de la información diaria. De estos resultados es posible deducir la existencia de una relación lineal positiva entre el valor y volumen transado. Entre las demás relaciones posibles, las únicas que alcanzan significancia son las observadas entre el número de conexiones dirigidas, tanto con el valor como con el volumen de pagos.

¹⁴ En una red completa, donde todos los participantes se relacionan entre sí, el índice de conectividad de uno, permite a la red soportar la eliminación de un participante sin efectos secundarios en la conectividad de los demás.

Söramaki et al (2006) encuentran para el Fedwire, a diferencia de lo hallado en el CUD, una correlación casi perfecta entre el número de nodos y de conexiones y una alta correlación de estos dos, tanto con el valor como con el volumen de pagos liquidados.

La tabla 2, elaborada con base en las definiciones del recuadro 2 y en la información de las transacciones de pagos realizadas durante la muestra, permite, entre otras estadísticas, apreciar algunos indicadores relativos a la composición de la red.

Recuadro 2. Componentes de una red

Una **red completa** corresponde a un grafo donde cada nodo participante mantiene una conexión con cada uno de los restantes

Un **componente** de una red o grafo es definido como un subgrafo conectado.

Un **camino** representa una secuencia de nodos en los cuales cada nodo está vinculado a uno siguiente. Cuando en un camino todos los nodos son diferentes entonces se tiene una **trayectoria**.

Un **ciclo** es un camino donde el nodo inicial y final coinciden.

Dos **componentes** están **desconectados** si no es posible trazar una trayectoria que comunique un par de nodos, tal que cada uno de ellos pertenezca a un diferente subgrafo.

Una **red o grafo** dirigido puede ser descompuesto en:

- **Componente Gigante Débilmente Conectado (*Giant Weakly Connected Component - GWCC*)** corresponde al componente gigante del grafo donde no se tiene en cuenta la dirección de las conexiones. Un GWCC se compone a su vez, dependiendo de la dirección de sus conexiones, en:
 - o **Componente Gigante Fuertemente Conectado (*Giant Strongly Connected Component - GSCC*)**, en el cual existe una trayectoria dirigida que conecta cada par de nodos
 - o **Componente Gigante Entrada (*Giant IN Component - GIN*)**, formado por nodos desde los cuales es posible alcanzar mediante una trayectoria dirigida al GSCC
 - o **Componente Gigante Salida (*Giant OUT Component - GOUT*)**, formado por nodos que pueden ser alcanzados mediante una trayectoria dirigida desde el GSCC
 - o **Tendrils** son conjuntos de nodos restantes del GSCC que no pueden alcanzar o ser alcanzados por el GSCC mediante una trayectoria dirigida.
- **Componentes Desconectados (*Disconnected Components - DC*)**, es un conjunto pequeño de componentes o nodos desconectados.

Tabla 2
Estadísticas de la red diaria de pagos interbancarios en el CUD
Octubre y Noviembre de 2006

	Promedio	Mediana	Mínimo	Máximo	Desv. Stand
Pagos					
Volumen	9.345	9.390	7.231	11.676	1.077
Valor (B COP\$)	17,6	17,5	13,7	22,5	2,0
Individual Prom día (M \$COP)	1.883,0	1.872,6	0	223.506	662
Componentes					
GWCC	126	126	121	138	3
GSCC	117	117	108	126	4
GIN	4	4	1	10	2
GOUT	6	5	2	19	3
DC	27	27	15	32	3
Clustering					
Coefficiente de clustering	0,61	0,61	0,58	0,65	0,02
Conectividad y Reciprocidad					
Número de conexiones (<i>m</i>)	2245	2256	1978	2453	118
Connectivity Red original	9,7%	9,7%	8,5%	10,5%	0,5%
GSCC	16,4%	16,2%	13,8%	18,6%	1,2%
Reciprocidad	34,2%	34,3%	32,4%	36,0%	0,7%
Distancia					
Distancia Promedio GSCC	2,04	2,04	1,94	2,12	0,04
Diametro	4,32	4,00	4,00	6,00	0,57
Distribución de Grados					
(<i>k</i>)	18,42	18,38	16,08	21,01	1,02
Max k^{out}	75,00	75,00	66,00	84,00	4,03
Max k^{in}	78,46	78,00	70,00	91,00	4,55
$\alpha^{in}_{(MLE)}$	3,24	3,50	1,87	3,50	0,56
$\alpha^{out}_{(MLE)}$	3,06	3,50	2,00	3,50	0,63

De la lectura de las estadísticas presentadas en la tabla 2, es posible deducir el rol asumido por los nodos que integran cada uno de los componentes en la red de transferencias interbancarias.

En promedio, de los 153 nodos con acceso al CUD, 126 fueron activos como origen y/o destino de pagos (GWCC). Dentro de este componente de participantes activos, 117 enviaron y recibieron pagos (GSCC), 4 operaron exclusivamente como originadores (GIN) y 6 solo fueron receptores de pagos (GOUT).

Y aunque hasta ahora, las definiciones consideradas y las mediciones obtenidas no permiten obtener conclusiones acerca de la topología de las redes, ni de las propiedades de estabilidad y eficiencia a ellas asociadas, si proporcionan un marco de referencia (recuadro 3) necesario para que bajo la física estadística sea posible lograr estos objetivos.

Recuadro 3. Algunas mediciones de redes

Distancia entre un par de nodos en una red, se denomina a la longitud de la trayectoria o número de vínculos necesarios para conectarlos.
La **longitud promedio de las trayectorias** de un nodo, se refiere al valor promedio de las distancias hacia otros nodos.
La **longitud promedio de una red** es el valor promedio de las distancias de los nodos que componen una red.
La **excentricidad** de un nodo es la distancia máxima de ese nodo para con otro cualquier en la red.
El **diámetro** de una red corresponde a la máxima excentricidad (distancia) entre los nodos de una red.
El **grado** de un nodo corresponde al número de vínculos que este mantiene con los demás integrantes en una red. En una red dirigida, el número de conexiones de un nodo determina el **grado de entrada** si este opera como destino o **de salida** si es originador.
Una red es **completa** cuando existe conexión entre todos los nodos que la integran.
En una **red estrella** todos los nodos están conectados a un nodo central llamado nodo central neurálgico o *hub*.
La **red aleatoria clásica** propuesta por Erdős-Rényi, está compuesta por un número finito n de nodos, donde cada par de nodos está conectado con probabilidad p .
Dentro de otros tipos de redes están las **No-equilibradas**, que crecen por adición sucesiva de nodos y donde sea asignan probabilidades a la formación de conexiones entre los nuevos nodos y los existentes y entre los nodos ya existentes. Dentro de esta clase se destaca la red de Barabasi y Albert (BA), donde el acoplamiento es preferencial, es decir que la probabilidad de establecimiento de una conexión entre un nuevo nodo y uno existente, es creciente con el número de conexiones del nodo existente.
Una red *scale-free*, es una red donde la distribución del grado de los nodos integrantes corresponde a una distribución de ley de poder (*Power Law Distribution*).

Intuitivamente el diámetro representa el número de conexiones (distancia) máximo requerido para relacionar dos participantes en la red. De forma que en una red completa con diámetro de uno, cada participante mantiene una relación directa con (o conoce a) los demás integrantes de la red. Se deduce entonces, que cuando la distancia aumenta se requiere de un mayor número de conexiones para mantener en contacto a dos participantes. Por tanto considerar entre nodos una distancia infinita equivale a afirmar que no es posible construir entre ellos una secuencia de conexiones que les permita relacionarse.

Soromäki et al. (2006) encuentran para la red de pagos interbancarios en el Fedwire que el diámetro oscila entre 6 y 7 vínculos, lo cual es indicativo de la existencia del fenómeno conocido como *small-world*¹⁵. Para los componentes fuertes (GSCC) de las redes de pago diarias que en el CUD analizamos, el diámetro calculado fluctuó entre 4

¹⁵ En 1967 Stanley Milgram, profesor de Harvard, adelantó un experimento con el que determinó que la "distancia" o el número promedio de conocidos necesarios para poner en contacto dos individuos aleatoriamente escogidos dentro de la población de los Estados Unidos era de aproximadamente seis. Posteriormente esta propiedad se acuñó bajo el término de "seis grados de separación" para indicar la estrecha cercanía existente entre dos individuos en cualquier parte del planeta o fenómeno de "*small-world*". Por tanto el término *small-world* caracteriza a muchas redes complejas, y permite a dos integrantes componentes del GSCC de una red, seleccionados aleatoriamente, conectarse a través de un número pequeño de vínculos.

y 6 conexiones, lo cual brinda, respecto al Fedwire, evidencia aún más robusta de la presencia de la propiedad de *small-world*.¹⁶

Por otro lado, la distancia promedio de las redes diarias de transferencias de pago observadas entre los participantes del CUD registró un promedio de $2,04 \pm 0,04$, cifra inferior a la observada en el Fedwire de $2,6 \pm 0,2$ vínculos, evidenciando para el CUD una mayor cercanía entre las entidades participantes.

Respecto a la distribución del número de conexiones entre nodos o grado, se observa en la tabla 2, que las entidades que conformaron el GSCC mantuvieron en promedio un grado de $18 \pm 1,02$. Sin embargo, este estadístico no es representativo, ya que como ocurre en la red de pagos interbancarios del Fedwire y en una gran variedad de redes observadas¹⁷, la distribución de conexiones por nodo se ajusta más a una *Power Law Distribution*¹⁸, que se caracteriza por la existencia de muchos nodos con muy pocas conexiones y muy pocos nodos con muchas conexiones¹⁹. A las redes que se ajustan a este tipo de distribución se les conoce como redes *scale-free*.

En la tabla 2 se observa que los mayores grados de conexión durante los 41 días de la muestra, promedian 75 vínculos de salida y 78 de entrada, cifra que equivale a más de 4 veces el valor promedio de 18. Mientras que los números máximo de pagos recibidos por día por entidad (*k-in*) fue de 91, el de enviados (*k-out*) fue de 84.

Con el propósito de analizar como se altera la estabilidad de este tipo de redes, Albert, Jeong y Barabasi (2003) someten redes, artificialmente configuradas a través de algoritmos, a fallas y ataques. En la terminología de redes, una falla equivale a la eliminación aleatoria de nodos, mientras que un ataque corresponde a la eliminación dirigida de nodos caracterizados por ser los de mayor número de conexiones. Del reconocimiento de que todo aumento en el diámetro y la distancia promedio de la red refleja un deterioro en la estabilidad, los autores concluyen que esta tipología de redes *scale-free* es robusta ante fallas pero vulnerable ante ataques.

De forma que identificar la topología de la red de pagos interbancarios o la distribución de frecuencias que se ajusta al grado de los nodos que la conforman, permite conocer propiedades intrínsecas relativas a su estabilidad.

Uno de los métodos que convencionalmente se ha empleado en la estimación del parámetro de escalamiento de una *Power Law Distribution*, es el de inspección gráfica del histograma de frecuencias de la variable en doble escala logarítmica.

Este procedimiento de estimación, tal como lo afirma Clauset et al (Jun 2007), muestra un sesgo significativo que conduce a resultados erróneos en la estimación de este parámetro. Para tal fin Clauset et al (Jun 2007) proponen una técnica estadística

¹⁶ Soramäki et al (2006) sostienen que es posible para una red de baja conectividad ser extremadamente compacta, toda vez que la existencia de un conjunto de núcleos garantiza la interacción entre los participantes a través de un reducido número de links.

¹⁷ En *Power-law distributions in empirical data* (Jun 2007) Clauset A, Shalizi C. R. y Newman M. E. J. compendian un conjunto de redes de naturaleza variada entre las que se incluyen las de Internet, World Wide Web, llamadas telefónicas recibidas, intensidad de las guerras, severidad de ataques terroristas, venta de libros, riqueza, intensidad de los terremotos, grado de interacción de proteínas, grado de metabolismo en la red del *Escherichia coli*, población en ciudades en USA, redes de colaboración entre actores de películas y número de usuarios afectados por apagones, entre otras.

¹⁸ Una variable x se dice obedece a una *Power Law Distribution* si esta puede ser extraída de una distribución de probabilidad de la forma $p(x) \approx x^{-\alpha}$, donde α es un parámetro constante de la distribución conocida como exponente o parámetro de escalamiento. El término *scale-free* para denominar a una red que se ajusta a este tipo de distribución obedece al hecho de que la distribución no se altera ante un re-escalamiento de la variable, es decir si $p(x) \approx x^{-\alpha} \Rightarrow p(Ax) \approx (Ax)^{-\alpha} \approx A^{-\alpha} x^{-\alpha} \approx A^{-\alpha} p(x)$ la *Power Law Distribution* permanece inalterada.

¹⁹ El término empleado en idioma inglés para denominar a una red de este tipo es *disassortative*.

alternativa donde la estimación del parámetro de escalamiento se realiza por máxima verosimilitud. Para veinticuatro conjuntos de datos de diversa índole, los autores demuestran la superioridad de su técnica frente a la del método gráfico en la estimación del parámetro de escalamiento de la *Power Law distribution*, a través de los estadísticos de Kolmogorov-Smirnov. Al mismo tiempo, los resultados de sus estimaciones les permiten validar las conjeturas que respecto al seguimiento de distribuciones de este tipo en las mismas muestras de datos, se alcanzan por el método gráfico.

Para tal propósito la tabla 2 incluye las estimaciones de los parámetros de escalamiento del grado de conexión de los nodos en la red de pagos en el CUD, siguiendo la técnica suministrada por Clauset et al (Jun 2007). Las estimaciones obtenidas para los parámetros de escalamiento, tanto para el grado de entrada como para el grado de salida en la muestra, se presentan sintetizadas en la parte inferior de dicha tabla.

En efecto se estima que el parámetro de escalamiento del grado de entrada de los nodos fluctuó entre un mínimo de 1,87 y un máximo de 3,5, con promedio de 3,24. Este parámetro de escalamiento supera al 2,11 estimado por máxima verosimilitud para la red de pagos interbancarios en el Fedwire por Soromäki et al (2006) y al 2,3 obtenido por Ianoa et al (2004) para la distribución de grado con $k > 20$ en el BOJ-Net. De acuerdo con Ianoa et al (2004), la interpretación de este parámetro de escalamiento de pagos interbancarios conformada a través del CUD y haciendo abstracción del método de estimación empleado, se puede afirmar que ésta red ofrece menor “economía” o eficiencia²⁰ pero mayor estabilidad respecto a las analizadas en el Fedwire y el BOJNet.

Pero estos indicadores propios de redes pueden ser explorados en el análisis no sólo en términos relativos a otros sistemas, sino como se realiza en las siguientes secciones, en su comportamiento a través del tiempo y ante pruebas de stress simuladas.

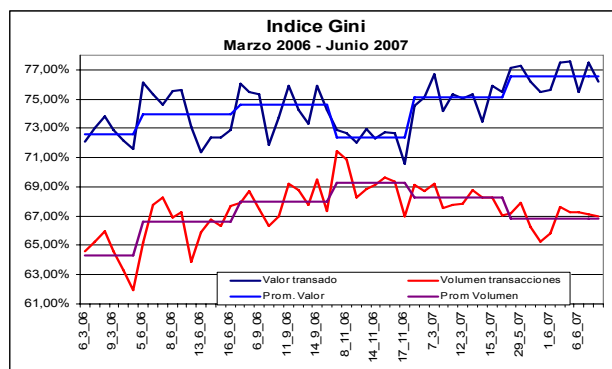
V. Evolución de la red de Pagos interbancarios en el Sistema de Pagos de Alto Valor

A la luz de algunos de los indicadores definidos antes, esta sección estudia la evolución para una muestra de días cercanos al cierre de la primera quincena durante los meses de marzo, junio, septiembre y noviembre de 2006 y de marzo mayo-junio de 2007.

Para tal propósito el gráfico 3 y el anexo 4 permiten apreciar como en el último año la concentración en el valor de los pagos interbancarios, medida a través del índice de Gini, aumentó levemente. En efecto mientras que en marzo de 2006 dicho índice registraba en promedio 72,6%, en mayo-junio de 2007 este ascendió hasta 76,6%. En lo referente al volumen transado, el índice Gini fluctuó alrededor de un promedio de 66%, y registró un valor máximo de 69,3% durante la primera quincena de noviembre de 2006.

20 Para Ianoa et al (2004) una red es eficiente o de mayor “economía” si es posible mantener la conexión entre dos nodos cualquiera de la misma empleando el menor número de caminos o trayectorias, es decir que el número de trayectorias alternas tienda a cero.

Gráfico 3



El gráfico 4 hace posible distinguir como las 24 entidades de mayor valor transado (15,5% de los participantes), liquidaron un monto promedio superior al 50% del total transado y que en noviembre de 2006 este indicador alcanzo a ser de 58%.

Con relación a la red de pagos interbancarios y de acuerdo con lanoka et al (2004), de la sola observación de los índices de densidad y de distancia promedio presentados en la tabla 3 es posible afirmar que en el último año la red ha disminuido marginalmente tanto en conectividad como en estabilidad.

Gráfico 4

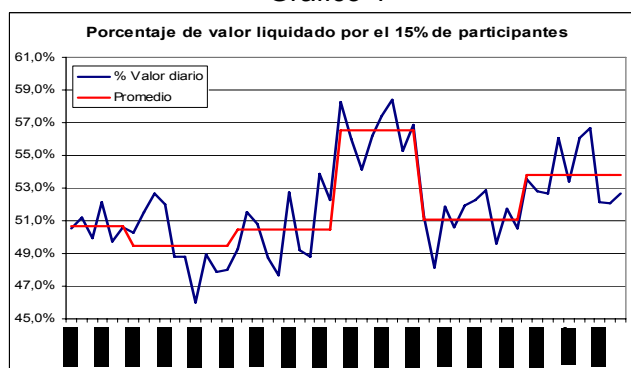


Tabla 3

**Evolución de la red de pagos interbancarios en el sistema CUD+RTGS
Marzo 2006 – Junio 2007**

	Volumen	Valor (B COP\$)	Individual Prom dia (M \$COP)	Densidad Red original	Densidad Red compacta	Distancia promedio
6-13 mar06						
Promedio	8963	20,1	2.247,9	9,89%	18,40%	1,98
Desv Stand	1517	3,9				
5-16 jun/06						
Promedio	7515	15,0	1.999,0	8,82%	16,16%	2,03
Desv Stand	872	1,2				
4-15 sep/06						
Promedio	8534	15,7	1.837,3	9,35%	16,59%	2,03
Desv Stand	637	1,7				
7-17 nov/06						
Promedio	10459	19,4	1.851,8	10,06%	17,41%	2,00
Desv Stand	707	1,3				
5-15 mar/07						
Promedio	7973	16,0	2.010,0	9,37%	14,49%	2,07
Desv Stand	993	2,2				
28may -jun8/07						
Promedio	6402	14,6	2.276,5	8,44%	13,27%	2,11
Desv Stand	750	1,7				

En efecto, la densidad de la red que durante marzo de 2006 fue de 9,89% y aumento a 10,06% en noviembre del mismo año, descendió para mediados de 2007 a 8,44%, esto es que no se utiliza el 91,6% de todas las conexiones posibles. Y aunque esta disminución en la conectividad de la red es aún de mayor intensidad cuando se analiza el componente fuerte de la red GSCC, para el cual este indicador pasa de 18,40% en marzo de 2006 a 13,3% en junio de 2007, no implica por si sola un aumento significativo en el riesgo sistémico.

De otro lado, aunque el aumento en la distancia requerida para conectar dos nodos cualesquiera brinda indicios de pérdida de estabilidad en la red, se aprecia que esta ha sido de baja significancia. En efecto, el aumentó en la distancia promedio de 1,98 en marzo de 2006 a 2,11 en junio de 2007, aunque indicativo de pérdida en la estabilidad de la red, no nos permite dimensionar en términos de liquidez el impacto sobre la red de transferencias de pago.

Por tal motivo en la sección siguiente se emplea la topología de redes como herramienta para cuantificar, frente a un conjunto de escenarios hipotéticos de fallas y ataques, los efectos que sobre la estabilidad y la liquidez de la red de trasferencias de pagos se desencadenan.

Vale la pena recordar que el análisis que aquí se realiza es de naturaleza estática y sobre redes que se consideran no ponderadas. En lo que respecta a la naturaleza estática del análisis, se debe resaltar que considerar el universo de transferencias realizadas diariamente al sometimiento de choques sobre algunos participantes, impide a esta metodología apreciar como efecto de las rupturas en la coordinación en el flujo de pagos, problemas como entramamientos o situaciones de liquidez temporal en el transcurso del día.

VI. Impacto de ataques y fallas simuladas sobre la estabilidad y liquidez de la red

Con el fin de evaluar el impacto que sobre la estabilidad de la red generan las fallas (eliminación aleatoria de nodos) y los ataques (eliminación dirigida de nodos) simulados, se consideran las redes de pagos interbancarios conformadas durante algunos días puntuales en el sistema de alto valor CUD. Para tal fin en esta sección se emplea el enfoque de la Topología de redes como herramienta para cuantificar el impacto sistémico que se deriva sobre la estabilidad de la red y sobre la liquidez observada. De la valoración de los resultados obtenidos es posible sugerir algunas medidas de política que contribuirían a alcanzar los objetivos de seguridad y eficiencia que se plantean los BCs en los SP.

Y aunque las fallas y ataques que aquí se suponen, pueden ser considerados como eventos extremos, el solo hecho de contemplarlos nos permite medir su impacto y sugerir planes para mitigar su riesgo y enfrentarlos en caso de su remoto acontecer.

Ejercicio de simulación 1 – Ataque a los participantes del CUD con mayor número de contrapartes y participación en el valor transado:

Como escenario de este tipo de ataque se consideró la red conformada durante el día 4 de junio de 2007, en el cual el índice CR10 registró en el periodo analizado su valor máximo 51,9% (anexo 4). El índice Gini de esta fecha fue de 77,48%, uno de los más altos registrados en la muestra.

Si durante ese día se incluyen las transferencias de la DTN, del BR y las realizadas entre cuentas de un mismo participante, se observa que se realizaron 8.162

transacciones por un valor de 25,1 BCOP\$; pero una vez excluidas éstas, se advierte que entre los 132 participantes activos se realizaron 6.838 transacciones de pago por valor de 15,8 BCOP\$.

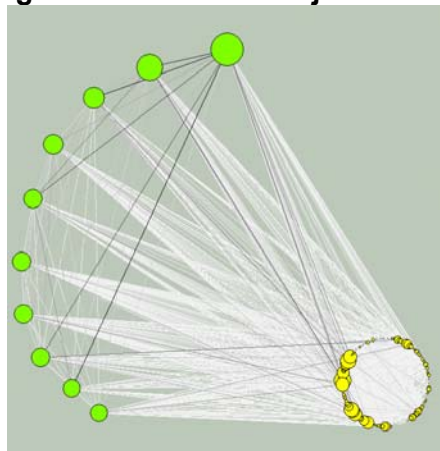
La simulación que se realiza sobre esta red excluida, comprende el ataque mediante la eliminación de nodos, en un primer escenario, de los cinco con mayor grado de conectividad total y en uno segundo, de los cinco con mayor participación en el valor de los pagos transados.

Los motivos que fundamentan la hipotética eliminación de algunos nodos, podrían corresponder, entre otros, a fallas operativas (desconexión del sistema CUD por problemas en la infraestructura de comunicaciones, suspensión en el flujo energético) como también a la insuficiencia en la liquidez de las entidades (bloqueo a los saldos disponibles en cuentas de depósito ante situaciones de quiebra).

El objetivo de este ejercicio es cuantificar el impacto de estos ataques sobre la estabilidad, medida a través de la distancia promedio, y sobre la liquidez total transada.

Para tal propósito, la figura 3 ilustra la red de valor transado, donde los nodos representan las entidades y las flechas indican el sentido del pago de una entidad origen a una destino. En esta figura, donde el tamaño del círculo representan el valor transferido (pago/recibo) de cada nodo, se pueden observar la gran participación de los diez nodos con mayor valor transado.

Figura 3. Red de pagos interbancarios 4-junio-2007 – Valor transferido



La tabla 4 y el gráfico 5 permiten apreciar como la distancia promedio de la red aumenta y el valor transado se reduce significativamente, ante el escenario de ataque por eliminación de las entidades que mantienen el mayor número de contrapartes (mayor grado de conectividad). Estos hechos permiten validar otro de los resultados de Albert, Jeong y Barabasi (2003) acerca de la vulnerabilidad de las redes tipo *scale-free* para enfrentar ataques.

En efecto en la tabla 4 se observa que la distancia promedio de la red aumenta de 2,13 nodos a 2,31, cuando son eliminados los cinco nodos con mayor conectividad, reflejando un deterioro en la estabilidad de la red.

Esta última afirmación puede ser reforzada por el hecho de que el número de nodos activos se reduce de 132 a 124, lo cual implica la desconexión adicional de 3 nodos, que se mantenían vinculados a la red por su relación exclusiva con aquellos nodos

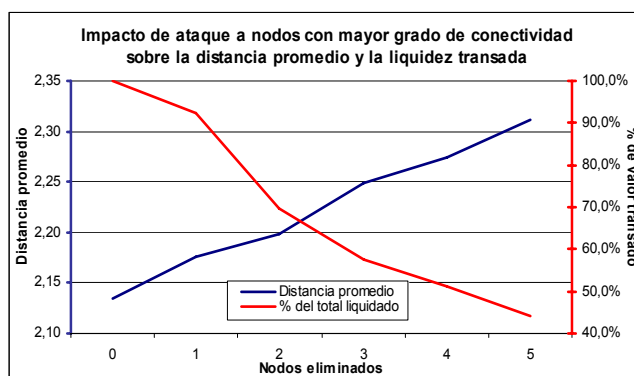
núcleo eliminados. Esta preferencia de exclusividad de algunas entidades podría ser explicada por decisiones relacionadas con los beneficios que se obtienen de acuerdos bilaterales de corresponsalía bancaria o de fidelidad con algunos proveedores de liquidez.

Y aunque la tabla como el gráfico citados, permiten cuantificar los efectos de un ataque “extremo” de eliminación de cinco nodos, el considerar sólo la eliminación “factible” de dos de ellos induce una reducción significativa en el valor efectivamente transado, que pasaría del 100% observado en ese día a un 69,8%.

Tabla 4
Efecto del ataque a los cinco nodos con mayor grado de conectividad en la red de pagos interbancarios de alto valor CUD

Nodos eliminados	Distancia promedio	Nodos activos	% del total liquidado
0	2,1349	132	100,0%
1	2,1752	130	92,3%
2	2,1988	129	69,8%
3	2,2483	127	57,5%
4	2,2737	125	51,1%
5	2,3113	124	44,1%

Gráfico 5



El segundo escenario de simulación supone que el ataque a la red ocurre ahora sobre los cinco participantes con mayor participación en el valor transado. Vale la pena recordar que dado que la distribución promedio de los pagos por transacción presenta una alta variabilidad, no se puede afirmar enfáticamente que aquellas entidades con mayor valor transado son también las de mayor grado de conectividad. En efecto, durante ese día, dos de las cinco entidades seleccionadas por mayor grado de conectividad no aparecen cuando el criterio de selección es el de mayor valor transado.

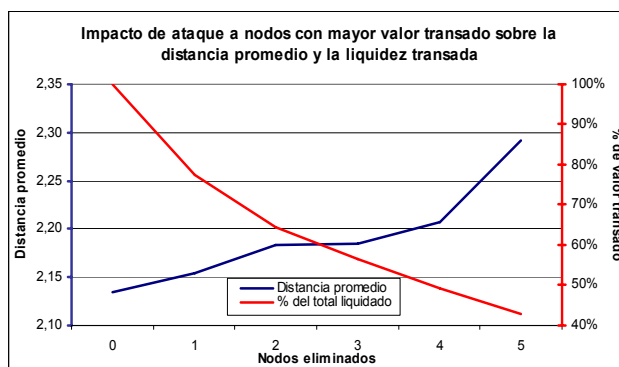
En la tabla 5 y el gráfico 6, es posible detallar en este caso que la distancia promedio aumentaría hasta 2,29 nodos, cifra inferior a la de 2,31 nodos alcanzada en el escenario inmediatamente anterior Y aunque el aumento en la distancia promedio es menor relativo a la simulación anterior, el número de nodos que pertenecerían al GWCC se mantendría en 124.

Respecto al valor de pagos liquidados este se reduciría a 42,8% del total observado, porcentaje levemente inferior al 44,1% resultante del simulacro anterior.

Tabla 5
Efecto del ataque a los cinco nodos de mayor valor transado
en la red de pagos interbancarios de alto valor CUD

Nodos eliminados	Distancia promedio	Nodos activos	% del total liquidado
0	2,1349	132	100,0%
1	2,1543	131	77,5%
2	2,1836	130	64,6%
3	2,1846	129	56,6%
4	2,2075	128	49,3%
5	2,2916	124	42,8%

Gráfico 6



Los resultados de las tablas 4 y 5, permiten también comparar como ante la eliminación del primer nodo, los efectos sobre la distancia promedio y el porcentaje de valor transado difieren, confirmando el hecho de que la entidad con mayor número de contrapartes no es necesariamente la que mayor valor transfiere.

En efecto como era de esperarse, mientras que la distancia promedio aumenta más cuando se elimina el nodo de mayor conectividad 2,17 que el de mayor valor transado 2,15; el recorte en el valor transado es menor para el primero (7,7%) que para el segundo (22,5%).

De la interpretación de los resultados obtenidos en esta simulación, se concluye que un ataque de este tipo impactaría negativamente tanto la estabilidad de la red como el flujo normal de los pagos. La magnitud del efecto sobre la estabilidad y el valor efectivamente liquidado guarda relación directa con el número de nodos concentradores afectados.

Ianoka et al (2004) a este respecto reconocen que ante el cese de las funciones de un nodo núcleo, otro puede asumir ese rol, y postulan el concepto de estabilidad dinámica para la red de pagos interbancarios. A partir de este concepto los autores plantean algunas políticas dirigidas a mantener dicha estabilidad, donde los BCs se verían presionados a brindar apoyo al nodo núcleo en presencia de problemas o a facilitar el reemplazo sin traumas de éste afectado por otro que asuma su rol.

La posibilidad de detectar los nodos críticos permitiría a los BCs enfocar su esfuerzo de seguimiento *ex-ante* con el fin de prevenir y/o mitigar el impacto que ante fallas y ataques se desencadenan sobre la estabilidad del sistema; y dirigir su apoyo *ex-post* para que frente a eventuales interrupciones se garantice la pronta recuperación y el continuo flujo de los pagos.

El uso de esta herramienta de simulación en la red de pagos interbancarios permitiría a los BCs adelantar, en el ejercicio de su labor de seguimiento, la acción de monitoreo con el fin de medir, controlar y reducir el potencial riesgo sistémico.

Ejercicio de simulación 2 – Eliminación aleatoria de entidades durante el apagón de 2007

Este ejercicio de simulación se construyó para la red de pagos interbancarios conformada durante el 26 de abril de 2007, día del apagón de 4 horas y 40 minutos ocasionado por una falla en el sistema de interconexión eléctrica. En esta simulación se evalúa el impacto que habría tenido el hecho de que ante este corte en el flujo eléctrico, algunas entidades participantes en el CUD hubiesen perdido la conexión con las demás, perdiendo la posibilidad de enviar/recibir pagos y afectando la estabilidad de la red.

Pero las fallas y los ataques hipotéticos aquí planteados, afectarían a la red de pagos, tal como lo sugieren Soramäki et al. (2006) de acuerdo con lo observado en el Fedwire el 11 de Septiembre de 2001, a través de dos vías: una sobre la infraestructura de la red y la otra sobre la coordinación entre los integrantes del sistema.

Para tal propósito se calcula para la red de transacciones de pago conformada, la distancia promedio, el diámetro y el número de nodos que sobreviven vinculados al componente fuerte (GSCC), ante la eliminación aleatoria y sucesiva de hasta cinco nodos. Estos resultados se comparan con los obtenidos para una red aleatoria construida artificialmente de tipo Erdős-Rényi²¹ de igual tamaño y conectividad en el componente fuerte (GSCC).

En la tabla 6 es posible advertir los efectos de la eliminación de los nodos ante la falla hipotética aquí considerada. Los resultados de esta eliminación aleatoria de cinco nodos del componente fuerte (GSCC) de la red observada, a primera vista parecerían contradictorios, ya que mientras que el tamaño habría experimentado una pérdida adicional de 3 nodos, como efecto de segunda vuelta; la distancia promedio se habría reducido de 2,16 a 2,14, brindando indicios de una mayor estabilidad de la red.

Este resultado puede ser comprendido, cuando se reconoce que las medidas del diámetro y distancia promedio aplican sobre los nodos sobrevivientes, de forma que si los nodos eliminados aleatoriamente eran de baja conectividad o se ubicaban en la periferia de la red, esto permitiría a los nodos sobrevivientes conformar una red más compacta (reducir distancia promedio). En este caso el mayor impacto de esta falla sobre la red, ocurriría sobre los tres nodos que quedarían aislados, a los cuales les sería imposible enviar y/o recibir pagos; situación que dependiendo de su participación en el valor liquidado podría generar en el sistema problemas de liquidez o entramientos en el flujo de los pagos.

Comparativamente, los resultados de diámetro de 4 y de distancia promedio de 2,10, obtenidos en la red de tipología aleatoria Erdős-Rényi construida artificialmente son siempre menores a las del componente GSCC de la red observada. Esta comparación permite, de acuerdo con Albert, Jeong y Barabasi (2003), concluir acerca de la mayor robustez de la red aleatoria ante fallas respecto a una tipo *scale-free*, como la conformada durante este día por las transferencias de pagos de alto valor en el CUD.

²¹ De acuerdo con Lanoka et al (2004), una red con gran conectividad permite una mayor estabilidad y una menor eficiencia/economía. De forma que una red completa, donde existen vínculos entre todos sus nodos componentes, permite alcanzar la máxima estabilidad pero mínima eficiencia o economía.

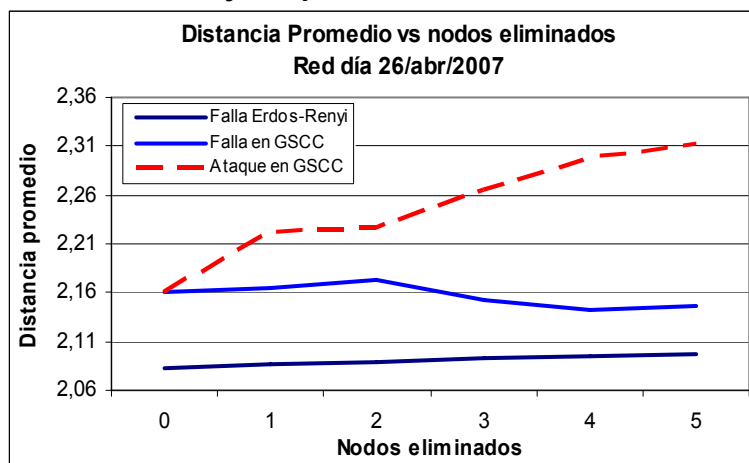
Tabla 6
Efectos de fallas y ataques en el componente GSCC de la red de pagos interbancarios de alto valor CUD frente a una aleatoria Erdős-Rényi de igual tamaño y conectividad.

Nodos eliminados	Falla en GSCC			Falla en Erdős- Renyi			Ataque en GSCC		
	Distancia Promedio	Diámetro	Nodos restantes	Distancia Promedio	Diámetro	Nodos restantes	Distancia Promedio	Diámetro	Nodos restantes
0	2,16140	5	126	2,08178	4	126	2,16140	5	126
1	2,16477	5	125	2,08587	4	125	2,22260	5	122
2	2,17224	5	124	2,08930	4	124	2,22586	5	115
3	2,15147	5	120	2,09296	4	123	2,26518	5	114
4	2,14300	5	119	2,09565	4	122	2,29851	5	113
5	2,14668	5	118	2,09738	4	121	2,31309	5	110

Cuando se evalúa como se comporta la red de pagos en este día ante ataques dirigidos a los nodos de mayor grado de conectividad, se confirma la vulnerabilidad de esta red tipo *scale-free* frente a ataques. En efecto, los resultados de la tabla 6 y el gráfico 6 atestiguan este hecho, ya que una vez se eliminan los cinco nodos con mayor conectividad, el número de nodos integrantes del GSCC se reduce a 110, esto es una reducción de adicional de 11 nodos en segunda vuelta y un aumento en la distancia promedio de 2,16 a 2,31.

El gráfico 7 permite comparar los efectos sobre la distancia promedio de la red tras la eliminación aleatoria de cinco nodos. Se puede apreciar que aunque la red de pagos tipo *scale-free* observada es menos robusta ante fallas que su semejante aleatoria, puede soportarlas satisfactoriamente; pero cuando esta es sometida a ataques, el creciente aumento en la distancia promedio brinda indicios de creciente deterioro en la estabilidad de la red.

Gráfico 7
Efecto de fallas y ataques sobre la estabilidad de la red



Pero esta falla simulada en los cinco integrantes de la red, también conlleva a que estos no puedan enviar ni recibir pagos, reduciendo de esta forma el valor transado entre los restantes. La tabla 7 y el gráfico 7 permiten, para la misma fecha del apagón, dimensionar el impacto de de esta falla sobre la distancia promedio entre nodos y el valor total liquidado.

Tabla 7
Efecto de fallas sobre la estabilidad y valor transado en la red

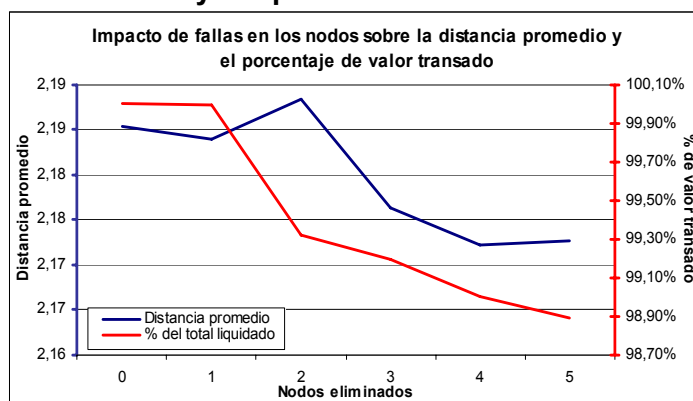
Nodos eliminados	Distancia promedio	Nodos activos	% del total liquidado
0	2,1853	131	100,0%
1	2,1840	130	100,0%
2	2,1885	129	99,3%
3	2,1763	128	99,2%
4	2,1722	127	99,0%
5	2,1726	126	98,9%

Es posible advertir en los resultados que ya que la distancia promedio entre nodos no aumenta, la red de pagos exhibe la propiedad de ser lo suficientemente robusta para soportar estas fallas simuladas. La baja conectividad de los nodos se confirma al notar en la columna de nodos activos de la tabla anterior, que tras la eliminación sucesiva de estos nodos, no se genero la desconexión adicional de otros a ellos vinculados.

Respecto al valor transado, el gráfico 8 y la tabla 7 permiten revelar que tras la eliminación aleatoria de las diez entidades, el recorte en el valor observado de COP\$ 13,6 bn habría sido de tan solo 1,1%. Esta reducción marginal puede ser explicada por la baja participación tanto en el valor transado como en la conectividad de los nodos eliminados aleatoriamente.

Estos argumentos evidencian la presencia de la propiedad de estabilidad ante fallas, que Albert, Jeong y Barabasi (2003) hallaron en este tipo de redes.

Gráfico 8
Efecto de fallas y ataques sobre la estabilidad de la red



Como corolario de los resultados obtenidos se destaca la necesidad de que los participantes para mantenerse vinculados a la red de transferencia de valor, cuenten con alternativas de respaldo, tanto en el área operativa como de fuentes de liquidez, para que ante interrupciones el flujo normal de los pagos sea garantizado a través de la capacidad de recuperación y no se traduzca en problemas de coordinación que afecten la estabilidad de la red.

Ejercicio de simulación 3 – Ataque por la eliminación de una línea dedicada de comunicaciones hacia el CUD

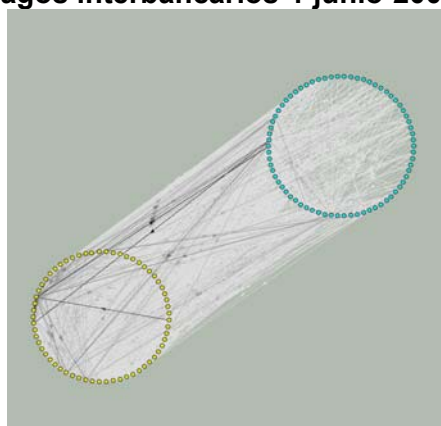
Esta simulación también considera el día 26 de abril de 2007 y plantea una situación hipotética de interrupción de amplia escala mediante la cual, la comunicación de algunas entidades con el sistema CUD habría sido suspendida por la caída de las

líneas dedicadas de comunicación de algunos de los proveedores de este servicio. Para tal fin se supone que de los 131 participantes con acceso al CUD y activos durante ese día, el 50% de ellos lo habría hecho a través de las líneas dedicadas de estos proveedores de comunicación que experimentarían los problemas.

La figura 4 muestra en el componente débil de la red GWCC, las relaciones de pago que mantienen los nodos conectados al proveedor de comunicación entre ellos (circulo inferior) y con los demás integrantes de la red (circulo superior).

La distancia promedio observada para este componente de 2,19 nodos aumentaría a 2,27, una vez los nodos conectados al CUD pierden la comunicación, afectando tanto la estabilidad de la red como el valor posible de liquidar.

Figura 4. Red de pagos interbancarios 4-junio-2007 – Valor transferido



Como resultado de la eliminación de estos nodos se habrían realizado solo 1.326, el 23,09% de las 5.743 transacciones observadas y respecto al valor transado, la caída sería aún más drástica, permitiendo liquidar tan sólo COP\$ 1,1 bn, esto es 8,2% de los COP\$ 13,6 bn observados durante ese día.

Este tipo de escenario de interrupción de amplia escala que es considerado como rutinario dentro de las sanas prácticas implementadas por el FED, luego de los hechos de Septiembre de 2001, deja al mismo tiempo ver la preocupación de algunos BC de no dejar de lado aspectos relacionados con la infraestructura (comunicaciones, suministro de energía). Toda vez que deficiencias en el diseño y desempeño de la infraestructura pueden impedir el flujo normal de los pagos, induciendo con el aumento de la probabilidad de riesgo sistémico, el deterioro significativo en la estabilidad de la red y generando problemas de liquidez. Para tal fin son valiosas las experiencias que el FED y el Comité de riesgos de pago de los EUA recogen con el propósito de garantizar las telecomunicaciones y la capacidad de recuperación de los sistemas de pago involucrados.²²

VII. Conclusiones

Los bancos centrales conscientes de la importancia que los sistemas de pago tienen para la transmisión de la política monetaria, el funcionamiento de los bancos, del sistema financiero y la economía en general, promueven la seguridad y eficiencia de los sistemas de pago con el fin de garantizar el normal funcionamiento de los pagos internos y externos.

²² Se hace referencia a los documentos "Best Practices to assure telecommunications continuity for financial institutions and the Payment & Settlement Utilities" publicado por el Comité de Riesgos de Pago y el Banco de la Reserva Federal de Nueva York en Sep/2004 y el de "Interagency Paper on Sound Practices to Strengthen the Resilience of the U.S. Financial System" de la Junta Directiva de la Reserva Federal en Abr/2003.

Es claro, pues, que los sistemas de pago (SP), al estar basados en la interacción entre sus participantes conforman redes, que por su naturaleza, están expuestas a riesgos financieros de diverso género, entre los cuales es objeto de particular preocupación el potencial de riesgo sistémico. Este último tiene lugar cuando, ante la ocurrencia de una falla o problema en uno de los participantes, se desencadena un efecto ampliado que pone en riesgo a los demás participantes en la red y al sistema en general.

Como el riesgo sistémico inherente en los sistemas de pagos resulta de la estructura de las conexiones que entre los participantes de la red de pagos interbancarios se conforma, resulta útil para el logro de los objetivos de seguridad y eficiencia propios de la labor de seguimiento, contar con los aportes que la física estadística ha hecho para el análisis de redes complejas con el fin de administrar, medir y controlar el riesgo. El poder identificar la tipología de la red de pagos interbancarios o la distribución de frecuencias que se ajusta al grado de conectividad de los nodos que la conforman permite inducir ciertas propiedades relativas a la estabilidad y la eficiencia.

La naturaleza estática del análisis que aquí se realiza, al ignorar el orden en la secuencia de pagos que a través del CUD se realiza, impide alcanzar conclusiones relacionadas con la coordinación o problemas de entramamiento en las transferencias a lo largo del día. Probablemente un análisis que tenga en cuenta estas consideraciones, podría conducir a escenarios más críticos que los aquí descritos.

La distribución del grado de conectividad de la red de pagos interbancarios de alto valor CUD en Colombia, permite identificar una estructura de *Free Scale*, similar a las observadas en el Fedwire de USA y el BOJNet de Japón y en otros sistemas de diversa naturaleza, donde son muchos los nodos con muy pocas conexiones y muy pocos los nodos con muchas conexiones. Este tipo de red presenta la propiedad de ser robusta ante fallas pero vulnerable frente a ataques.

De forma que los resultados obtenidos en los ejercicios de simulación de fallas y ataques realizados en este análisis, permiten dimensionar no sólo la pérdida en la estabilidad de la red y el impacto sobre el valor transado, sino que nos brindan la posibilidad de identificar los nodos que son críticos para el normal funcionamiento de los pagos. Su propósito práctico es el de enfocar hacia ellos un mayor esfuerzo de seguimiento *ex-ante*, con el fin de prevenir y/o mitigar el impacto que ante fallas y ataques se desencadenan sobre la estabilidad del sistema; y dirigir su esfuerzo de soporte *ex-post*, para que frente a eventuales interrupciones se garantice la pronta recuperación y el continuo flujo de los pagos.

Los resultados del impacto sobre la estabilidad de la red y en el valor transado de las simulaciones realizadas, permiten sugerir que con el fin de mantener la seguridad y la eficiencia en el sistema de pagos, la labor de seguimiento de los BC debe considerar aspectos relacionados con la infraestructura, toda vez que deficiencias en su diseño y desempeño pueden inducir al aumento de la probabilidad de riesgo sistémico con el deterioro significativo en la estabilidad de la red y la reducción del valor transado. La experiencia de la FED y el Comité de riesgos de pago de los Estados Unidos de América en este tema es valiosa para garantizar las telecomunicaciones y la capacidad de recuperación de los sistemas de pago involucrados.

Tras estas consideraciones, es necesario que las entidades encargadas de la labor de seguimiento creen conciencia en los participantes acerca de la responsabilidad que adquieren frente al conjunto del sistema, para garantizar el flujo normal y coordinado de los pagos interbancarios. La existencia de externalidades negativas propias de una red como la de pagos, justifica las exigencias que con base en la experiencia

internacional pueda imponer la autoridad encargada del seguimiento. El cumplimiento de estándares para el normal de funcionamiento, así como de planes adecuados de contingencia y de continuidad del negocio ante eventuales interrupciones, buscan blindar al sistema ante potenciales perturbaciones.

VIII. Bibliografía

- Adamic L. Zipf's law & fat tails Plotting and fitting distributions. Presentation University of Michigan.
- Albert R., Jeong H y Barabási A.L. Diameter of the World-Wide Web. Brief communications. Nature Vol 401. Sep 9 1999.
- Albert R., Jeong H y Barabási A.L. Error and attack tolerance of complex networks. arXiv:cond-mat/0008064v1 3Aug2000.
- Albert R., y Barabási A.L., Statistical Mechanics of Complex Networks, arXiv:cond-mat/0106096 v1 6 Jun 2001
- Barabási A.L., Ravasz E. y Vicsek, T. Deterministic scale-free networks. Physica A. Elsevier 559-564, July 2001
- Batagelj V.- Analysis of Large Networks with Pajek. University of Ljubljana. Workshop: Sunbelt XXVII, Corfu Island, Greece, 1-6 May,2007
- Batagelj V. y Mrvar A.- Pajek Program for analysis and visualization of Large Networks: Reference Manual. Ver.1.19, May 2007.
- Bech M. y Garrat R – Illiquidity in the interbank payment system following Wide-Scale Disruptions. Federal Reserve Bank of New York Staff Report, No 239, March 2006
- BIS- CPSS. Central bank oversight of payments and settlement systems. May 2005
- Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M. y Hwang D.-U. Complex networks: Structure and dynamics. Physics Report, Science direct Elsevier. Oct 27 2005
- Börner K., Sanyal S. y Vespignani A. Network Science. Blasie Cronin. Annual Review of Information Science of Technology Vol 41.
- Boss M., Elsinger H, Summer M y Thurner S. An empirical analysis of the network structure of the Austrian Interbank market. Financial Stability Report 7 ONB. 2004.
- Braha D. Topology of large-scale engineering problem-solving networks. Physical Review E 69, 016113 (2004) The American Physical Society.
- De Nooy W., Mrvar A. y Batagelj V. Exploratory social network analysis with Pajek. Cambridge University Press. 2005
- Dorogovtsev S. N., Mendes J.F.F y Samukin A.N. Giant strongly connected component of directed networks. arXiv:cond-mat/0103629v1 30Mar2001.
- Dorogovtsev S. N., Mendes J.F.F.. Evolution of networks. arXiv:cond-mat/0106144v2 7Sep2001.
- Dorogovtsev S. N., Mendes J.F.F. Evolution of networks: From Biological Nets to the Internet and WWW. – Oxford 2003.
- Dorogovtsev S. N. y Mendes J.F.F. The shortest path to complex networks. arXiv:cond-mat/0404593v4 24Jul2004
- DODM Banco de la República. La estructura del mercado de títulos de deuda pública del Sistema Electrónico de Negociación SEN. Recuadro 8. Pag 82-91. Informe de estabilidad Financiera Sep 2006.
- DSEP. Análisis de los flujos de liquidez en las cuentas de depósito de Comisionistas de Bolsa, Fiduciarias y Fondos de Pensiones y Cesantías. Mimeo SOB. Banco de la República Colombia. Enero 2007.
- Farmer J.D., Shubik M. y Smith E. Economics: the next physical science? 3/june/2005.
- Freixas X., Parigi B. y Rochet J-C. Systemic Risk, Interbank Relations and Liquidity Provision by the Central Bank. Journal of Money, Credit and Banking. Vol 32. No.3 (Aug. 2000).
- Federal Reserve System. Interagency Paper on Sound Practices to Strengthen the Resilience of the U.S. Financial System. April 2003.
- Goldstein M, Morris S y Yen G. Problems with fitting to the Power-Law distribution. arXiv:cond-mat/0402322v3 13Aug2004.

- Herr B. y Huang W. An introduction to the Network Workbench and Cyberinfrastructure Shell. School of Library and Information Science. Indiana University IN. USA
- Ianoka H., Ninomiya T., Taniguchi K., Shimizu T. y Takayasu H. Fractal network derived from banking transaction – An analysis of network structures formed by financial institutions- Bank of Japan Working Paper Series No 04-E-04. April 2004
- Mills D. y, Nesmith T, Risk and Concentration in Payment and Securities systems. Board of Governors of the Federal Reserve System. Oct 17/2006
- Murawski, C. Systemic risk in a Network Context. Presentation Budapest 6/8/2006 Budapest
- Newman M.E..J. Analysis of weighted networks. arXiv:cond-mat/0407503v1 20Jul2004
- Onody R. y Catro P. Complex network study of Brazilian soccer players. arXiv:cond-mat/0409609v2 [cond-mat. Other] 1 Oct 2004.
- Shiode Narushige y Batty M. Power law distributions in real and virtual worlds. Centre for Advanced Spatial Analysis –CASA University College London Feb 2000.
- Solé R., Corominas Murtra B., Valverde S y Steels L. Language network: the structure, function and evolution.
- Soramäki K., Bech M., Arnold J., Glass R., y Beyeler Walter. The topology of interbank payments flow. Federal Reserve Bank of New York Staff Report, No 243, March 2006
- The Payments Risk Committee. Best Practices to assure telecommunications continuity for financial Institutions and the Payment & Settlement Utilities. September 2004
- Ruiz León A. y Gil-Mendieta J. Redes variables en el tiempo: visualización con Pajek. REDES. Revista hispana para el análisis de redes sociales. Vol 6 Jun/Jul 2004.
- Velázquez A y Aguilar N. Manual introductoria al análisis de redes sociales. Medidas de centralidad. México Junio 2005.

INTERNET

- Adamic L. y Huberman B. Zipf's law and the Internet. Glottometrics 3, 2002,143-150
- Adamic L. y Huberman B. Zipf, Power-laws, and Paretto – a ranking tutorial. Information dynamics Lab. Palo Alto, CA 94304.
- Eisenberg L y Noe T. Systemic Risk in financial networks. Clearing networks June 1999.
- Federal Reserve Policy on Payment System Risk. Amended July 20/2006
- Goldstein M., Morris S., y Yen G. Fitting to the Power-law distribution. School of electrical and computer Engineering. Oklahoma State University
- Hirtle B. The impact of Network Size on Bank Branch Performance. Staff report no 211. Federal Reserve Bank of New York. June 2005
- Izquierdo L., y Hanneman R. Introduction to the formal analysis of social networks using Mathematica
- Lelyveld I v. y Liedorp F. Interbank contagion in the Dutch banking Sector: A sensitivity analysis. De Nederlandshe Bank 2004
- Li-Chun Y., Kretschmer H., Hanneman R. y Ze-Yuan L., The evolution of a citation network topology: the development of the journal Scientometrics.
- Shiode Narushige y Batty Michael. Power Law distributions in real and virtual worlds.

Anexo 1

Transferencias de valor entre participantes CUD * Octubre - Noviembre 2006

Fecha	Valor liquidado Billones COP\$	100% del Valor Liquidado		Pagos enviados por los 24 mayores originadores		% de Valor liquidado entre los 24 mayores originadores
		% Participantes Origen	% Participantes Destino	% Participantes Destino	% de Valor liquidado	
2-10-06	17,8	81,0%	81,0%	73,2%	75,3%	51,4%
3-10-06	17,2	80,4%	79,7%	76,5%	76,7%	54,4%
4-10-06	17,3	80,4%	78,4%	72,5%	75,1%	52,5%
5-10-06	20,5	80,4%	77,1%	72,5%	70,5%	45,7%
6-10-06	18,5	83,7%	83,0%	77,1%	74,9%	50,9%
9-10-06	17,5	80,4%	77,8%	72,5%	73,9%	50,5%
10-10-06	18,8	80,4%	82,4%	74,5%	75,0%	51,1%
11-10-06	16,0	79,7%	77,8%	73,2%	77,1%	54,2%
12-10-06	17,0	81,0%	79,1%	73,9%	75,9%	53,0%
13-10-06	15,2	82,4%	79,1%	74,5%	75,8%	53,5%
17-10-06	15,3	82,4%	80,4%	73,9%	77,1%	56,0%
18-10-06	19,2	79,7%	79,7%	75,2%	75,0%	52,1%
19-10-06	16,4	79,7%	75,8%	71,9%	75,9%	52,8%
20-10-06	15,7	78,4%	75,2%	70,6%	75,6%	53,6%
23-10-06	15,3	79,7%	81,0%	72,5%	77,9%	54,7%
24-10-06	14,7	80,4%	78,4%	73,2%	77,6%	55,8%
25-10-06	13,7	79,7%	80,4%	75,8%	76,4%	54,8%
26-10-06	19,5	82,4%	85,6%	73,9%	76,0%	54,1%
27-10-06	17,4	83,0%	83,7%	76,5%	75,5%	53,2%
30-10-06	17,5	84,3%	86,9%	75,2%	75,1%	53,8%
31-10-06	15,2	78,4%	79,7%	72,5%	75,1%	53,8%
1-11-06	17,8	79,7%	77,8%	72,5%	76,0%	54,1%
2-11-06	19,1	79,7%	80,4%	75,2%	75,9%	55,1%
3-11-06	15,1	77,8%	77,1%	72,5%	76,9%	54,8%
7-11-06	18,3	79,1%	77,8%	73,2%	77,8%	58,3%
8-11-06	17,8	80,4%	79,7%	73,9%	76,9%	56,0%
9-11-06	20,8	81,0%	75,2%	71,9%	75,8%	54,1%
10-11-06	18,0	79,7%	78,4%	72,5%	77,1%	56,2%
14-11-06	20,0	78,4%	77,1%	73,2%	77,3%	57,4%
15-11-06	19,2	79,7%	78,4%	73,9%	78,1%	58,4%
16-11-06	21,4	79,1%	77,8%	73,2%	76,9%	55,2%
17-11-06	19,3	79,7%	79,7%	72,5%	77,4%	56,9%
20-11-06	17,7	83,7%	81,7%	75,2%	78,6%	59,8%
21-11-06	22,5	79,7%	78,4%	74,5%	76,8%	56,7%
22-11-06	18,1	81,7%	81,0%	76,5%	76,5%	55,0%
23-11-06	15,9	79,7%	76,5%	69,9%	78,5%	57,3%
24-11-06	15,8	79,1%	77,8%	73,9%	77,5%	57,1%
27-11-06	16,1	80,4%	79,7%	73,9%	76,4%	55,4%
28-11-06	18,6	83,7%	75,8%	71,2%	77,0%	54,3%
29-11-06	16,0	75,2%	75,8%	69,9%	76,5%	54,5%
30-11-06	17,1	76,5%	74,5%	73,9%	74,3%	52,2%
Promedio	17,57	80,30%	79,10%	73,54%	76,23%	54,40%
Desv. Stand	1,96	1,87%	2,70%	1,68%	1,44%	2,52%

* Excluye al BR y a la DTN de los participantes del CUD

Fuente: Banco de la República - DSEP

Anexo 2

Indices de Concentración de las Transacciones en el CUD *

	Valor transado		Volumen transacciones	
	GINI	CR10 10 Particp.	GINI	CR10 10 Particp.
02-Oct-06	70,96%	46,08%	70,04%	45,77%
03-Oct-06	72,07%	47,85%	70,21%	46,57%
04-Oct-06	71,62%	47,69%	70,11%	46,63%
05-Oct-06	66,38%	40,69%	69,79%	46,92%
06-Oct-06	72,35%	45,48%	71,93%	47,54%
09-Oct-06	70,22%	45,11%	70,43%	46,88%
10-Oct-06	70,94%	44,82%	69,41%	45,78%
11-Oct-06	71,96%	47,52%	69,89%	47,30%
12-Oct-06	71,78%	46,96%	70,32%	46,96%
13-Oct-06	72,04%	46,92%	68,17%	42,03%
17-Oct-06	72,62%	53,57%	67,50%	46,48%
18-Oct-06	70,23%	47,14%	69,71%	47,57%
19-Oct-06	71,61%	48,97%	69,41%	47,53%
20-Oct-06	70,78%	48,61%	67,77%	44,26%
23-Oct-06	71,36%	48,79%	68,45%	45,47%
24-Oct-06	72,47%	48,54%	70,14%	44,82%
25-Oct-06	71,03%	47,10%	67,42%	43,27%
26-Oct-06	72,10%	45,87%	69,65%	46,99%
27-Oct-06	71,88%	49,40%	67,79%	44,77%
30-Oct-06	72,32%	50,37%	67,75%	45,82%
31-Oct-06	70,16%	46,38%	67,16%	44,02%
01-Nov-06	71,58%	47,85%	69,36%	45,21%
02-Nov-06	72,12%	48,40%	69,33%	45,72%
03-Nov-06	71,34%	48,20%	68,67%	45,76%
07-Nov-06	72,88%	49,48%	71,43%	48,85%
08-Nov-06	72,65%	48,46%	70,86%	47,03%
09-Nov-06	72,02%	48,24%	68,27%	45,66%
10-Nov-06	72,94%	49,21%	68,85%	46,20%
14-Nov-06	72,30%	49,60%	69,17%	47,38%
15-Nov-06	72,74%	48,12%	69,65%	46,35%
16-Nov-06	72,65%	47,75%	69,37%	46,31%
17-Nov-06	70,62%	45,82%	66,96%	44,22%
20-Nov-06	74,62%	48,88%	71,18%	46,48%
21-Nov-06	70,90%	44,93%	69,77%	46,54%
22-Nov-06	72,75%	47,36%	69,70%	45,64%
23-Nov-06	73,53%	49,43%	70,28%	47,41%
24-Nov-06	72,15%	46,13%	68,63%	44,81%
27-Nov-06	71,70%	47,56%	68,22%	46,38%
28-Nov-06	72,93%	47,77%	69,94%	46,38%
29-Nov-06	70,01%	48,53%	66,74%	45,49%
30-Nov-06	68,33%	44,95%	65,45%	42,61%
Promedio	71,6%	47,6%	69,1%	45,9%
Desv. Stand.	1,4%	2,0%	1,4%	1,4%

* Excluye al BR y a la DTN de los participantes del CUD

Fuente: Banco de la República - DSEP

Anexo 3

Matriz de correlaciones contemporáneas entre algunas estadísticas de la red

	Links	Nodos	Valor	Volumen	Conectividad	Reciprocidad
Links	-					
Nodos	0,2771	-				
Valor	0,8536	0,1418	-			
Volumen	0,8421	0,0584	0,9376	-		
Conectividad	0,5920	-0,4001	0,5988	0,5778	-	
Reciprocidad	0,3531	-0,0147	0,4531	0,5026	0,2231	-

Anexo 4
Indicadores de Concentración de las Transacciones en el CUD

	Valor transado		Volumen transacciones	
	GINI	CR10 10 Particip.	GINI	CR10 10 Particip.
06-Mar-06	72,07%	43,98%	64,64%	44,23%
07-Mar-06	73,00%	45,61%	65,22%	44,59%
08-Mar-06	73,82%	45,84%	65,97%	43,12%
09-Mar-06	72,87%	42,48%	64,63%	43,22%
10-Mar-06	72,14%	43,17%	63,32%	41,50%
13-Mar-06	71,62%	45,78%	61,92%	41,62%
05-Jun-06	76,16%	49,73%	65,17%	42,49%
06-Jun-06	75,32%	47,47%	67,75%	45,82%
07-Jun-06	74,62%	47,86%	68,30%	48,54%
08-Jun-06	75,57%	49,23%	66,93%	46,25%
09-Jun-06	75,66%	45,60%	67,28%	44,49%
12-Jun-06	73,08%	44,86%	63,87%	44,67%
13-Jun-06	71,34%	44,58%	65,89%	46,20%
14-Jun-06	72,42%	46,40%	66,73%	47,54%
15-Jun-06	72,35%	48,13%	66,32%	46,77%
16-Jun-06	72,89%	46,53%	67,71%	45,52%
04-Sep-06	76,09%	44,91%	67,95%	44,60%
05-Sep-06	75,46%	46,31%	68,74%	44,02%
06-Sep-06	75,33%	45,44%	67,47%	44,15%
07-Sep-06	71,90%	44,60%	66,32%	43,23%
08-Sep-06	73,74%	43,80%	66,99%	41,73%
11-Sep-06	75,89%	47,66%	69,20%	46,82%
12-Sep-06	74,28%	43,97%	68,75%	45,17%
13-Sep-06	73,33%	45,60%	67,79%	43,71%
14-Sep-06	75,90%	48,45%	69,48%	45,28%
15-Sep-06	74,29%	45,96%	67,32%	43,65%
07-Nov-06	72,88%	49,48%	71,43%	48,85%
08-Nov-06	72,65%	48,46%	70,86%	47,03%
09-Nov-06	72,02%	48,24%	68,27%	45,66%
10-Nov-06	72,94%	49,21%	68,85%	46,20%
14-Nov-06	72,30%	49,60%	69,17%	47,38%
15-Nov-06	72,74%	48,12%	69,65%	46,35%
16-Nov-06	72,65%	47,75%	69,37%	46,31%
17-Nov-06	70,62%	45,82%	66,96%	44,22%
05-Mar-07	74,54%	47,76%	69,11%	46,04%
06-Mar-07	75,12%	46,88%	68,72%	44,83%
07-Mar-07	76,70%	49,43%	69,22%	46,17%
08-Mar-07	74,21%	46,85%	67,57%	43,21%
09-Mar-07	75,33%	49,12%	67,74%	43,73%
12-Mar-07	75,02%	50,06%	67,88%	44,57%
13-Mar-07	75,30%	48,20%	68,77%	46,02%
14-Mar-07	73,46%	44,80%	68,31%	44,92%
15-Mar-07	75,92%	51,03%	68,28%	44,40%
16-Mar-07	75,50%	50,20%	67,06%	42,89%
28-May-07	77,14%	51,77%	67,16%	43,74%
29-May-07	77,30%	48,64%	67,92%	44,54%
30-May-07	76,18%	49,05%	66,23%	41,29%
31-May-07	75,49%	50,32%	65,28%	41,24%
01-Jun-07	75,64%	50,08%	65,80%	42,12%
04-Jun-07	77,48%	51,87%	67,65%	44,34%
05-Jun-07	77,59%	48,86%	67,24%	44,32%
06-Jun-07	75,45%	48,48%	67,28%	44,34%
07-Jun-07	77,49%	48,31%	67,10%	42,30%
08-Jun-07	76,17%	46,66%	66,95%	41,23%
Promedio	74,4%	47,4%	67,4%	44,6%
Desv. Stand.	1,8%	2,2%	1,8%	1,9%