

Ensayos sobre POLÍTICA ECONÓMICA



UN MODELO DE ALERTA TEMPRANA PARA EL SISTEMA FINANCIERO COLOMBIANO

JOSÉ EDUARDO GÓMEZ-GONZÁLEZ;
INÉS PAOLA OROZCO HINOJOSA

ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA,
VOL. 28, NÚM. 62
EDICIÓN JUNIO 2010
PP. 124-147

Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista Ensayos Sobre Política Económica (*ESPE*). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando no se obtenga lucro por este concepto y además, cada copia incluya la referencia bibliográfica de *ESPE*. El(los) autor(es) del documento puede(n) además poner en su propio website una versión electrónica del mismo, pero incluyendo la referencia bibliográfica de *ESPE*. La reproducción de esta revista para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa de su Editor de *ESPE*.

UM MODELO DE ALERTA PRECOCE PARA O SISTEMA FINANCEIRO COLOMBIANO

JOSÉ EDUARDO GÓMEZ-GONZÁLEZ
INÉS PAOLA OROZCO HINOJOSA*

* Os conteúdos e opiniões deste documento são responsabilidade exclusiva dos autores e não comprometem nem a Superintendência Financeira da Colômbia, nem ao Banco da República nem a sua Junta Diretiva. Este documento favoreceu-se de valiosas discussões com Fernando Pineda e Hernán Piñeros. Adicionalmente, agradecemos os comentários e sugestões de Franz Hamann e os assistentes ao Seminário sobre Banca e Finanças de Asobancaria, e a dois avaliadores anônimos da revista ESPE.

Os autores são, respectivamente: Investigador principal da Unidade de Investigações, do Banco Central. Assessora, Superintendência Financeira da Colômbia.

Correio eletrônico:
jgomezgo@banrep.gov.co,
iporozco@superfinanciera.gov.co

Documento Recebido no dia 11 junho, 2009; versão final aceita no dia 17 novembro, 2009.

Neste trabalho apresenta-se um modelo estatístico de alerta precoce, que utiliza modelos de duração para avaliar o estado corrente e prognosticar o estado futuro da saúde financeira dos bancos na Colômbia. No artigo discutem-se as vantagens que tem utilizar modelos de duração como modelos estatísticos de alerta precoce frente aos mais comumente utilizados modelos de resposta binária. Argumenta-se que o modelo apresentado aqui, que estuda a probabilidade de deterioro dos créditos a partir da saúde financeira das contrapartes dos bancos, pode ser um bom complemento a um modelo de alerta precoce que estude diretamente a probabilidade de falência das entidades financeiras. A capacidade de prognóstico dentro da amostra do modelo é boa, e poderia pensar-se que a capacidade de prognóstico fora da amostra também é boa, já que a amostra de créditos comerciais utilizada nas estimações é bastante representativa.

Classificação JEL: C12, C41, E44, G01, G21.

Palavras Chave: Modelos estatísticos de alerta precoce, modelos de duração, intensidades de transição.

AN EARLY WARNING MODEL FOR THE COLOMBIAN FINANCIAL SYSTEM

JOSÉ EDUARDO GÓMEZ-GONZÁLEZ
INÉS PAOLA OROZCO HINOJOSA*

This study presents a statistical early warning model that uses survival analysis techniques to evaluate and forecast the current and future state of Colombian banks' financial health. The model built in this article analyzes how changes in borrowers' creditworthiness affect the probability of default of loans and the banks' solvency. This model complements early warning models that study banks' default probability directly. It has a pretty good in-sample forecast capacity.

JEL Classification: C12, C41, E44, G01, G21.

Keywords: statistical early warning models, hazard function models, migration intensities.

* The views herein are those of the authors and do not necessarily represent the views of the Financial Superintendence of Colombia, the Banco de la República or its Board of Directors.

We thank the participants of the Banking and Finance Seminar at Asobancaria and Fernando Pineda, Hernán Piñeros, Franz Hamman and two anonymous referees from the *ESPE* journal for their helpful comments.

The authors are, respectively: Senior Research Economist, Research Department of the Banco de la República, and advisor at the Financial Superintendence of Colombia.

E-mails: jgomezgo@banrep.gov.co, iporozco@superfinanciera.gov.co

Document received: June 11, 2009; Final version: November 17, 2009

UN MODELO DE ALERTA TEMPRANA PARA EL SISTEMA FINANCIERO COLOMBIANO

JOSÉ EDUARDO GÓMEZ-GONZÁLEZ
INÉS PAOLA OROZCO HINOJOSA*

* Los contenidos y opiniones de este documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen ni a la Superintendencia Financiera de Colombia, ni al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Este documento se favoreció de valiosas discusiones con Fernando Pineda y Hernán Piñeros.

Adicionalmente, agradecemos los comentarios y sugerencias de Franz Hamann y de los asistentes al Seminario sobre Banca y Finanzas de Asobancaria, y a dos evaluadores anónimos de ESPE.

Los autores son, respectivamente: Investigador Principal, Unidad de Investigaciones del Banco de la República de Colombia, y asesora de la Superintendencia Financiera de Colombia.

Correos electrónicos:
jgomezgo@banrep.gov.co,
iporozco@superfinanciera.gov.co

Documento recibido: 11 de junio de 2009; versión final aceptada: 17 de noviembre de 2009

En este trabajo se presenta un modelo estadístico de alerta temprana que utiliza modelos de duración para evaluar el estado corriente y pronosticar el estado futuro de la salud financiera de los bancos en Colombia. En el artículo se discuten las ventajas que tiene utilizar modelos de duración como modelos estadísticos de alerta temprana frente a los más comúnmente utilizados modelos de respuesta binaria. Se argumenta que el modelo aquí presentado, que estudia la probabilidad de deterioro de los créditos a partir la salud financiera de las contrapartes de los bancos, puede ser un buen complemento a un modelo de alerta temprana que estudie directamente la probabilidad de quiebra de las entidades financieras. La capacidad de pronóstico dentro de muestra del modelo es buena, y podría pensarse que la capacidad de pronóstico fuera de muestra también es buena, ya que la muestra de créditos comerciales utilizada en las estimaciones es bastante representativa.

Clasificación JEL: C12; C41; E44; G01; G21.

Palabras clave: modelos estadísticos de alerta temprana, modelos de duración, intensidades de transición.

I. INTRODUCCIÓN

La reciente crisis financiera mundial, que tuvo origen en los países desarrollados, sirve para recordarnos lo difícil que resulta analizar con precisión la vulnerabilidad de las entidades de crédito ante episodios de estrés financiero. La mayoría de los analistas han argumentado que buena parte de la culpa de la crisis financiera recae en el excesivo apalancamiento de los agentes y en la desmedida innovación financiera que llevó al desarrollo de instrumentos financieros “opacos”, cuyo riesgo no fue medido de forma adecuada ni por los agentes ni por los reguladores del sistema financiero.

Ante los recientes acontecimientos financieros internacionales, han vuelto a ganar importancia en la literatura financiera los modelos de alerta temprana cuyo propósito, como su nombre lo indica, consiste en adelantarse a los episodios de estrés financiero mediante la detección temprana de fragilidades en entidades particulares (o sistémicas) que pueden poner en riesgo la estabilidad del sistema financiero.

Es claro, entonces, que los sistemas de alerta temprana se constituyen en una herramienta invaluable para los reguladores y supervisores del sistema financiero. Si bien el monitoreo in situ es tal vez la mejor forma que tienen las autoridades para obtener información valiosa (cuantitativa y cualitativa) acerca de la salud financiera de las entidades vigiladas, este tipo de monitoreo puede resultar muy costoso si se realiza con una alta frecuencia; adicionalmente, puede haber un sesgo de percepción por parte de quien lo realiza (Brossard *et al.*, 2006). Por esta razón, los modelos estadísticos de alerta temprana son considerados una herramienta útil

para supervisores y reguladores en la detección de vulnerabilidades del sistema financiero¹.

En Colombia, tanto la Superintendencia Financiera de Colombia como el Banco de la República de Colombia tienen modelos cuantitativos de alerta temprana que han ido evolucionando en el tiempo². No obstante, la literatura en este tema evoluciona rápidamente a medida que se elaboran nuevas metodologías de análisis de riesgo. Por lo tanto, es importante redesarrollar e implementar modelos más adecuados que utilicen de forma más eficiente la información disponible para detectar tempranamente vulnerabilidades que puedan poner en riesgo la salud del sistema financiero colombiano.

Este estudio presenta un modelo estadístico de alerta temprana que utiliza modelos de duración para incorporar dos factores que son fundamentales para el primero: en primer lugar, incluye de forma explícita variables macroeconómicas (o de estado) que, junto con las variables microeconómicas propias de las entidades de crédito, pueden explicar la evolución de la salud del sistema financiero; en segundo lugar, permite un manejo eficiente de la información en el tiempo, puesto que el tiempo que lleva a que una entidad cambie de estado es modelado directamente dentro de la función de riesgo condicional.

El modelo que se presenta en este artículo, que sigue de forma cercana los presentados por Gómez-González y Kiefer (2009) y Gómez-González y Orozco (2010), puede convertirse en una herramienta útil para las autoridades del sistema financiero colombiano en la detección oportuna de fragilidades que potencialmente afecten de manera negativa la estabilidad del sistema financiero colombiano, y puede servir de complemento a los modelos estadísticos de alerta temprana que actualmente tiene el país.

El presente artículo está compuesto de cinco secciones; esta introducción es la primera. En la segunda sección se hace una revisión bibliográfica de la literatura relevante sobre los modelos de alerta temprana. En la tercera, se presenta el modelo

¹ Resulta claramente menos costoso tener un sistema de vigilancia *extra situ* que utilice modelos estadísticos de alerta temprana y que clasifique e identifique periódicamente a las entidades vulnerables —las cuales se pueden supervisar *in situ*—, que estar vigilando permanentemente *in situ* al universo de entidades.

² Véase Pineda y Piñeros (2009).

propuesto en el artículo y se muestra como éste puede ser complementario de los modelos existentes. En la cuarta parte se presentan los datos utilizados, los resultados empíricos del modelo y se discute su capacidad de pronóstico dentro de muestra. En la quinta parte se presentan las conclusiones.

II. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Existe una extensa literatura sobre los sistemas de supervisión y monitoreo de bancos en Estados Unidos y otros países desarrollados. Probablemente el trabajo pionero acerca de metodologías para distinguir entre bancos “buenos” y bancos “malos” es el de Altman (1968). En este trabajo, que se enfoca en el sistema financiero de Estados Unidos, se usa análisis discriminante y *Z-score* para separar bancos propensos a quebrar de bancos sólidos: a menor *Z-score*, mayor es la probabilidad que tiene un banco de quebrarse. Así mismo, el trabajo permite establecer un *Z-score* limítrofe que separa la muestra de bancos en dos, como se mencionó anteriormente.

Tanto Altman (1968) como varios trabajos posteriores utilizan variables explicativas propias de los bancos para estimar la probabilidad de que un banco se quiebre o entre en una situación de estrés, cualquiera que ésta sea. Varios de estos trabajos hacen uso de modelos Probit o Logit para estimar la probabilidad de cambio de estado de un banco, condicionando en variables explicativas. Por lo general, estos estudios han utilizado variables que siguen el espíritu de modelos CAMEL³ y han definido dos estados que son “banco activo” y “banco quebrado”.

Para mencionar solamente unos pocos estudios relevantes, Martin (1977), por ejemplo, usa datos de bancos en Estados Unidos y un enfoque de regresión Logit para construir un modelo de alerta temprana de quiebra de bancos. Kolari *et al.* (2000) presentan un estudio similar, pero usan solamente información de bancos grandes de Estados Unidos durante las décadas de los ochenta y los noventa. Ambos estudios encuentran que los indicadores CAMEL incluidos en las regresiones son conjuntamente significativos para explicar la probabilidad de quiebra de bancos en Estados Unidos. Adicionalmente, Kolari *et al.* (2000) encuentran que el poder predictivo dentro de muestra del modelo utilizado es relativamente alto, lo que sugiere que el mo-

3 CAMEL, por sus siglas en inglés: ‘C’, por *Capital Adequacy* (capital), ‘A’, por *Asset Quality* (calidad de activos), ‘M’, por *Management* (capacidad gerencial o eficiencia), ‘E’, por *Earnings* (rentabilidad) y ‘L’, por *Liquidity* (liquidez).

delo planteado puede usarse como modelo de alerta temprana de quiebra de bancos grandes en Estados Unidos.

En un estudio que sigue el espíritu de los anteriores, pero que usa información sobre bancos rusos, Lanine y Vander Vennet (2006) encuentran que modelos Logit que utilizan variables CAMEL para predecir la quiebra bancaria de instituciones rusas tienen un desempeño tan bueno como el de los modelos de reconocimiento de rasgo⁴, que son otros modelos utilizados con frecuencia en la literatura relacionada.

Andersen (2008) utiliza un modelo Logit que emplea variables financieras convencionales para explicar la quiebra de bancos de Noruega en el episodio de estrés financiero que vivió ese país entre 1988 y 1993. Muestra que su modelo tiene buena capacidad predictiva dentro y fuera de muestra y, por lo tanto, lo propone como un nuevo índice de riesgo que las autoridades financieras noruegas podrían usar.

También se han realizado estudios similares para países en desarrollo. Por ejemplo, Daley *et al.* (2006) construyen un modelo Logit parecido a los anteriores para explicar y predecir la quiebra de bancos en Jamaica entre 1992 y 1998. Encuentran que las variables CAMEL incluidas son conjuntamente significativas y, a la vez, reportan evidencia de una posible política de “*Too big to fail*” implementada por las autoridades financieras del país.

Con una metodología empírica un poco diferente, Ozkan-Gunay y Ozkan (2007) construyen un modelo para predecir fallas de bancos utilizando información de bancos de Turquía durante la crisis financiera de comienzos de la década de 2000. Emplean un enfoque ANN⁵, frecuentemente utilizado en ingeniería, y muestran que variables tipo CAMEL explican de manera significativa la probabilidad de quiebra de bancos turcos en el período de la crisis. El modelo tiene buen ajuste dentro de muestra.

Arena (2005) realiza el primer estudio empírico comparativo de fallas de bancos durante la década de los noventa para los países de Asia Oriental y los países de América Latina. Mediante el uso de datos de bancos y modelos Logit muestra que los fundamentales de los bancos afectan la probabilidad de quiebra de forma

4 Conocidos en inglés como “trait recognition models”.

5 Por sus siglas en inglés: *Artificial Neural Networks*.

significativa y dan cuenta de una importante proporción de la probabilidad de quiebra de bancos.

Para Colombia, Pineda y Piñeros (2009) presentan el Indicador Financiero Único (IFU), un modelo de alerta temprana que se utiliza en el Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República de Colombia. El IFU emplea las mismas variables de los modelos de alerta temprana tradicionales y hace uso de la función logística para generar un índice de vulnerabilidad financiera. Una diferencia del IFU frente a algunos estudios internacionales es que éste no incluye variables macroeconómicas y, por lo tanto, no controla de forma adecuada los cambios en el ciclo económico. Se concentra en comparar la vulnerabilidad de entidades particulares frente a sus pares, pero no considera el efecto que generan los cambios en el ambiente macroeconómico sobre el conjunto de entidades en sí⁶.

El IFU es un promedio ponderado de las variables empleadas que, mediante una transformación logística, genera un número en el intervalo compacto⁷ $[0, 2]$; éste es dividido en cuatro zonas, donde se ubican los bancos de acuerdo con el nivel de estrés que presentan. A cada variable le corresponde un valor crítico que se determina endógenamente a partir del promedio del sistema para dicha variable, y que sirve para comparar el desempeño relativo de cada entidad frente a dicho valor crítico.

Tener cuatro zonas de riesgo es útil para identificar entidades “mejores” y “peores” de acuerdo con su salud financiera. El problema de discretizar de esa forma un indicador continuo es que una diferencia infinitesimal entre el indicador de un banco y otro puede determinar que, aun siendo muy similares en sus condiciones financieras agregadas, queden ubicados en dos categorías de riesgo diferentes y se les dé un trato diferencial. Por ejemplo (este ejemplo es completamente arbitrario): si el valor crítico que separa la zona 3 de la zona 4 es 1,5, una entidad cuyo indicador sea 1,49 pertenecerá a la zona 3, mientras que una entidad cuyo indicador sea 1,51 pertenecerá a la zona 4⁸.

6 Puede haber efectos de variables macroeconómicas que no son intermediados directamente a través de la salud actual de los bancos, pero que pueden influir sobre la salud futura de los mismos; por esa razón deberían ser incluidos de forma explícita dentro de un modelo de alerta temprana (véase, por ejemplo, Brossard *et al.*, 2006).

7 Es decir, cerrado y acotado.

8 Adicionalmente, resulta muy difícil realizar un pronóstico dentro de muestra o fuera de muestra con el IFU, razón por la cual no es fácil conocer su bondad de ajuste. Primero, las cuatro zonas

Como estos, hay muchos otros estudios que usan modelos Logit y Probit (o transformaciones logísticas) para predecir quiebras bancarias utilizando como variables explicativas aquellas incluidas en modelos CAMEL. Sin embargo, varios trabajos, entre ellos los de Whalen (1991) y Gómez-González y Kiefer (2009), muestran que los modelos de duración basados en técnicas de análisis de sobrevivencia son superiores a los modelos comunes de variable explicativa binaria y pueden ser más efectivos como modelos de alerta temprana de quiebras bancarias. Si se dispone de información en el tiempo para varios bancos y un episodio de crisis en el que se identifiquen varias quiebras de bancos, los modelos de duración pueden ser superiores ya que son una generalización de los modelos de respuesta binaria frecuentemente utilizados en la literatura. Los modelos de duración modelan no sólo la ocurrencia de la quiebra, sino también el tiempo que tarda una quiebra en desarrollarse. De esta manera, permiten una medición más precisa del impacto de variables explicativas sobre la probabilidad de quiebra de un banco.

Adicionalmente, los modelos de duración son más flexibles que los modelos de respuesta binaria, pues permiten el uso de diferentes funciones de densidad (y no sólo la logística y la normal estándar) en el modelo de predicción de quiebra. Incluso, permiten el uso de modelos semiparamétricos en la modelación de la función de riesgo de quiebra, muy útiles por su flexibilidad puesto que no imponen formas funcionales rígidas a la función generadora de datos.

En este artículo usamos un modelo de duración para construir un modelo de alerta temprana de vulnerabilidad de los bancos en Colombia que puede servir como complemento de los modelos ya existentes. Sin embargo, nos alejamos del modelo propuesto por Gómez-González y Kiefer (2009) y de otros estudios que proponen el uso de modelos de duración para predecir la quiebra de bancos, como Carree (2003) y González-Hermosillo *et al.* (1996), en lo siguiente:

definidas por el IFU no son observables. Por lo tanto, es difícil comparar el número arrojado por el indicador con la realidad. Segundo, el IFU no estima parámetros estables en el tiempo que permitan usar valores proyectados de las variables y así pronosticar el valor del IFU en el futuro para una entidad. Tercero, el IFU es un indicador y no una probabilidad. Por este motivo, no se pueden usar las técnicas convencionales de chequeo de la bondad de ajuste dentro de muestra minimizando el error tipo 1 o el error tipo 2.

- Definimos de forma diferente el cambio de estado de interés: todos los estudios mencionados anteriormente definen un mundo de dos estados, donde existe un estado inicial (el banco está activo) y un estado absorbente (quiebra). En este estudio, nuestra unidad de análisis no es el banco, sino cada uno de los créditos que el banco otorga. Hacemos uso de una información de riqueza excepcional, que se describe más adelante en el presente artículo, y modelamos la probabilidad de cambio de estado de un crédito comercial otorgado por un banco en Colombia. De esa forma, nuestro interés no se concentra en estimar la probabilidad de quiebra de un banco de determinadas características financieras, sino que nos centramos en estudiar la probabilidad de deterioro de un crédito otorgado por un banco comercial. Pensamos que esta definición de estrés es adecuada porque permite identificar de manera muy fina los determinantes del deterioro de la calidad de cartera de los bancos, sabiendo que el deterioro de la cartera de un banco aumenta su fragilidad y su probabilidad de enfrentar problemas de estrés. Es importante recordar que los ingresos por cartera dan cuenta de cerca del 90% del total de ingresos financieros de los bancos en Colombia. De esta manera, un modelo construido para explicar dicha probabilidad puede ser útil como modelo de alerta temprana y puede complementar un modelo que se concentra en explicar la probabilidad de que un banco falle.
- Usamos información diferente de la usual en este tipo de estudios: todos los estudios anteriormente mencionados usan información de las hojas de balance de los bancos y construyen variables tipo CAMEL con información financiera de los mismos. En este estudio, dado que nuestro interés reside en la probabilidad de deterioro de los créditos comerciales de los bancos, usamos información de todos los créditos comerciales otorgados por los bancos en Colombia entre 1999 y 2007, y variables explicativas de los deudores a quienes dichos créditos pertenecen, haciendo uso de una base de datos de empresas suministrada por la Superintendencia de Sociedades de Colombia.

El modelo que se propone en este trabajo sigue de cerca al presentado en Gómez-González *et al.* (2009), el cual usa una metodología alternativa para estimar matrices de transición de la calidad de los créditos, pero reduce el universo de estados posibles de cinco a dos. En el presente artículo nuestro estado inicial es la cartera “buena”, es decir, todos los créditos comerciales que en su origen tenían calificación A⁹.

9 La calificación A es la más alta para los créditos en Colombia.

Algunos créditos permanecen durante toda su vigencia en dicho estado, pero otros cambian de estado en el tiempo de observación, pasando a una peor calificación. Para nosotros, cualquier crédito que pasa de categoría A hacia cualquier otra (B, C, D o E) es considerado como un crédito que cambió de estado, yéndose al estado no absorbente conocido como *cartera riesgosa*. En una sección posterior de este documento explicamos de manera más detallada la definición de los estados en el estudio.

III. EL MODELO PROPUESTO

Planteamos un mundo con dos estados posibles para la calidad de un crédito comercial otorgado por un banco: el estado A, en el cual el crédito es de buena calidad; y el estado B, al cual todos los créditos originados tienen una probabilidad de migrar en el tiempo. En este mundo ninguno de los dos estados es absorbente; es decir, la probabilidad de migrar del estado i al estado j es estrictamente mayor que cero, pero menor que uno, para $i, j = \{A, B\}$.

Nuestro interés es calcular las probabilidades de migración entre estados. En este caso particular, tenemos cuatro probabilidades de migración a ser estimadas. Varios artículos han mostrado que la forma tradicional de estimar las probabilidades de migración, que usa el método de conteo, lleva a estimativos sesgados del verdadero valor de las probabilidades y tiende a subestimar la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos (véase, por ejemplo, Lando y Skodeberg, 2002). Esto sucede porque el método de conteo asume que el proceso de migración puede ser representado de forma adecuada por un proceso Markoviano de primer orden sin la necesidad de controlar por características propias de los individuos sujetos a migración ni del ambiente, y porque si no se presentan migraciones del estado i al estado j durante el tiempo de observación, el estimador de máxima verosimilitud para la probabilidad de migrar de i a j es cero.

Dadas las falencias del método tradicional de estimación de matrices de transición, en la literatura reciente se han propuesto otras alternativas para estimar las matrices de transición para eventos crediticios. Una de ellas consiste en emplear metodologías de tiempo continuo para estimar las matrices de transición. Dentro de ésta, se han planteado diferentes propuestas. En este artículo seguimos la alternativa presentada por Gómez-González *et al.* (2009), quienes proponen el uso de un modelo de duración para estimar las intensidades de transición, controlando por factores propios de los individuos sujetos a migración y por variables que representan el estado del ciclo

económico, y a partir de las intensidades de transición recuperar las probabilidades de migración siguiendo un método de cuatro pasos.

El modelo de duración estimado es el siguiente: sea $\lambda_{ij}^n(t)$ la intensidad de transición de la categoría i a la categoría j , donde $i \neq j$. Entonces:

$$\lambda_{ij}^n(t) = Y_i^n(t) \alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t)) \quad (1)$$

Donde $Y_i^n(t)$ es una función indicador que se activa (toma el valor uno) cuando el crédito n se encuentra en el estado i en el momento t ; y $\alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t))$ es una función del tiempo y de una serie de variables explicativas que afectan la calidad del crédito n en el tiempo t .

Para efectos de estimación es tradicional utilizar máxima verosimilitud, dadas las ventajas de las propiedades asintóticas de los estimadores. Por lo tanto, cada contribución individual debe entrar en la función de verosimilitud con una forma paramétrica bien especificada. Es posible usar especificaciones paramétricas o semiparamétricas¹⁰. Dentro de las especificaciones paramétricas se puede usar una amplia familia de distribuciones. En aplicaciones de economía laboral, en las que se utilizan modelos de duración para estimar la duración del desempleo, por ejemplo, se usan con frecuencia distribuciones pertenecientes a la familia exponencial.

El empleo de una especificación paramétrica es cómodo, pero presenta dificultades que se han ilustrado en diversas aplicaciones. La principal es el hecho de que la especificación paramétrica de la función de riesgo instantáneo impone inflexibilidades a la estimación que pueden llevar a resultados erróneos. Por ejemplo, si se utiliza una especificación paramétrica que impone restricciones de monotonicidad a la función de riesgo instantáneo, se estaría asumiendo que la probabilidad de cambiar de estado es siempre creciente, siempre decreciente o constante en el tiempo. Una alternativa consiste en utilizar especificaciones paramétricas que no impongan restricciones de monotonicidad a la función de riesgo instantáneo. Esto se lograría, por ejemplo, usando una distribución de la familia beta con cuatro parámetros. Sin embargo, estas distribuciones siguen asumiendo una forma funcional específica de la función de

¹⁰ En caso de que la especificación sea paramétrica, el método de estimación a seguir es el de máxima verosimilitud. En caso de que la especificación sea semiparamétrica, el método de estimación a seguir es el de máxima verosimilitud parcial.

riesgo instantáneo e implican la estimación de un mayor número de parámetros, lo que puede restar eficiencia.

La otra alternativa, que seguimos en este artículo, consiste en usar una especificación semiparamétrica para la función $\alpha(\cdot)$, siguiendo el método de Cox (1972). Así, asumimos que $\alpha(\cdot)$ puede ser representada de forma adecuada así:

$$\alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t)) = \alpha_{ij}^0(t) \phi(\beta_{ij}, X^n(t)) \quad (2)$$

Donde $\alpha_{ij}^0(t)$ es la intensidad base, común a todos los créditos, que representa el efecto directo del tiempo y de cambios comunes en el tiempo (cambios de regulación, cambios en el ambiente no capturados a través de las variables macroeconómicas incluidas en el modelo) sobre la función de riesgo instantáneo. Por motivos de estimación, es necesario elegir una forma funcional para la función $\phi(\beta_{ij}, X^n(t))$. Una forma funcional sencilla, empleada en escenarios similares al de nuestro interés, es la forma exponencial, $\exp(X^n(t)' \beta_{ij})$. La ventaja de esta forma funcional es su flexibilidad: garantiza la no negatividad de la función de riesgo instantáneo sin imponer ninguna restricción sobre los parámetros de interés.

La intensidad de transición del estado i al estado j para el crédito n en el tiempo t , es decir $\lambda_{ij}^n(t)$, se calcula como $\lambda_{ij}^n(t) = -\sum_j \lambda_{ij}^n(t)$. Como se mencionó anteriormente, una vez estimadas las intensidades de transición se pueden obtener las matrices de transición siguiendo un método de cuatro pasos:

- Calcular $\exp(X^n(t)' \hat{\beta}_{ij})$ utilizando las variables explicativas del crédito n en el tiempo t , contenidas en el vector $X^n(t)$, y el vector de parámetros estimados correspondiente a dichas variables, para la transición de i a j , dado por $\hat{\beta}_{ij}$.
- Recobrar la función base de riesgo instantáneo, $\alpha_{ij}^0(t)$, siguiendo el método propuesto por Kalbfleisch y Prentice (2002).
- Calcular las intensidades de transición siguiendo las ecuaciones (1) y (2).
- Obtener, con las intensidades de transición la matriz generadora y la matriz de transición como el exponente matricial de la generadora, $\pi(t, s) = \exp \Lambda(t, s)$.

IV. DATOS UTILIZADOS Y RESULTADOS EMPÍRICOS

A. DATOS UTILIZADOS

Usamos datos de carácter microeconómico provenientes de dos fuentes diferentes. Por un lado, datos reportados por los bancos a la Superintendencia Financiera de Colombia a través del Formato 341, que contiene información acerca de los créditos comerciales individuales y provee datos como la identificación del deudor, el monto del crédito, la calificación de éste, la tasa de interés pactada y el tipo de garantía del crédito. Dada la riqueza de esta información, en este trabajo los individuos sujetos a transición son los créditos comerciales individuales. Los datos son trimestrales y comprenden el período marzo 1999-Diciembre 2007. Hacemos uso únicamente de datos de créditos otorgados por bancos comerciales (excluimos aquellos otorgados por corporaciones financieras, compañías de financiamiento comercial y de leasing).

Por otra parte, empleamos información de los balances que las empresas reportan a la Superintendencia de Sociedades. Esta información nos permite calcular razones financieras específicas de cada firma, que usamos como variables explicativas en los ejercicios econométricos. Esto se puede hacer pues ambas fuentes de información contienen el NIT de la firma, lo que hace posible cruzar las dos bases de datos.

Cerca del 40% de créditos en el Formato 341 pudieron ser cruzados exitosamente con la información de la Superintendencia de Sociedades. Los datos son anuales y comprenden el período diciembre 1999- diciembre 2007. Es decir, la muestra utilizada en el trabajo empírico presentado en este artículo corresponde a créditos otorgados por el sistema financiero a las empresas que reportan sus balances a la Superintendencia de Sociedades. Esto puede llevar a que la muestra esté truncada por abajo en términos de tamaño de activos, ya que las empresas que reportan a la Superintendencia de Sociedades tienden a ser las de mayor tamaño de activos. Claro está que las empresas incluidas tienen una alta representatividad dentro del sector corporativo y que sus créditos corresponden a una parte importante de la cartera comercial de los bancos colombianos.

Además, como variable de estado (*proxy* del ciclo económico) empleamos la tasa de crecimiento trimestral del PIB real total de la economía (en las regresiones la rezagamos un año). Así mismo, usamos la tasa de interés activa real como *proxy* de fluctuaciones financieras, las cuales pueden influir significativamente sobre la calidad de los créditos.

La utilización del PIB como *proxy* del ciclo económico podría generar una crítica interesante, pues podría argumentarse que los empresarios miran hacia adelante y no hacia atrás al tomar sus decisiones de producción y de financiamiento, y que por lo tanto éste debería controlarse por las expectativas acerca del estado de la economía y no por su estado corriente o pasado. Si bien la crítica es razonable, supone una complicación: la necesidad de definir qué tan adelante miran los empresarios cuando toman sus decisiones (un mes, un año, cinco años, etc.). La inclusión del PIB corriente o rezagado podría verse como el supuesto, también arbitrario, de que los empresarios tienen expectativas adaptativas.

La forma en que se incluyen las variables de estado de la economía es un tema sobre el cual se puede trabajar para mejorar el ajuste del modelo aquí presentado. Es importante aclarar un punto: las calificaciones que puede tener un crédito en el balance de una entidad bancaria en Colombia son cinco: A, B, C, D y E. No obstante, la Superintendencia Financiera de Colombia ha hecho una clasificación en la cual la cartera se considera “no riesgosa” si está en categoría A y “riesgosa” si está en cualquier otra. En este artículo seguimos dicha clasificación regulatoria, y, por lo tanto, reducimos el mundo de 5 estados y 25 transiciones posibles (incluyendo las 5 transiciones hacia el mismo estado de la diagonal principal de la matriz de transición) a un mundo de 2 estados y cuatro transiciones posibles. En total, tenemos en la muestra 565.875 créditos objeto de estudio.

B. DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES MICROECONÓMICAS INCLUIDAS

Las variables específicas de los deudores (firmas) incluidas en el trabajo empírico aquí realizado son ampliamente utilizadas en modelos que buscan estimar la probabilidad de deterioro de la salud financiera de las firmas (véase, por ejemplo, Geroski y Gregg, 1997; Lennox, 1999; Bunn y Redwood, 2003; y Zamudio, 2007). Éstas se describen a continuación:

- Liquidez: $(\text{activo corriente} + \text{inversiones de largo plazo}) / (\text{pasivo corriente} + \text{obligaciones de largo plazo})$
- Apalancamiento: $\text{pasivo} / \text{patrimonio}$
- Tamaño: $\text{activos de la firma} / \text{activos de la firma de mayor tamaño}$
- Rentabilidad: $\text{rentabilidad del activo}$

- Eficiencia: costos operacionales / activo
- Composición de la deuda: pasivos de corto plazo / (pasivos de corto plazo + pasivos de largo plazo)
- Número de operaciones: número de operaciones que la firma tiene con los bancos comerciales
- Morosidad promedio del banco: cartera vencida total / cartera bruta total (del banco que otorgó el crédito)
- Calidad promedio del deudor: indicador de calidad promedio del deudor

C. RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES

Inicialmente, con el fin de tener una idea acerca de la forma incondicional (no condicionada en variables explicativas) de la función de riesgo instantáneo, se computaron la función de sobrevivencia y la función de riesgo instantáneo usando métodos no paramétricos. Para la función de sobrevivencia se computó el estimador Kaplan-Meier, un estimador no paramétrico de máxima verosimilitud de la función de sobrevivencia. La función de riesgo instantáneo se calculó como la diferencia entre periodos del estimador Nelson-Aalen (estimador no paramétrico de máxima verosimilitud de la función acumulada de riesgo), y se suavizó mediante una función kernel de Epanechnikov asimétrico. El ancho de banda usado en la función kernel se determinó de la forma convencional, es decir, eligiendo el ancho de banda que minimizara el error cuadrado medio. En los gráficos 1 y 2 se muestra la forma de la función de riesgo instantáneo estimada para las migraciones fuera del estado A y para las migraciones fuera del estado B.

De los gráficos 1 y 2 se observa claramente que las funciones de riesgo instantáneo de interés exhiben un comportamiento no monotónico. Por lo tanto, el uso de las densidades más comúnmente empleadas para modelar la función de riesgo no es apropiado, ya que éstas se caracterizan por imponer el supuesto de monotonicidad. Esto justifica aún más el uso de modelos semiparamétricos, como los utilizados en este estudio, para modelar la función de riesgo.

Gráfico 1
Función estimada de riesgo instantáneo para migraciones fuera del estado A

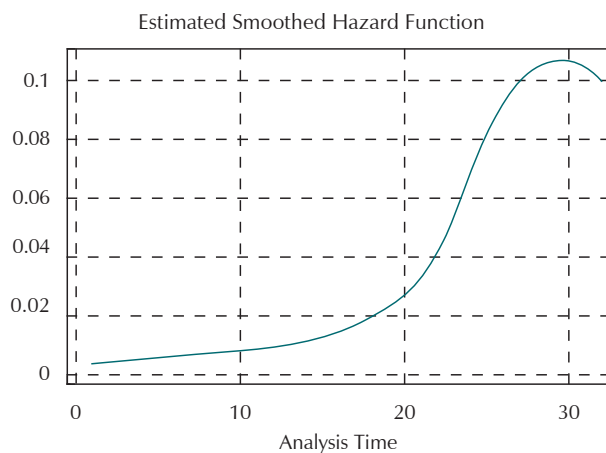
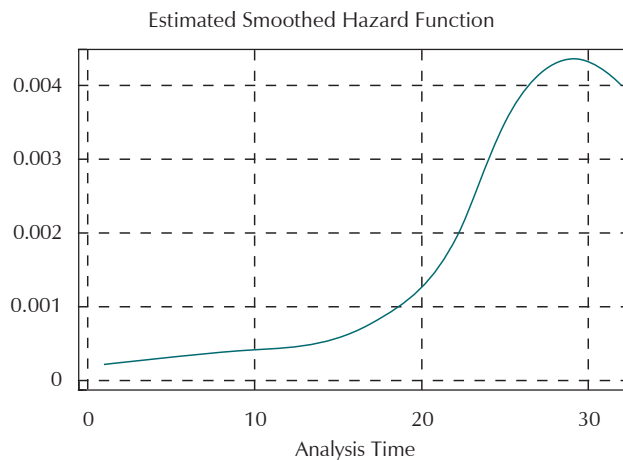


Gráfico 2
Función estimada de riesgo instantáneo para migraciones fuera del estado B



Los cuadros 1 y 2 presentan los resultados de las regresiones, mediante el método de máxima verosimilitud parcial desarrollado por Cox (1972). En ambos cuadros la variable explicada es la intensidad de transición (“probabilidad” instantánea de migración); en el Cuadro 1 la intensidad de transición de cartera “no riesgosa” a “riesgosa” y en el Cuadro 2 la intensidad de transición de cartera “riesgosa” a “no riesgosa”, para toda la muestra de créditos considerada en este trabajo.

El primer resultado importante que se destaca en el Cuadro 1 es que la probabilidad de cometer un error es cero si se rechaza la hipótesis nula de que ninguna de las variables incluidas explica significativamente la intensidad de transición de cartera “no riesgosa” a “riesgosa”. Es decir, las variables incluidas explican conjuntamente de forma significativa dicha intensidad.

Al considerar los resultados de variables propias de las firmas, se puede observar que el apalancamiento, el tamaño, la rentabilidad, la morosidad promedio del banco y la calidad promedio del deudor son significativas al 1%. Así mismo, la liquidez y el número de operaciones son significativos al 10%. En cuanto a las variables macroeconómicas, la tasa de crecimiento del PIB y la tasa de interés activa real son significativas al 1%.

Cuadro 1

Variable dependiente: intensidad de transición de “no riesgosa” a “riesgosa”

Variable Independiente	Coefficiente	Error Estándar
Liquidez	-0.0004*	0.0002
Apalancamiento	0.0001**	0.0000
Tamaño	-1.0452**	0.4005
Rentabilidad	-0.1002**	0.0058
Composición de la deuda	-0.0080	0.0329
Número de operaciones	-0.0026*	0.0015
Morosidad promedio del banco	0.0005**	0.0001
Calidad promedio del deudor	0.0009**	0.0000
Tasa de crecimiento PIB (rezagada)	-0.5758**	0.0052
Tasa de interés activa real	0.3420**	0.0099
Valor de la función logarítmica de verosimilitud evaluada en el máximo de la función	-186231.1	
Probabilidad $> \chi^2$	0.0000	

*Indica que el coeficiente correspondiente a la variable explicativa es estadísticamente diferente de cero al 10% de significancia.

** Indica que el coeficiente correspondiente a la variable explicativa es estadísticamente diferente de cero al 1% de significancia.

Es importante señalar que la variable dependiente es la intensidad de transición y no la probabilidad de transición. La intensidad de transición se puede entender como una probabilidad instantánea de migración. Los valores particulares de las relaciones estimadas no son sencillos de interpretar, por lo tanto, a continuación haremos referencia a los signos estimados de las relaciones de interés y no a sus valores numéricos particulares.

El signo de la relación estimada entre el apalancamiento y la intensidad de transición de cartera “no riesgosa” hacia cartera “riesgosa” es el esperado y no merece explicación. De igual forma, el signo de la relación estimada entre la rentabilidad del activo de la firma y la calidad de su cartera es el esperado. Por otra parte, la probabilidad de que un crédito pase del estado bueno al estado malo es decreciente de acuerdo con el tamaño de la firma, hecho que suena razonable, pues el tamaño de la firma está relacionado o con economías de escala que pueden ser aprovechadas o con el tiempo que una firma lleva en el negocio.

El signo estimado para la relación entre el número de operaciones y la intensidad considerada es negativo, lo que indica que incrementar el número de créditos de una firma con el sistema financiero reduce la probabilidad de que el crédito de esta firma se deteriore. En principio, este signo estimado parecería poco intuitivo, en especial en una situación límite: una firma muy endeudada que contrata nuevos créditos podría estar pasando por un endeudamiento tipo Ponzi que ocasione que sus créditos se dañen. Sin embargo, pensamos que el signo estimado debe entenderse de otra forma: por lo general, una firma con mayor número de operaciones es una firma con mayores relaciones bancarias. El hecho de que la firma tenga más relaciones bancarias puede indicar que es una firma más solvente, pues tiene mayor acceso al sistema financiero y una menor probabilidad de enfrentar problemas de restricciones al crédito que puedan generar su deterioro. Por lo tanto, una firma más relacionada con el sistema financiero tiene menor probabilidad de deterioro de su cartera y, en general, de su salud financiera.

De acuerdo con los resultados en el Cuadro 1, la relación entre la morosidad promedio del banco que otorgó el crédito y la intensidad de migración de la categoría crediticia buena hacia la mala es positiva. Es decir, todo lo demás constante, un crédito comercial tiene una mayor probabilidad de deteriorarse si es emitido por un banco con un activo de mala calidad. Este resultado puede interpretarse como evidencia de la presencia de riesgo moral en el sistema de otorgamiento de créditos. Si un banco está en problemas y su solvencia podría estar en riesgo, el deudor podría tener incentivos para dejar de pagarle a dicho acreedor a pesar de tener la capacidad financiera para cumplir con sus obligaciones. En este mismo sentido, sería interesante explorar si la situación es diferente cuando el acreedor es un banco público o un banco privado. Lastimosamente, con los datos para bancos colombianos no es posible realizar este ejercicio pues en la actualidad solamente hay un banco público en el sistema.

La relación estimada entre la calidad promedio de la cartera del deudor y la probabilidad de que el crédito migre de la categoría “no riesgosa” hacia “riesgosa” es positiva. Esto

sugiere que la probabilidad de que un crédito se deteriore se incrementa si los créditos del mismo deudor se han ido deteriorando. Este resultado es intuitivo.

Por último, analicemos los resultados de las variables macroeconómicas. El signo estimado para la tasa de interés activa real es positivo, como se esperaba. Aumentos en la tasa de interés real que las firmas pagan por sus créditos incrementan sus costos de fondeo; todo lo demás constante, esto incrementa la probabilidad de que sus créditos se deterioren.

Ahora bien, el signo estimado para la relación entre la tasa de crecimiento del PIB (reza-gada) y la intensidad de migración de cartera “no riesgosa” a cartera “riesgosa” es negativa. Este signo es el esperado, pues en momentos en que la economía está creciendo de forma dinámica es previsible que la calidad de los créditos sea mejor que en momentos en los que la economía está pasando por tiempos difíciles.

Los resultados en el Cuadro 2 son usados para calcular la matriz de transición aunque no son muy relevantes para el modelo de alerta temprana de este artículo. La probabilidad de migración de cartera “buena” hacia cartera “mala”, y no la probabilidad contraria, es el factor de interés para este modelo. Por esa razón, no analizamos en detalle los resultados presentados en el Cuadro 2.

Con los resultados de los cuadros 1 y 2 se puede construir la matriz de transición del mundo de 2 estados que definimos en el presente trabajo, siguiendo los cuatro pasos que describimos en la cuarta sección. No presentamos las matrices de transición aquí, pero sí realizamos un ejercicio de pronóstico dentro de muestra para evaluar la bondad de ajuste del modelo. Este modelo categoriza bien entre el 90% y el 95% de los créditos para distintos valores limítrofes razonables. Esto indica que el modelo tiene un buen ajuste dentro de muestra. Si bien no realizamos pruebas de ajuste por fuera de muestra, esperamos que el modelo tenga una buena capacidad de predicción, dada la riqueza de la base de datos utilizada en este estudio.

Cuadro 2

Variable dependiente: intensidad de transición de “riesgosa” a “no riesgosa”

Variable Independiente	Coeficiente	Error Estándar
Liquidez	0.0014	0.0045
Apalancamiento	0.0000	0.0000
Tamaño	1.5780**	0.3698
Rentabilidad	0.8801**	0.0788
Composición de la deuda	0.0001	0.0897
Número de operaciones	0.0036**	0.0009
Morosidad promedio del banco	-0.0191**	0.0000
Calidad promedio del deudor	-0.1000**	0.0003
Tasa de crecimiento PIB (rezagada)	-0.5399**	0.0059
Tasa de interés activa real	-0.1953**	0.0112
Valor de la función logarítmica de verosimilitud evaluada en el máximo de la función	18132.4	
Probabilidad $> \chi^2$	0.0000	

*Indica que el coeficiente correspondiente a la variable explicativa es estadísticamente diferente de cero al 10% de significancia.

** Indica que el coeficiente correspondiente a la variable explicativa es estadísticamente diferente de cero al 1% de significancia.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un modelo estadístico de alerta temprana que utiliza modelos de duración para evaluar el estado corriente y pronosticar el estado futuro de la salud financiera de los bancos en Colombia. En el artículo se discuten las ventajas que tiene usar modelos de duración como modelos estadísticos de alerta temprana frente a los más comúnmente utilizados modelos de respuesta binaria.

El modelo presentado en este artículo puede ser empleado a manera de complemento al presentado en Gómez-González y Kiefer (2009) o el de Pineda y Piñeros (2009) como modelo estadístico de alerta temprana para el sistema financiero colombiano. En este modelo se usan variables propias de las firmas y variables macroeconómicas como determinantes de la calidad de los créditos comerciales emitidos por los bancos del país.

Los resultados de las estimaciones econométricas muestran que las variables incluidas son conjuntamente significativas, y se destaca el papel que tienen el nivel de apalancamiento, la rentabilidad del activo, la composición de la deuda, las relaciones bancarias,

la tasa de interés activa real y la tasa de crecimiento del PIB como variables explicativas. La capacidad de pronóstico dentro de muestra del modelo es buena, y podría pensarse que la capacidad de pronóstico fuera de muestra también es buena, ya que la muestra de créditos comerciales utilizada en las estimaciones es bastante representativa.

Queda abierta la posibilidad de realizar trabajos para mejorar el modelo aquí presentado, por ejemplo, considerar la introducción de variables macroeconómicas más adecuadas que controlen por el estado de la economía y que sean capaces de capturar las expectativas acerca del comportamiento futuro de la misma.

REFERENCIAS

- Altman, E. I. "Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy", *The Journal of Finance*, vol. 23, no. 4, American Finance Association, pp. 589-609, 1968.
- Andersen, H. "Failure Prediction of Norwegian Banks: A Logit Approach", documento de trabajo, Norges Bank Working Papers, Banco de Noruega, 2008.
- Arena, M. "Bank Failures and Bank Fundamentals: A Comparative Analysis of Latin America and East Asia during the Nineties Using Bank-Level Data", documento de trabajo, no. 19, Bank of Canada Working Papers, Banco de Canadá, 2005.
- Brossard, O.; Ducrozet, F.; Roche, A. "An Early Warning Models for EU Banks with Detection of the Adverse Selection Effect", documento presentado en las 23emes Journées Internationales d'Economie Monétaire et Bancaire, Universidad Charles-de-Gaulle-Lille 3, 2006.
- Bunn, P.; Redwood, V. "Company Accounts Based Modeling of Business Failures and the Implications for Financial Stability", documento de trabajo, Bank of England Working Papers, Banco de Inglaterra, 2003.
- Carree, M. A. "A Hazard Rate Analysis of Russian Commercial Banks in the Period 1994-1997", *Economic Systems*, vol. 27, no. 3, Elsevier, pp. 255-269, 2003.
- Carvajal, A.; Pineda, F. "Indicador financiero único", mimeo, Banco de la República de Colombia, 1996.
- Cox, D. R. "Regression Models and Life-Tables", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, vol. 34, no. 2, Royal Statistical Society, pp. 187-220, 1972.
- Daley, J.; Matthews, K.; Whitfield, K. "Too-Big-To-Fail: Bank Failure and Banking Policy in Jamaica", documento de trabajo, no. E2006/4, Cardiff Economics Working Papers, Universidad de Cardiff, 2006.
- Geroski, P.; Gregg, P. *Coping with Recession. UK Company Performance in Adversity*. Cambridge, Cambridge University Press, 1997.
- Gómez-González, J. E.; Kiefer, N. "Bank Failure: Evidence from the Colombian Financial Crisis", *International Journal of Business and Finance Research*, vol. 3, no.2, Institute for Business and Finance Research, pp. 15-31, 2009.
- Gómez-González, J. E. *et al.* "An Alternative Methodology for Estimating Credit Quality Transition Matrices", *Journal of Risk Management in Financial Institutions*, vol. 2, no.4, Henry Stewart Publications, pp. 353-364, 2009.
- Gómez-González, J.E.; Orozco, I.P. "Estimation of Conditional Time-Homogeneous Credit Quality Transition Matrices", *Economic Modelling*, vol. 27, no. 1, Elsevier, pp. 89-96, 2010.
- González-Hermosillo, B.; Pazarbasioglu, C.; Billings, R. "Banking System Fragility: Likelihood Versus Timing of Failure: an Application to the Mexican Financial Crisis", documento de trabajo, IMF Working Papers, IMF, 1996.
- Kalbfleisch, J; Prentice, R. *The Statistical Analysis of Failure Time Data*, segunda edición, Hoboken, Wiley Series in Probability and Statistics, 2002.
- Kolari, J. *et al.* "Predicting Large U.S. Commercial Bank Failures", documento de trabajo, Office of the Comptroller of the Currency Working Papers, no. 1, Office of the Comptroller of the Currency, 2000.
- Lando, D.; Skodeberg, T. "Analysing Rating Transitions and Rating Drift with Continuous Observations", *Journal of Banking and Finance*, vol. 26, Elsevier, pp. 423-444, 2002.
- Lanine, G.; Vander Vennet, R. "Failure Prediction in the Russian Bank Sector with Logit and Trait Recognition Models", *Expert Systems with Applications*, vol. 30, no. 3, Elsevier, pp. 463-478, 2006.

19. Lennox, C. "Identifying Failing Companies: A Re-evaluation of the Logit, Probit and DA Approaches", *Journal of Economics and Business*, vol. 51, no. 4, Elsevier, pp. 347-364, 1999.
20. Martin, D. "Early Warning of Bank Failure: a Logit Regression Approach", *Journal of Banking and Finance*, vol.1, no.3, Elsevier, pp. 249-276, 1977.
21. Ozkan-Gunay, E. N.; Ozcan, M. "Prediction of Bank Failures in Emerging Financial Markets: an ANN Approach", *Journal of Risk Finance*, vol. 8, no. 5, Emerald Group Publishing, pp. 465-480, 2007.
22. Pineda, F.; Piñeros, H. "El indicador financiero único como mecanismo de alerta temprana: una nueva versión", *Reporte de Estabilidad Financiera*, Bogotá, Banco de la República de Colombia, 2009.
23. Whalen, G. "A Proportional Hazards Model of Bank Failure: an Examination of its Usefulness as an Early Warning Tool", *Economic Review*, vol. 27, no. 1, Federal Reserve Bank of Cleveland, pp. 21-30, 1991.
24. Zamudio, N. "Determinantes de la probabilidad de incumplimiento de las empresas colombianas", *Borradores de Economía*, no. 466, Bogotá, Banco de la República de Colombia, 2007.