



ENSAYOS

sobre política económica

Economía subterránea en Colombia 1976-2003: una medición a partir de la demanda de efectivo

Carlos A. Arango

Martha Misas

Enrique López

Revista ESPE, núm. 50, junio 2006

Páginas 154-211

Los derechos de copia de este documento son propiedad de la revista Ensayos Sobre Política Económica. El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando nadie obtenga lucro por esta reproducción y siempre y cuando cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además colocar en su propio website una versión electrónica del documento, siempre y cuando ésta incluya la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción del documento para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización del Editor de ESPE.

The Underground Economy in Colombia: 1976-2003

Carlos Arango*

Martha Misas**

Enrique López***

The authors thank the assistance of Catalina Escobar, Lina Montoya and Nicolás Hernández. They also thank the collaboration of the Economic Department of the Universidad Javeriana, specially to Luisa Fernanda Bernal for the construction of some of the labor series; to Ana María Iregui, María Teresa Ramírez, Leopoldo Fergusson and Luis Eduardo Arango for giving their series to complete the data base. In the same way, they thank the people that assist to the internal seminar of the Research Unit for their right and direct comments to the working paper of this document.

* Central Bank of Canada. E-mail: carango@bankofcanada.ca

** Banco de la República de Colombia. E-mail: mmisasar@banrep.gov.co

*** Banco de la República de Colombia. E-mail: elopez@banrep.gov.co

Document received 30 September 2005; final version accepted 13 April 2006.

Abstract

In a broad sense the underground economy (UE) can be defined like productivity activities violating laws and regulations and defying political authority. The UE is a relevant problem in Colombia because the drug trade and informal economy activities are important issues in the Colombian economy. Not only this is true for the Banco de la República (Central Bank), because the impact of UE on cash demand, but also because its fiscal and institutional implications. The authors estimate the UE size for Colombia using the Kalman filter. Their approach starts from the assumption that underground transactions are paid in cash in order to make detection more unlikely. The size of the underground economy is reflected in the amount of cash used in a country beyond that used for official transactions. Due to the limited degrees of freedom, intervals of confidence through a bootstrapping procedure were calculated to establish the significance of the different UE "causes".

JEL Classification: O17, D78, H11, H26.

Keywords: *underground economy, tax burden, government regulation, Kalman Filter estimation, cash demand.*

Economía subterránea en Colombia 1976-2003: una medición a partir de la demanda de efectivo

Carlos A. Arango *

Martha Misas **

Enrique López ***

La economía subterránea (ES), definida de manera sucinta como aquella asociada con actividades por fuera de las instituciones legales de un país, es de particular relevancia en Colombia debido al alcance que tiene la economía del narcotráfico y la economía informal evasora de la legislación fiscal y laboral; esto es particularmente importante no sólo para el banco central, pues la ES tiene una ingerencia directa en la demanda de efectivo, sino también por sus implicaciones fiscales e institucionales. En este trabajo se hace una revisión crítica del estado del

Los autores agradecen la ayuda de Catalina Escobar, Lina Montoya y Nicolás Hernández; igualmente, agradecen la colaboración del Departamento de Economía de la Universidad Javeriana y en especial a Luisa Fernanda Bernal en la construcción de algunas de las series laborales; asimismo, a Ana María Iregui, María Teresa Ramírez, Leopoldo Fergusson y Luis Eduardo Arango por suministrarnos sus series para complementar la base de datos; finalmente, a los asistentes al seminario interno de la Unidad de Investigaciones por sus atinados comentarios a una versión anterior de este documento. Las afirmaciones y opiniones contenidas en este documento son responsabilidad de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

* Banco Central de Canadá. Correo electrónico: carango@bankofcanada.ca

** Banco de la República de Colombia. Correo electrónico: mmisasar@banrep.gov.co

*** Banco de la República de Colombia. Correo electrónico: elopez@banrep.gov.co

Documento recibido el 30 de septiembre de 2005; versión final aceptada el 13 de abril de 2006.

arte sobre la estimación de la ES representado en los modelos estructurales: multiple indicators multiple causes (MIMIC) y dynamic multiple indicators multiple causes (DYMIMIC). En particular, se documenta el posible sesgo de variable omitida que estos pueden presentar en su estimación y las ventajas de representaciones más generales del tipo estado-espacio estimadas mediante filtro de Kalman, enfoque que es aplicado al caso colombiano, donde se parte de una función de demanda de efectivo y se estima la dinámica y tamaño de la ES en el período 1976-2003. Debido a los limitados grados de libertad, se calcularon intervalos de confianza por medio de un procedimiento de bootstrapping para establecer la importancia de las distintas “causas” de la ES.

Clasificación JEL: O17, D78, H11, H26.

Palabras clave: economía subterránea, carga fiscal, regulación del Gobierno, Estimación del filtro de Kalman, demanda de efectivo.

I. INTRODUCCIÓN

Esta investigación surge como respuesta a un interrogante planteado en el trabajo de Misas *et al.* (2004) sobre las posibles causas de las innovaciones recientes en la demanda de efectivo en Colombia. No obstante, el esfuerzo realizado al considerar posibles no-linealidades en la relación entre la demanda de efectivo y sus determinantes tradicionales, así como variables que capturan los avances tecnológicos en los sistemas de pago, existe aún un considerable error de pronóstico; de ahí la necesidad de entender y cuantificar de alguna manera aquella variable omitida que afecta la demanda de efectivo.

Una posible explicación explorada en este trabajo para rastrear este dinero, es el comportamiento reciente de las economías informal e ilegal, intensivas en el uso del efectivo, las cuales experimentan un crecimiento importante durante la segunda mitad de los años noventa y comienzos de la década de 2000.

Profundizando en este aspecto encontramos que en la literatura internacional existe un gran interés por dicha cuantificación. Así, se cuenta con una literatura muy amplia y en franca expansión que aborda la problemática desde varios ángulos: en un trabajo crítico sobre el acuñamiento de billetes europeos (euros) de alta denominación, Rogoff (1998) sostiene que la tenencia de efectivo, y en especial

de billetes de esas características, por los agentes está dominada por el deseo de evitar el control del Gobierno, especialmente, en lo referente al pago de impuestos. Igualmente, sostiene que acuñar billetes de gran denominación se constituye en una ventaja para las actividades criminales.

En la discusión que se refiere a las actividades que demandan gran cantidad de efectivo, tal vez lo más importante es precisar acerca de qué se está hablando y no simplemente generalizar en prácticas criminales; ya que muchas de aquellas no son propiamente ilegales, mientras que otras sí lo son. De otro lado, hay algunas actividades que no nacen por la acción predatoria del Estado sino por razones asociadas con la acción criminal; se hace necesario, en consecuencia, hacer una taxonomía de esas actividades y determinar en dónde se encuentra el umbral que separa lo legal de lo ilegal.

Ahora bien, por su naturaleza, las actividades de ese tipo no son un fenómeno cuantificable directamente, esto lleva a que los investigadores que se han interesado por el tema recurran a los métodos indirectos de estimación, los cuales, usualmente, parten de diferentes supuestos y apuntan en diferentes definiciones de lo que genéricamente se ha llamado la economía subterránea (ES). Existen varias posibilidades metodológicas entre las cuales hemos escogido la que mejor se adapta al caso colombiano, considerando, en particular, las limitaciones de información y la principal motivación de este trabajo: develar el vínculo entre esas actividades infractoras de las leyes colombianas y la demanda de dinero.

En el trabajo se lleva a cabo una revisión crítica de los modelos estructurales: “multiple indicators multiple causes” (MIMIC) y “dynamic multiple indicators multiple causes” (DYMIMIC) utilizados en la estimación de la ES; en particular, se documenta el posible sesgo de variable omitida que estos pueden presentar y las ventajas de representaciones más generales, como por ejemplo, la representación estado-espacio, estimadas mediante máxima verosimilitud considerando el filtro de Kalman. Este último enfoque es aplicado al caso colombiano para determinar una función de demanda de efectivo en un modelo estado-espacio, en el cual se incorpora la dinámica y tamaño de la ES en el período 1976-2003. Debido a los limitados grados de libertad, se calcularán intervalos de confianza implementando el procedimiento *bootstrapping* para establecer la significancia de las distintos factores que afectan la ES, así como el efecto que ésta tiene sobre la demanda de efectivo.

El documento está dividido en cinco secciones, incluida esta introducción: en la sección II se define el concepto de ES, seleccionando el más adecuado para definir el fenómeno al que hacemos referencia; en la sección siguiente, hacemos una primera aproximación narrativa a la magnitud del fenómeno en la economía colombiana; en la sección IV se presenta la metodología utilizada para hacer nuestra medición, así como las diferentes representaciones estado-espacio que son estimadas mediante máxima verosimilitud considerando el Filtro de Kalman, y a continuación de la presentación de la metodología se muestran los principales resultados obtenidos con base en su utilización; finalmente, en la sección V se concluye.

II. DEFINICIÓN DE ECONOMÍA SUBTERRÁNEA

Durante mucho tiempo la preocupación por las actividades por fuera de las estadísticas oficiales de producto, comercio e inversión no fueron del interés de los economistas, pues esa era una preocupación circunscrita a la sociología y la antropología. Solo sería en las décadas de los años cincuenta y sesenta cuando las dimensiones informales de la vida organizacional comenzaron a ser un tópico común de investigación entre los economistas (Blau y Scott, 1963; Gouldner, 1954; citados por Gërkhani, 1999).

Desde entonces, la preocupación por ese tipo de actividades ha ido aumentando paulatinamente; así, de pensar que eran un tema marginal, se ha pasado a considerarlas como elementos sustanciales de la dinámica económica y social de cualquier país y, en especial, de los países en desarrollo, y recientemente se han elaborado una gran cantidad de estudios que abordan el tema para las llamadas economías en transición.

Una de las características centrales de la literatura desarrollada en esta área es la ausencia de una teoría unificada acerca de este tipo de actividades, y mucho menos sobre la forma en que éstas deben ser denominadas; algo similar se puede decir acerca de la cobertura que tiene cada uno de los conceptos que buscan definir la ES.

El término economía “informal”, uno de los primeros en surgir, hace referencia, en la mayoría de los casos, a la producción en pequeña escala o a actividades artesanales que se llevan a cabo principalmente en los países en desarrollo¹. Los términos

¹ Keith Hart (1971, 1973), antropólogo social, fue el primero en hacer referencia, en la literatura académica a tal término: el concepto de sector informal describía una parte de la fuerza de trabajo

economía “escondida” y “subterránea” han sido asociados con la evasión de impuestos. En algunos casos, sin embargo, la economía “escondida” es entendida como el ingreso nacional no registrado, el cual puede ser superior a la parte del ingreso que no paga impuestos (Bhattacharyya, 1999)². Los términos economía “paralela” y “negra” son vinculados básicamente con el lavado de activos; en tanto que economía “no oficial” y “no registrada” se refieren a las actividades que escapan de la recolección de cifras realizadas por los organismos oficiales.

El término economía “en la sombra” (*shadow economy*) ha tenido recientemente una amplia difusión porque tiene algún poder explicativo de la situación de las economías en transición. En algunas investigaciones, la economía “en la sombra” corresponde a actividades de valor agregado que las estadísticas oficiales no registran, aunque deberían hacerlo (Eilat y Zinnes, 2000, p.14).

Todas estas definiciones tienen problemas y dejan abiertas muchas preguntas con relación a las actividades mencionadas, entre otras ¿Cuál es la distribución entre actividades no registradas legales, y actividades ilegales? ¿El nivel de desarrollo de un país tiene relación con el tamaño de las actividades no formales o subterráneas?

Recientemente, en la literatura es notorio un esfuerzo por tratar de precisar las características del fenómeno que se está tratando de describir. En general, de acuerdo con Fleming *et al.* (2000) existen dos aproximaciones: en la primera, las actividades consideradas corresponden simplemente a las no *registradas*; en la segunda, existen algunas actividades que responden a una forma de comportamiento determinado de los agentes económicos. En el primer caso se está en presencia de un enfoque descriptivo, mientras que en el segundo, habría un soporte teórico. Un ejemplo de esta última aproximación es la de Beige, (1990 p. 990), para quien la distinción entre actividad económica oficial e informal se encontraría en si “la actividad adhiere a las reglas del juego establecidas. El respeto por las reglas establecidas representa la participación en la economía formal [...] mientras que el no cumplimiento de esa reglas o su circunvolución constituye la participación en la economía informal” (1990, p. 990).

urbana que laboraba por fuera del mercado laboral formal; igualmente, Hart consideraba al sector informal como un sinónimo de todas las categorías de empleados por cuenta propia, significado que se fue modificando a lo largo del tiempo.

² Este mismo autor cita un trabajo de Kaldor (1956), en donde hay un primer intento por estimar el ingreso nacional no registrado (Bhattacharyya, 1999, p. F349).

En el Cuadro 1 se presenta la taxonomía de las actividades de la ES, con la cual es posible delimitar el concepto, que se trabaja en esta investigación; de acuerdo con el Cuadro 1, la ES puede incluir el ingreso no reportado de la producción de bienes y servicios legales, ya sea de transacciones monetarias o de trueque. También estarían las actividades que podrían ser gravadas si fueran reportadas a las autoridades tributarias (una alternativa sería incluir las actividades ilegales monetarias y no monetarias).

En la definición que finalmente adoptan Schneider y Enste (2000, p. 78), la economía subterránea incluye el ingreso no reportado proveniente de la producción legal de bienes y servicios, ya sea de transacciones monetarias o no monetarias, ingresos que en gran parte pueden ser clasificados como trabajo “negro” o clandestino; de acuerdo con el Cuadro 1, esta definición estaría “por debajo de la línea” y dejaría por fuera las actividades ilegales.

Dado que nuestro mayor interés es determinar el efecto de movimientos en actividades al margen de la ley sobre la demanda de efectivo, nuestra definición

Cuadro 1
Taxonomía de las actividades de la economía subterránea

	Transacciones monetarias		Transacciones no monetarias	
Actividades ilegales	Comercio de bienes robados; tráfico y producción de drogas; prostitución; juego; contrabando y fraude		Trueque: bienes robados, drogas, contrabando. Producción de drogas para uso personal. Robo para uso personal.	
	Evasión de impuestos	Elusión	Evasión de impuestos	Elusión
Actividades legales	Ingresos no reportados de empleo, cuenta propia; salarios, sueldos y activos de trabajo en bienes y servicios legales.	Descuentos a empleados; beneficios al margen.	Trueque de bienes y servicios legales	Todo trabajo cuenta propia y realizado con ayuda de vecinos

Fuente: Schneider y Enste (2000).

de ES comprende aquellas actividades descritas por la primera columna del Cuadro 1 y que están estrechamente atadas al uso del efectivo como medio de pago. Con este enfoque dejamos en claro que nuestra estimación de la ES incluye actividades ilegales, como la producción y el tráfico de drogas y sus actividades conexas, y actividades productivas que, no obstante su carácter legal, involucran acciones de evasión y de elusión al margen de la ley.

III. LA ECONOMÍA SUBTERRÁNEA EN COLOMBIA

Dos eventos de diferente índole tuvieron un impacto sustancial en la evolución de las actividades de la ES en Colombia. El primer evento pertenece a las llamadas sorpresas de la globalización: concepto impreciso e investido de múltiples significados, con el cual se denomina la rápida integración de las economías, las políticas y las culturas; así, el mundo interconectado mostró nuevos y claros horizontes para el comercio ilícito y el lavado de dinero. El trabajo de Naím (2005) muestra cómo negocios de diversos tipos, incluyendo los ilícitos, surgieron en los años noventa a medida que los países derrumbaban sus barreras a las exportaciones e importaciones y eliminaban las regulaciones que limitaban las inversiones extranjeras. La dramática expansión del comercio internacional creó, igualmente, un amplio espacio para el comercio ilícito; a cuya consolidación también contribuyó la expansión de las nuevas tecnologías de la información y del transporte. La liberalización financiera, por su parte, expandió las flexibilidades para que los traficantes pudieran invertir sus ganancias y ampliar los usos de su capital, como también generó nuevos y diversos instrumentos con los cuales fue posible mover fondos a través de todo el planeta.

El segundo evento pertenece al ámbito local: la aparición del narcotráfico marca un hito en la historia de la ES en Colombia. Como es conocido, los primeros registros de producción de narcóticos se encuentran en la década de los setenta, con la aparición de los cultivos de marihuana en la zona norte del país con destino al mercado de los Estados Unidos. A finales de década de los setenta y en los ochenta se da una expansión en la producción y la comercialización de la cocaína, con el subsiguiente descenso en el consumo de la marihuana, lo cual lleva a una transformación de la economía y de la sociedad colombiana (Thoumi, 1994). Esta cadena de actividades asociadas con el narcotráfico se amplió más recientemente, con el cultivo de amapola, base de la heroína, en zonas aisladas del país.

A. *NARCOTRÁFICO*

Antes de la propagación del narcotráfico, las actividades de la economía subterránea colombiana se concentraban en el comercio y la producción informal en las ciudades, el contrabando de importación de bienes y, esporádicamente, en el contrabando de exportación de ganado, esmeraldas y café.

Los registros de estimaciones sobre la extensión del cultivo de marihuana en los años setenta son contradictorios. La Procuraduría General de la Nación, por ejemplo, estimó para 1978 cerca de 70.000 hectáreas (ha) de marihuana sembradas en el norte del país; pero el estudio pionero de Junguito y Caballero (1978) cuestionó esta cifra arguyendo que un área sembrada de tal extensión superaría con creces la de algunos cultivos legales y que, en consecuencia, el cálculo exageraba el tamaño de las siembras, el cual en realidad era más cercano a las 40.000 ha. En otro de los trabajos de la época se calculó un área de 30.000 ha (Ruiz, 1979). Años más tarde, para el período comprendido entre 1982 y 1991, con estimativos basados en información satelital, se mostró que la extensión sembrada en marihuana había disminuido notoriamente, de un pico de alrededor de 13.000 (ha) en 1987 a 3.000 (ha) sembradas en 1991 (Gomez y Santamaría, 1994).

La fábrica colombiana de cocaína pasó de una producción con base en la pasta de coca importada de los países andinos limítrofes, a hacerse con coca cultivada localmente: la operación a gran escala del narcotráfico aumentó sustancialmente las ganancias y propició la formación de los llamados “carteles” de Medellín, Cali y la Costa. En un escenario de represión en el Perú y Ecuador, aquellos fueron quienes llevaron a cabo la integración vertical de todas las etapas de la producción de este narcótico, desde el cultivo de la hoja, pasando por la comercialización de insumos y precursores, el procesamiento en laboratorios, la producción y el transporte hasta la comercialización del alcaloide; lo cual redundó en los mecanismos y procesos necesarios para el lavado de activos (Díaz y Sánchez, 2004).

Aunque la medición de este tipo de producto es imperfecta, principalmente porque se trata de bienes cuya producción, transformación y comercialización es ilícita, existe alguna evidencia que muestra los cambios que se han dado en esta actividad. Durante los años noventa Colombia se consolidó como el mayor productor mundial de hoja de coca, lugar que ya ocupaba como productor de cocaína; así, entre 1990 y 1994 se calcula que existían alrededor de 40.000 ha de coca cultivadas en todo el territorio colombiano. A partir de la segunda mitad de la década el área destinada al

cultivo de coca creció considerablemente, pasando de 50.000 ha en 1995 a 163.000 ha en el año 2000, cifra que representa cuatro veces la extensión sembrada en 1990.

De otro lado, existe alguna evidencia que muestra un descenso posterior en el área sembrada en coca: según el sistema integrado de monitoreo de cultivos ilícitos (SIMCI), basado en información de imágenes remotas y censos en terreno, Colombia tenía en diciembre de 2003 cerca de 86.300 ha sembradas de coca, distribuidas en 23 de los 32 departamentos del país. Esto representa un descenso de 16.000 ha (-16%), en comparación con el estimativo de diciembre de 2002, cuando la medición muestra unas 102.100 ha de coca; así, 2003 se constituye el tercer año consecutivo que decrecen los cultivos de coca con un total de 47% (-11% en 2001, -30% en 2002 y -16% en 2003; Rocha y Ramírez, 2005).

A finales de los años ochenta en Colombia surgieron cultivos de amapola que se establecieron, principalmente en páramos y en resguardos indígenas a una altura ente 1.600 y 2.200 metros sobre el nivel del mar; luego, en los años noventa se presentó un crecimiento muy importante de las hectáreas cultivadas de amapola, localizándose en las zonas altas de los departamentos de Caquetá, Cauca, Huila, Tolima, Cesar Cundinamarca y Boyacá. De acuerdo con el Gobierno colombiano, el total de área cultivada en amapola no ha variado mucho durante los años noventa, a pesar de los esfuerzos de la aspersión: aparte de un corto auge en 1994, el cultivo de amapola se ha mantenido entre las 4.000 ha y las 7.000 ha. En noviembre de 2003, los estimados basados en sobrevuelos de reconocimiento y operaciones de aspersión estimaron 4.026 ha de amapola, en comparación con 4.253 ha en 2002 (SIMCI, 2003, p. 47).

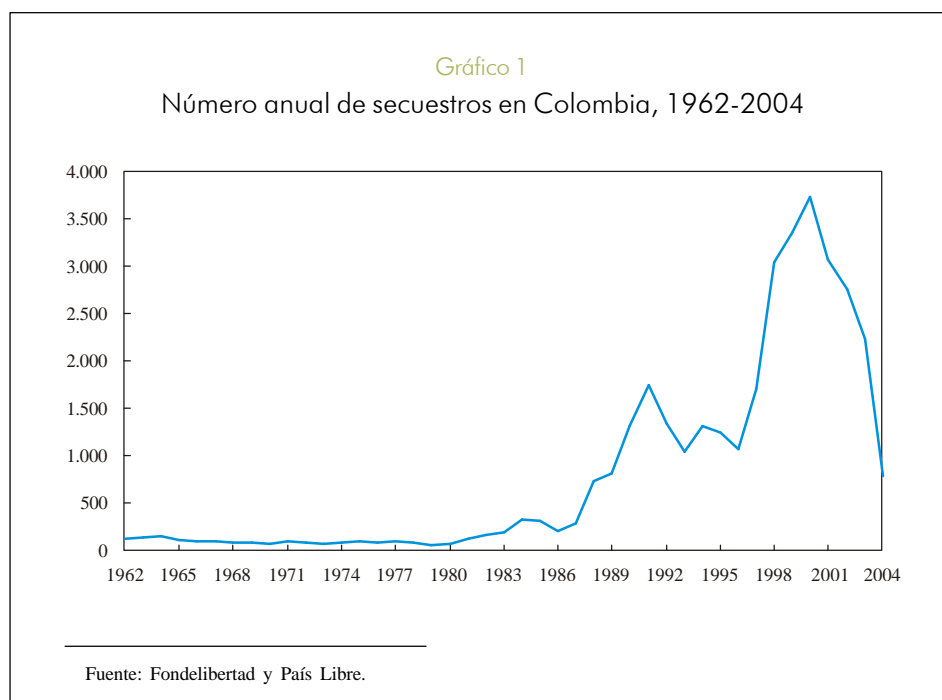
Los cálculos de la repatriación de ingresos al país provenientes de la comercialización de los narcóticos plantean problemas aún más complejos que los del área cosechada en coca, marihuana y amapola; tratar de resolver la pregunta es fundamental por el impacto que esos recursos pueden tener sobre la economía.

Los análisis macroeconómicos de los efectos de la producción de drogas realizados por Steiner (1998) reportan que el ingreso anual por el tráfico drogas fue aproximadamente del 3% del producto interno bruto (PIB) y el 25% de las exportaciones³. Rocha (1997) encontró que los ingresos más representativos se

³ Datos a partir del año 1981 hasta el año 1995: el autor comparó los ingresos de coca con los ingresos por café, que también son cercanos al 3% del PIB, los cuales proveen para el sostenimiento de cerca de 300.000 familias.

deben a las transferencias netas; también, identificó algunos sectores económicos más vulnerables, como, por ejemplo la agricultura, debido a los cambios desfavorables en los precios relativos; la construcción y los servicios. Igualmente (Rocha, 2000), determinó que la producción de capital y su repatriación era equivalente en promedio al 4% del PIB anual (entre 1982 y 1998 sumó cerca de US\$23.000 millones). La actividad generó 57.000 empleos directos, que correspondieron al 6,7% del empleo rural (citado por Tabares y Rosales, 2005). Un cálculo reciente del mismo autor muestra que las utilidades descendieron como porcentaje del PIB de 3,6% anual en los años ochenta a 3% anual en la década siguiente, para luego llegar a 2% a partir del año 2000 (Rocha y Ramírez, 2005).

La expansión del narcotráfico, el cual muchas veces se ha descrito como el combustible de la explosiva situación social y política en Colombia, estuvo acompañada del crecimiento de una actividad criminal muy rentable para sus ejecutores y que, por tanto, alcanza un alto grado de organización, a saber: el secuestro (Gráfico 1). Este último, también es parte de nuestra definición de la economía subterránea y se caracteriza por el manejo de grandes sumas de efectivo en pesos y en dólares.



La expansión del narcotráfico ha estado acompañada de un tráfico creciente de armas y de insumos químicos; igualmente, ha llevado a que actividades ilegales, presentes de tiempo atrás en Colombia como el contrabando, se imbriquen y conecten con este negocio.

B. INFORMALIDAD

Los primeros trabajos que buscaron definir y cuantificar el fenómeno de la informalidad observada en las ciudades colombianas fueron llevados a cabo en los años setenta y ochenta: las primeras mediciones para las cuatro principales ciudades muestran que, en promedio, entre 1976 y 1980 el trabajo informal puede alcanzar un rango entre de 31,7% y 64,1% del empleo total. La explicación de la diferencia tan amplia en los dos estimativos radica en la forma como se recopilaban las cifras oficiales del mercado laboral (véase López *et al.*, 1982). En el primer caso, la definición utilizada correspondía a la suma de trabajadores independientes, trabajadores familiares no remunerados y empleados domésticos dividida sobre el empleo total reportado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE); la segunda estaba basada en la diferencia entre el empleo total y el empleo protegido (de acuerdo con el Instituto de Seguro Social) dividida por el empleo total.

Unos años después, el DANE comienza a trabajar con una definición operativa que facilita el trabajo empírico. Así, se inició la medición del sector informal con la Encuesta de Hogares realizada en junio de 1984; sin embargo, no existe en ninguna encuesta la posibilidad de medir el empleo que no se acoge a la normatividad vigente y, por lo tanto, la medición operativa entiende por empleo informal a los trabajadores por cuenta propia que no son profesionales ni técnicos, a los patronos y asalariados de las empresas de menos de diez trabajadores permanentes, a los trabajadores del servicio doméstico y a los trabajadores familiares sin remuneración. Por el contrario, el empleo formal agrupa a los profesionales y técnicos independientes, los empleados del Estado, los asalariados y los patronos de empresas privadas de más de diez personas.

Definido así, el grado de informalidad del empleo urbano colombiano ha sido tradicionalmente muy elevado (situado entre el 54% y el 57%); mayor en las ciudades intermedias, y menor en las grandes ciudades. Entre 1984 y 1988 la informalidad del empleo urbano se elevó considerablemente en las cuatro principales ciudades, pasando del 54,1% al 55,5% y, sólo ligeramente en las seis ciudades

intermedias donde, en promedio, pasó del 62,9% al 63,5%. Esa tendencia general se revirtió en la primera mitad de los años noventa. Para 1994 la informalidad del empleo había caído ya al 51,7% en las cuatro áreas principales, y al 62,1% en las seis intermedias (CIDE, 1996). Entre 1996 y 1998 se detectó un nuevo aumento en la tasa de informalidad, la cual, para el conjunto de las siete principales áreas metropolitanas, pasó de 52,7% en junio de 1996 a 55,5% en junio de 1998 (Henao *et al.*, 1999).

Para 2000, el análisis de Flórez (2001) muestra que en el país los sectores informales o de baja productividad generan cerca del 61% del empleo total. De acuerdo con Gordo (2002) este es un registro elevado en comparación con otros países latinoamericanos: en Brasil la población ocupada en sectores de baja productividad es del 47%, en Ecuador es del 58%, en Costa Rica el 41,6% y en Argentina el 40% (hasta antes de la crisis). En 2001 en Colombia la economía informal generó el 37% de la producción y más del 60% del empleo. De acuerdo con información del DANE existen 955.000 establecimientos económicos clasificados como informales, la mayor parte de ellos son personas naturales (97%), lo que demuestra la poca capacidad para asociarse en unidades productivas, que es la esencia de la economía de mercado. Por actividad económica, los informales se concentran en la distribución de bienes o en la prestación de servicios poco tecnificados (Cuadro 2), y

Cuadro 2
Número de establecimientos informales de acuerdo con la organización jurídica y a la actividad económica
Principales trece áreas metropolitanas, 2001

Actividad económica	Total	Organización jurídica			
		Sociedad de hecho	Persona natural	Sociedad comercial	Cooperativa
Comercio	441.476	8.881	429.666	2.160	769
Servicios	375.134	6.560	365.027	2.962	585
Industria	139.316	4.413	134.670	76	157
Total	955.926	19.854	929.363	5.198	1.511

Fuente: DANE.

aproximadamente el 10% de la informalidad corresponde a los vendedores ambulantes y al servicio doméstico.

C. *CONTRABANDO*

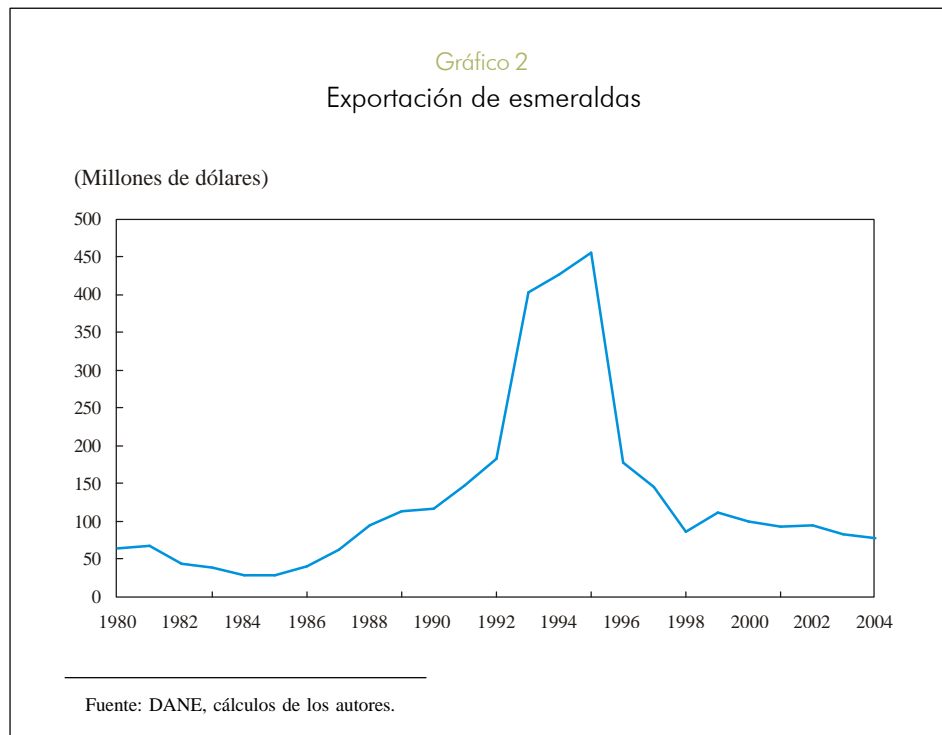
En Colombia el contrabando ha sido tradicionalmente en dos vías: hasta principios de los años noventa había contrabando de exportación de café, ganado y esmeraldas, el cual todavía persiste, así como también, el de oro. En el caso del café, el contrabando de exportación se propició por el mayor valor del precio externo frente al precio interno; diferencia que se dio porque con ella se buscó fortalecer al Fondo Nacional del Café. En esas condiciones, existía un incentivo para que, en las llamadas bonanzas cafeteras, se exportaran importantes cantidades del grano sin llenar los requisitos legales que se exigían para ello, con lo que se evadían los impuestos *ad valorem* de ripio y pasilla, y la llamada retención cafetera. De esta forma, se presentó contrabando de exportación de café en los períodos de bonanza que se dieron entre 1977 y 1980, y entre 1985 y 1987, mientras que en los años noventa, cuando la tendencia era a una reducción del precio internacional, las cifras de contrabando fueron negativas (Gómez y Santamaría, 1994).

También se presentó contrabando de ganado hacia Venezuela y Ecuador durante los períodos de devaluación del peso colombiano frente a las monedas de esos países, ya que era rentable asumir el riesgo de eludir la exigencia de los permisos para la exportación legal. Este fenómeno también disminuyó durante los años noventa a medida que fue cerrándose la brecha entre los precios colombianos y los de los países vecinos y se fue apreciando el peso colombiano frente a las monedas de esos países (Gómez y Santamaría, 1994).

El contrabando de exportación de esmeraldas es tradicional en Colombia, de hecho, el destino de la explotación de estas piedras preciosas es la exportación y se estima que tan solo un 2% de lo explotado se mantiene en el país. La característica del alto valor unitario de la esmeralda, la dificultad técnica que existe para determinar dicho valor y su facilidad de transporte sin ser detectada, hace que su exportación sea objeto de sobre y subfacturación, o que simplemente no sea declarada. El hecho de no tener un precio estándar y la existencia de diferentes calidades lleva, de otro lado, a que las piedras sean ideales para el lavado de dólares provenientes del tráfico de drogas o de otras actividades ilegales, ya sea exportando varias veces la misma piedra o declarando en la exportación un precio superior al de la transacción.

Por esa razón es difícil establecer con precisión el tamaño del negocio: las cifras de exportaciones que se presentan en el Gráfico 2 son un indicador de esto último, y muestran que el negocio se disparó entre 1992 y 1998, con una reducción posterior; sin embargo, existe evidencia acerca de la presencia de distorsiones en las cifras oficiales de exportaciones. Fadul (2003) muestra cómo, al comparar las cifras declaradas de las exportaciones de esmeraldas hacia los Estados Unidos, no coinciden con las importaciones reportadas por ese país: el ejercicio realizado entre 1989 y 2002 muestra que en el período 1993-1996 habría sobrefacturación, mientras que en el resto de los años habría subfacturación.

Algo similar puede decirse acerca del mercado de oro, el cual ha sido poco estudiado y cuyas cifras de producción y de comercio exterior son muy inciertas y poco confiables. De acuerdo con los análisis realizados por Minercol (1999) y el Ministerio de Minas (2003) las cifras de producción de oro consideradas como oficiales en Colombia no reflejan la magnitud real de la producción y estarían distorsionadas ante la evidencia de un amplio comercio informal interno y externo



del mineral. Esas cifras registran un promedio de 22 toneladas (ton) por año en la década de los años noventa, con un mínimo de 18,8 ton para los años 1997-1998 y un máximo de 37 ton para el año 2000, y en 2001 y 2002 la producción habría caído nuevamente alrededor del promedio histórico. Las autoridades también han decomisado importaciones ilegales de oro que buscan ingresar al país como una modalidad de lavado de recursos provenientes del narcotráfico⁴.

El contrabando de importación de bienes es un fenómeno secular de la economía colombiana, con una magnitud que se mantuvo aún después de las reformas comerciales de comienzos de los años noventa; al respecto, frecuentemente se arguye que el contrabando estuvo estrechamente asociado con el racionamiento de divisas, que era un mecanismo inherente a la etapa de promoción de exportaciones del modelo de sustitución de importaciones. En el evento de un desplome de los precios de exportación de los productos colombianos, o al encarecerse las importaciones, además de devaluar la tasa de cambio, se racionaba la utilización de divisas; el racionamiento, en un caso como el descrito, se llevaba a cabo por medio del aumento de los aranceles y del manejo de la licencia previa (requerida para la importación de ciertos bienes), con lo cual la rentabilidad del contrabando se incrementaba.

Los estimativos de contrabando realizados para la época anterior a las reformas comerciales son puntuales como, por ejemplo, en el trabajo de Gómez y Santamaría (1994), en el cual se calcula que el contrabando en el año 1990 fue alrededor de US\$4.700 millones (m) mientras que las importaciones registradas fueron en el mismo año de US\$5590 m.

Se suponía que la reducción sustancial del arancel promedio y la eliminación de la licencia previa que se dieron a principios de los años noventa deberían traer, como una de sus consecuencias, la reducción del contrabando, en la medida en que se estaban reduciendo los incentivos para que este último se diera. Unos años después de las reformas, Steiner y Fernández (1994) mostraron que el contrabando no había disminuido de la manera tan radical como se había previsto. Para 1993, estos autores estimaron el contrabando en alrededor de US\$1.600 m.

⁴ Véase al respecto una crónica de la revista *Cromos* de junio 14 de 2002; con base en información provista por las agencias de inteligencia del Estado; igualmente, el *New York Times* realizó en el primer trimestre de 2002 una denuncia similar.

Recientemente, los estimativos de la Dirección de Impuestos y Aduanas Nacionales (DIAN), construidos con el cálculo de las diferencias entre los reportes de exportaciones dirigidas a Colombia y las cifras de importación a nuestro país, señalan que para 2002 el contrabando total es de US\$1.584 m, de los cuales el 67% corresponde a la subfacturación de importaciones y el resto a contrabando abierto. En 2003 el contrabando se redujo a US\$1.272 m de los cuales el 77% corresponde a subfacturación de importaciones.

Una posible explicación de este comportamiento no previsto es la asociación que, al parecer, existe entre el lavado de activos provenientes del tráfico de droga con el contrabando: la presencia del narcotráfico y los espacios abiertos por la integración de los mercados a las actividades ilícitas serían algunas de las razones que podrían explicar la persistencia del contrabando abierto y la subfacturación de importaciones aun a pesar de la desaparición de los incentivos económicos que pretendían prevenir este fenómeno antes de las reformas.

IV. ESTIMACIÓN DE LA ECONOMÍA SUBTERRÁNEA

Existen dos enfoques para estimar la economía subterránea: uno directo y otro indirecto, y del enfoque indirecto, como se explica más adelante, existen, a su vez, varias versiones.

El enfoque directo se basa en encuestas o auditorías fiscales y otros métodos de cumplimiento, los cuales son aproximaciones que ofrecen estimaciones puntuales de la economía subterránea. Aquellas basadas en encuestas dependen en forma crítica de la calidad y confiabilidad de las respuestas, las cuales usualmente son poco confiables ya que los individuos son reacios a declarar verazmente actividades no registradas o comportamientos fraudulentos. Por su parte, aquellas basadas en discrepancias entre ingresos declarados y aquellos calculados con base en auditorías selectivas enfrentan el problema de sesgo de selección, dado que las auditorías usualmente están basadas en características clave de los declarantes (grandes contribuyentes, por ejemplo).

Los enfoques indirectos, por su parte, usan información observable estrechamente relacionada con la economía subterránea, mediante la cual se infiere el comportamiento de esta última en el tiempo, ya sea por medio de un método contable o econométrico. Uno de ellos se basa en el análisis de las diferencias

entre ingresos y gastos de las cuentas nacionales; no obstante, este procedimiento tiene al menos dos debilidades: en primer lugar, en las cuentas nacionales existen se basan en muchos casos en imputaciones las cuales tratan de estimar parte de las actividades económicas no registradas, como el contrabando o el producto del narcotráfico; en segundo lugar, aún cuando la información original (sin imputaciones) puede ser utilizada, ésta sufre de los usuales errores y omisiones.

Una segunda estrategia, dentro del enfoque indirecto, se basa en el comportamiento de variables del mercado laboral tales como la participación de la fuerza de trabajo en la economía oficial; pero, debido a que el comportamiento de estas variables es el resultado de muchas otras fuerzas diferentes a la dinámica de la economía subterránea, se producen indicadores débiles del tamaño de ésta.

Otro método indirecto es el enfoque transaccional, el cual se basa en la ecuación cuantitativa del dinero en la versión de Irving Fisher: suponiendo que el valor total de las transacciones en la economía mantiene una relación constante con el PIB (registrado y no registrado), la economía subterránea es la diferencia entre el PIB observado y el PIB inferido de la relación; además de requerir una gran cantidad de información acerca del valor total de las transacciones en la economía, este método se basa en supuestos muy exigentes sobre la estabilidad de la velocidad del dinero y sobre la razón de las transacciones al PIB.

Una tercera metodología de estimación indirecta se basa en el consumo de electricidad: con el supuesto de una elasticidad producto-energía cercana a 1, el crecimiento en la economía subterránea se estima como la diferencia entre el crecimiento del PIB oficial y el crecimiento en el consumo de electricidad. Su debilidad principal es el supuesto de una intensidad igual en el consumo de electricidad, aun para actividades tales como servicios personales; además, en esta metodología no se controla, por los efectos del cambio tecnológico, precios relativos de sustitutos cercanos a la electricidad e imputaciones sobre la economía no registrada consideradas en el cálculo del PIB.

En el enfoque estructural, el cual es también un método indirecto, el tamaño de la economía subterránea se estima con base en un conjunto de señales observables relacionadas con el mercado laboral, el entorno fiscal y el monetario: además de incorporar una mayor estructura económica y, por ende, evitar algunos supuestos considerados en los anteriores enfoques, esta metodología permite mostrar el comportamiento de la actividad subterránea a lo largo del tiempo. La técnica clásica

y ampliamente utilizada es la de inferir el tamaño de la economía subterránea mediante un modelo económico de demanda de efectivo (Cagan, 1958; Tanzi, 1980 y 1983).

En el enfoque se estima la demanda por efectivo, incluyendo todos los factores tradicionales y algunas variables exógenas, las cuales potencialmente hacen parte de la decisión del agente de entrar en la economía subterránea, tales como los impuestos y las restricciones laborales y financieras. El tamaño de la economía subterránea es estimado comparando la demanda por efectivo en regímenes fiscales y laborales menos restrictivos, en contraste con la demanda en situaciones más astringentes. Este cálculo es posible en la medida en que se establezca el supuesto de una velocidad de circulación del dinero constante para la economía subterránea igual a la velocidad para la economía registrada; no obstante, este enfoque sólo captura aquellas actividades intensivas en efectivo, no registradas las cuales pueden ser la mayoría pero no el total de las transacciones en la economía subterránea; adicionalmente, el supuesto de velocidades ingreso idénticas para la economía registrada y no registrada puede ser demasiado fuerte (Strom e Isachsen, 1980 y 1984).

Recientemente, se ha optado por modelos indirectos con una “mayor estructura”, en el sentido en que explotan el hecho de que la economía subterránea afecta simultáneamente varios aspectos de la actividad económica tales como los mercados de bienes, de trabajo, de capital, de dinero y cambiarios. El enfoque empírico se basa en modelos econométricos para la estimación de variables no observables. Entre estos, el modelo “Multiple Indicators and Multiple Causes” (MIMIC) es el más utilizado (Giles 1999 y 1997 y Bhattacharyya, 1990). Bajo esta técnica, la dinámica de indicadores tales como efectivo, empleo informal, tasa de participación, consumo de electricidad, se modela en función de un factor común no observable que en este caso es la economía subterránea; en una segunda ecuación dicho factor, a su vez, depende de diferentes causas tales como altas tasas impositivas, regulación económica astringente, corrupción y cambios institucionales, entre otros. Los principales retos en estos modelos, como veremos más adelante, son la disponibilidad de información y los inevitables supuestos en su especificación.

A. *MIMIC, DYMIMIC Y MÁS ALLÁ*

Watson y Engle (1980) demuestran que MIMIC es tan sólo un caso particular de una familia de modelos con un componente no observada, los

cuales pueden ser expresados mediante una representación estado-espacio. Para esos autores la ventaja de estos modelos es la existencia de una solución general basada en el principio de máxima verosimilitud y el filtro de Kalman.

El modelo estado-espacio de Watson y Engle (1980) está compuesto por dos conjuntos de ecuaciones: las ecuaciones de transición y las ecuaciones de medida. Las primeras, expuestas en la ecuación (1), representan la dinámica de un vector de $j \times 1$ variables latentes, \mathbf{a}_t , el cual depende de su rezago; de un vector, z_t , de dimensión $k \times 1$ de variables exógenas o rezagos de la variable dependiente, y un vector $m \times 1$, \mathbf{h}_t , de errores:

$$(1) \quad \mathbf{a}_t = T\mathbf{a}_{t-1} + c_t + \mathbf{h}_t$$

donde: $c_t = \mathbf{g}z_t$; $E[\mathbf{h}_t] = 0$, $\text{Var} - \text{Cov}(\mathbf{h}_t) = Q$

Las ecuaciones de medida (2), por su parte, describen la manera como el vector de estado, \mathbf{a}_t , afecta al $p \times 1$ vector de variables observables o indicadores Y_t , el cual puede también depender de z_t y un vector de errores \mathbf{e}_t :

$$(2) \quad Y_t = Z\mathbf{a}_t + d_t + \mathbf{e}_t$$

donde $d_t = dz_t$; $E[\mathbf{e}_t] = 0$, $\text{Var} - \text{Cov}(\mathbf{e}_t) = H$

de tal forma que:

$$(3) \quad \begin{pmatrix} \mathbf{e}_t \\ \mathbf{h}_t \end{pmatrix} \sim NI \left(0 \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & H \end{pmatrix} \right)$$

Definiendo $v_t = Y_t - \hat{Y}_{t|t-1} = Y_t - E(Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_1, z_t, \dots, z_1)$ $t = 1, \dots, T$, como el error de Y_t , y $F_t = ZP_{t|t-1}Z' + H$, la función de máxima verosimilitud es:

$$(4) \quad \text{Log } L = - (T/2) \log 2\mathbf{p} - (1/2) \sum_{t=1}^T \log |F_t| - (1/2) \sum_{t=1}^T v_t' F_t^{-1} v_t$$

Las ecuaciones de (1) hasta (4) conforman el sistema básico para la estimación por filtro de Kalman del vector de variables latentes \mathbf{a}_t (véase Anexo 1 para una discusión detallada de la técnica de estimación).

Para los propósitos de este trabajo podemos suponer que los parámetros de (1) hasta (4), conforman el vector \mathbf{q} , es decir, dicho vector está constituido por los parámetros asociados con las matrices: $Z, d, T, \mathbf{g}, H, Q$. Con esta representación, es fácil clasificar los diferentes modelos utilizados en la literatura reciente para estimar la economía subterránea. MIMIC supone que $T = 0$ y, en todas las aplicaciones de las cuales tenemos conocimiento, también que $d = 0$. Por su parte, las aplicaciones más recientes, bajo el rótulo de DYMIMIC, permiten una especificación dinámica en la ecuación de transición, $T \neq 0$, aun cuando continúan suponiendo que $d = 0$.

En este estudio se hace un uso explícito de todas las posibilidades de la representación estado-espacio, incorporando una mayor estructura en la modelación de la economía subterránea. En particular, se levanta el supuesto de $d = 0$, de esta manera, se reconoce que los indicadores en la ecuación de medida no solo dependen de la variable latente (en este caso la economía subterránea) sino también de otras variables exógenas. Al no incorporar este aspecto dentro de la modelación MIMIC y DYMIMIC, muchas de estas aplicaciones pueden presentar serios problemas de sesgo por variable omitida, aún cuando los resultados pasen todos los requerimientos estadísticos. Igualmente, en este estudio se intenta extender la representación DYMIMIC modelando explícitamente cada una de las variables observables o indicadores de la ecuación de medida.

B. ESTIMACIÓN POR FILTRO DE KALMAN DE LA ECONOMÍA SUBTERRÁNEA

La base del desarrollo de nuestra representación estado-espacio es el enfoque estándar de la demanda de dinero para estimar la economía subterránea. Tal como fue discutido anteriormente, la interacción entre economía subterránea y demanda por efectivo se basa en el supuesto de que la economía no registrada efectúa casi la totalidad de las transacciones con efectivo, de esta manera, se puede suponer que el individuo representativo demanda efectivo motivo transacciones para cubrir tanto operaciones en el sector registrado como en el subterráneo, y que la velocidad de circulación difiere entre estas dos clases de transacciones debido a que hay menos substitutos de medios de pago para operaciones en el sector no registrado de la economía; en este sentido, se propone una función de demanda de dinero similar a la utilizada en Giles (1999b) de la forma:

$$(5) \quad \ln(EFR)_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 \ln(DTF)_t + \mathbf{a}_2 \ln(ATM)_t + \mathbf{a}_3 \ln(IAC)_t + \mathbf{a}_4 VIT_t \\ + \mathbf{a}_5 DIPC_t + \mathbf{a}_6 \ln(Y_{rr}) + \mathbf{a}_6 \ln(Y_{sr}) + \mathbf{e}_{1t}$$

donde el efectivo real promedio anual depende de factores tradicionalmente considerados en un modelo de demanda de efectivo: la tasa de interés medida como la tasa de depósitos a termino fijo promedio anual, DTF_t ; el desarrollo de la red de cajeros electrónicos medida como el valor en dólares de las importaciones de equipos de distribución de efectivo⁵, ATM_t ; el desarrollo de otras innovaciones en el manejo de efectivo estimado como la suma acumulada de las tasas de interés ajustada por una tasa de depreciación, IAC_t ; el valor del impuesto a las transacciones financieras, VIT_t , y la tasa de inflación promedio anual, $DIPC_t$. Nótese la ambigüedad del signo esperado en la elasticidad del efectivo, respecto al desarrollo de la red de cajeros. Esto refleja el estado de la literatura al respecto, ya que los cajeros electrónicos, por un lado, sirven como punto de pago de las redes de tarjetas debito-crédito induciendo un menor uso de efectivo, pero por otro lado, reducen los costos de retiro de efectivo de la red bancaria al aumentar la red de distribución de efectivo incentivando el uso de éste instrumento⁶.

A estos factores se adiciona el factor de escala, o de medida del volumen de transacciones de la economía; no obstante, en este caso se descompone dicho factor en operaciones asociadas con la economía registrada y operaciones asociadas con la economía no registrada o subterránea.

Acogiéndonos a la definición amplia de economía subterránea discutida en la sección II, se optó por tomar como indicador de la actividad registrada, y_{rr} , el valor agregado real de la industria manufacturera calculado con base en la encuesta anual manufacturera, ya que ésta representa a las actividades económicas con una alta probabilidad de cumplimiento de las distintas restricciones regulatorias: laboral, financiera, cambiaria, fiscal y judicial. Obviamente, éste es sólo un indicador de la dinámica de la economía formal, ya que no incluye el PIB de servicios y del sector agrícola formal o registrado; sin embargo, debido a las diferentes imputaciones hechas en las cuentas nacionales para estimar el PIB sectorial, gran

⁵ Se estima como el valor de las importaciones de equipos de distribución de efectivo reportadas al DANE, descontado por una tasa de depreciación lineal del 20% anual.

⁶ En el Anexo 3 se presentan las series utilizadas para la estimación máximo verosímil correspondiente al filtro de Kalman.

parte de ellas encaminadas a capturar muchas de las actividades no registradas, optamos por esta medida de economía registrada.

La economía subterránea, y_{st} , en consecuencia, estaría recogiendo todas las operaciones asociadas con actividades que eluden alguna de las restricciones económicas mencionadas; aquí se asume que la economía subterránea es la suma de actividades informales elusivas tanto de la ley fiscal, laboral y financiera, como de la ley penal, incluidas las actividades asociadas con el narcotráfico.

En un trabajo de Loayza (1996) se modela la razón sector informal (subterránea)/sector formal, Y_s/Y_r ⁷, a partir de un modelo de crecimiento endógeno con dos sectores: uno informal y otro formal. En este modelo, la función de producción tanto del sector formal como del informal depende de la disponibilidad de bienes o servicios públicos y del capital, y los ingresos, producto de la actividad real, están afectados por una tasa impositiva, t (que se puede entender como un sobre costo asociado con el cumplimiento de diferentes regulaciones, como el salario mínimo, seguridad social, aranceles y tasas impositivas, entre otros). En esta economía, los agentes escogen entre operar en el sector formal, cancelando los respectivos sobre costos regulatorios, u operar en el sector informal, en cuyo caso sus ingresos se verán afectados por la tasa efectiva de penalización, p , y por el menor acceso relativo a los bienes públicos representados por un factor $0 \leq d < 1$; de esta manera, los ingresos netos para los dos sectores serán:

$$(6) \quad y_i^f = (1 - t) A(G/Y)^f k_i$$

$$(7) \quad y_i^s = (1 - p) A(dG/Y)^f k_i$$

Donde la tasa efectiva de penalización, p , es mayor entre más efectiva sea la acción de control a la evasión por parte del estado, I , y mayor el tamaño del sector informal, $I = Y_s/Y_r$:

$$p = p(I, D), 0 \leq I \leq 1$$

⁷ Realmente, el modelo original está definido en términos de la razón del producto agregado del sector informal sobre el valor agregado total de una economía, Y_{st}/Y_r ; no obstante, las conclusiones son fácilmente expresables en términos de Y_s/Y_r .

$$(\partial p / \partial I) > 0, (\partial p / \partial I) > 0$$

Por su parte, la disponibilidad de servicios públicos depende de los ingresos fiscales provenientes del sector formal, multiplicados por una fracción, r , disponible para la provisión de los servicios públicos, la cual depende de la calidad de las instituciones gubernamentales, q , y de la eficacia en las funciones de control a la evasión, I , así:

$$G = r(q, I)(tY^r), 0 \leq r(\cdot) \leq 1$$

$$(\partial r / \partial q) > 0, (\partial r / \partial I) > 0, (\partial r / \partial I \partial q) > 0$$

La fracción, $1 - r$, en parte, es desperdiciada en actividades improductivas o dedicada a la financiación del sistema de control a la evasión.

En equilibrio, la libre movilidad entre sector informal y formal lleva a la igualación de los retornos relativos al capital en los dos sectores definidos por las ecuaciones (6) y (7), lo cual permite despejar el tamaño relativo de la economía informal:

$$(8) \quad I = I d^f [(1 - t) - (1 - I)d^f],$$

De donde se desprende que:

$$(8a) \quad S = f(I, t, d, f),$$

- + + -

es decir, que la economía informal o subterránea aumenta con la tasa de sobrecostos regulatorios y la proporción de bienes públicos disponibles para el sector informal, y decrece a medida que mejora la acción de control a la evasión por parte del estado, y en la medida en que los bienes públicos se vuelven más importantes en la función de producción.

En este sentido, el modelo de Loaiza (1996) es una formalización de las razones teóricas citadas en varios trabajos empíricos sobre los factores que determinan el tamaño de la economía subterránea y que, en general, se basan en el nivel de restricciones regulatorias, en la eficacia del estado para hacerlas cumplir y en las ineficiencias relativas entre operar formalmente, o bajo la sombra, representadas aquí por la no accesibilidad a servicios públicos.

La ecuación (8) es la base de nuestra siguiente ecuación:

$$(9) \quad Y_{st} / Y_{rt} = B_0 [Y_{st-1} / Y_{rt-1}]^{b_1} TS_t^{b_2} IV_t^{b_3} AN_t^{b_4} SM_t^{b_5} CL_t^{b_6} LP_t^{b_7} U_t^{b_8} AC_t^{b_9} \exp(\mathbf{e}_{3t})$$

donde la razón de la economía subterránea a la economía registrada está en función de: su nivel en el período anterior (costos de ajuste frente a impactos en los esquemas regulatorios); de distintas tasas impositivas al capital, TS_t , y al consumo, IV_t ; el arancel nominal promedio, AN_t , el cual induce actividades subterráneas relacionadas con el contrabando⁸; dos variables *proxies* de sobrecostos en el mercado laboral, como el salario mínimo real, SM_t , y los sobrecostos a la nomina, CL_t ; una variable *proxy* de los recursos destinados a hacer cumplir las restricciones regulatorias, medida por el número de empleados públicos, LP_t ⁹; una medida del ciclo económico, ya que en épocas de expansión aumentan los recursos fiscales para el control y vigilancia y, además, los agentes adoptan nuevas tecnologías y procedimientos productivos que los pueden hacer más dependientes de bienes públicos o más “visibles”, U_t ; finalmente, una medida de actividades relacionadas con el narcotráfico, que aquí se suponen como la función del área cultivada de coca, AC_t .

Tomando los logaritmos en (9) y asumiendo que $Y_{rt} = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_1 Y_{r,t-1} + \mathbf{e}_{3t}$, se tiene:

$$(10)^{10} \quad \ln(Y_{st}) = (\mathbf{b}_0 + \mathbf{I}_0) + \mathbf{b}_1 \ln(Y_{i,t-1}) + (\mathbf{I}_1 - \mathbf{b}_1) \ln(Y_{r,t-1}) + \mathbf{b}_2 TS_t + \mathbf{b}_3 IV_t \\ + \mathbf{b}_4 AN_t + \mathbf{b}_5 \ln(SM)_t + \mathbf{b}_6 CL_t + \mathbf{b}_7 \ln(LP)_t + \mathbf{b}_8 U_t + \mathbf{b}_9 \ln(AC)_t \\ + \mathbf{e}_2$$

⁸ También, como señal de grado de apertura, puede medir cambios en f ya que una economía más abierta puede depender en mayor grado de servicios públicos tales como comunicaciones, bancos, e infraestructura de transporte. Los dos efectos van en la misma dirección: aumentos en el arancel inducen contrabando y aíslan la economía, aumentando el tamaño del sector informal.

⁹ Este indicador debe mirarse con precaución dado que también está asociado con el impacto que puede tener el empleo en el sector público sobre el empleo formal y el total de ocupados; así mismo, el indicador puede estar recogiendo el crecimiento del Estado y, por ende, una mayor dependencia de la economía del sector público, lo cual se puede asociar con una disminución de d . Todos estos efectos se mueven en la misma dirección en el sentido de reducir el tamaño de la economía informal. En este sentido, en versiones futuras de este estudio es deseable incluir otras variables que midan directamente el acceso de las actividades informales a servicios públicos tales como carreteras, puertos, telecomunicaciones, etc., así como también, medidas de efectividad en el control a la evasión.

¹⁰ Aquí todas las variables, excepto, Y_{it} , $Y_{i,t-1}$, SM_t , CL_t , y LP_t , entran en niveles ya que muchas de ellas son tasas y en este sentido preferimos una especificación semilogarítmica. En efecto, la ecuación puede ser fácilmente transformada para que incorpore estas diferencias en el tratamiento de cada variable.

Las ecuaciones (5) y (10) son la representación estado-espacio más sencilla de un modelo de economía subterránea basado en el enfoque de demanda de dinero. Esta representación, no obstante, ilustra claramente la propuesta de este trabajo en el sentido de extender los modelos MIMIC y DYMIMIC hasta ahora utilizados en la estimación de la economía subterránea, para incorporar otros elementos de carácter estructural que determinan el comportamiento de las variables de medida o indicadores (en este caso el efectivo). Permitiendo, como se dijo antes, que $T \neq 0$ en la representación estado-espacio de Watson y Engle (1980), se evita el problema de posibles sesgos impredecibles en la estimación de la variable latente.

Los modelos MIMIC y DYMIMIC, los cuales pueden ser vistos como una aproximación por factores comunes a la economía subterránea, incluyen sin excepción el efectivo como uno de los indicadores más importantes; sin embargo, esos modelos desdeñan totalmente la estructura econométrica que soporta la demanda por efectivo, y fundamentan la identificación de la variable latente en la correlación común a las variables de medida o indicadores.

Lo mismo puede decirse de otros indicadores usualmente incluidos en los modelos MIMIC y DYMIMIC tales como variables asociadas con la evasión de obligaciones fiscales o laborales, o aquellas asociadas con la demanda de insumos como el consumo de energía utilizados por las actividades registradas las no registradas. Todas estas variables indicadoras usualmente son una función de factores exógenos que determinan su comportamiento más allá de lo que puede recoger la dinámica de la economía subterránea.

Por ejemplo, tratándose de indicadores laborales tales como la proporción de individuos trabajando por cuenta propia, CP_t , su comportamiento no sólo está asociado con actividades informales inducidas por evasión regulatoria o ilegal, en efecto, parte de sus actividades pueden ser de naturaleza formal, no obstante, su decisión de ser cuenta-propia es inducida por restricciones laborales tales como el salario mínimo y sobre-costos a la nómina como SM_t y CL_t . Igualmente, el ciclo económico puede inducir una mayor proporción de individuos por cuenta propia en actividades de carácter formal, en este sentido, dado que en la ecuación (10) ya se está controlando directamente por el efecto de estos sobrecostos en la economía subterránea, la inclusión de CP_t como un indicador que suministre información adicional sobre las actividades no registradas debe controlar por estos factores:

$$(11) \quad CP_t = \underset{+}{\mathbf{j}_0} + \underset{+}{\mathbf{j}_1} Y_{st} + \underset{+}{\mathbf{j}_2} SM_t + \underset{+}{\mathbf{j}_3} CL_t + \underset{+}{\mathbf{j}_4} U_t + \mathbf{e}_{4t}$$

En el frente fiscal, las variables indicadoras, usualmente utilizadas como las tasas efectivas de tributación, Te , son afectadas por la dinámica de la actividad subterránea ya que ésta obstaculiza la base tributaria, b , en la medida en que aumentan las tasas nominales, \mathbf{t} , $b \cdot \mathbf{g}(I(\mathbf{t}))$, donde $0 \leq \mathbf{g}(I(\mathbf{t})) \leq 1$ es la fracción de la base potencial que efectivamente tributa. Una vez el efecto de la economía subterránea es controlado, la tasa efectiva depende, por definición, del nivel de las tasas nominales asociadas, \mathbf{t} ; esto es:

$$(12) \quad Te = \mathbf{g}(y_s(\mathbf{t}))\mathbf{t}$$

Tomando logaritmos y asumiendo un error de medida¹¹:

$$(13) \quad \ln(Te_t) = \mathbf{v}_0 + \underset{+}{\mathbf{v}_1} Y_{st} + \ln(\mathbf{t}_t) + \mathbf{e}_t$$

Esto sugiere incluir, además de la variable latente, la tasa nominal en el conjunto de determinantes de la tasa efectiva como indicador de movimientos en la actividad subterránea.

Finalmente, algunos autores como Alañón y Gómez (2004) incluyen un indicador de utilización de energía; sin embargo, aquéllos se dan a la tarea de descomponer el movimiento en el consumo agregado de energía, estimando un modelo de energía para el sector formal y substrayendo ésta del total de energía consumida. Solo para efectos ilustrativos, esto se puede modelar, de manera estructural, agregando la siguiente ecuación de medida:

$$(14) \quad W_t = \underset{+}{\mathbf{y}_0} Y_{rt} + \underset{+}{\mathbf{y}_1} Y_{st} + \mathbf{e}_{5t}$$

Las anteriores consideraciones nos llevan a una representación estado-espacio con una ecuación de medida (15):

¹¹ Aquí se supone que $\mathbf{g}(Y_s) = \exp(\mathbf{v}_0) Y_s^{\mathbf{v}_1}$ lo cual no es totalmente satisfactorio, ya que esta especificación no cumple con la restricción de que la fracción $\mathbf{g}(Y_s)$ esté entre cero y uno.

(15)

$$\begin{bmatrix} \ln(EFR) \\ \ln(TE) \\ CP \\ W \end{bmatrix}_{(4 \times 1)} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix}_{(4 \times 1)} [Y_s]_{(1 \times 1)} + \begin{bmatrix} d_{1,0} & d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & d_{1,4} & d_{1,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{11} \\ d_{2,0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{2,9} & d_{2,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{3,6} & d_{3,7} & d_{3,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{11} \end{bmatrix}_{(4 \times 11)} \begin{bmatrix} c \\ \ln(DTF) \\ \ln(ACH) \\ \ln(IAC) \\ VIT \\ \ln(DIPC) \\ \ln(SM) \\ CL \\ U \\ IC \\ AN \\ Y_L \end{bmatrix}_{(11 \times 1)} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}_{(4 \times 1)}$$

y una ecuación de transición:

(16)

$$[Y_s]_{(1 \times 1)} = [T_{1,1}]_{(1 \times 1)} [Y_{s,t-1}]_{(1 \times 1)} + [1 \quad c_{1,2} \quad \dots \quad c_{1,11}]_{(1 \times 11)} \begin{bmatrix} c \\ Y_{L,t-1} \\ TS \\ IC \\ AN \\ \ln(SM) \\ CL \\ \ln(LP) \\ U_{t-1} \\ \ln(AC) \\ \ln(AC_{t-1}) \end{bmatrix}_{(11 \times 1)} + [1][h]$$

donde:

$$E(e_t e_t') = \begin{cases} H & t = t \\ 0 & t \neq t \end{cases}, \quad E(h_t h_t') = \begin{cases} Q & t = t \\ 0 & t \neq t \end{cases}, \quad \text{y } E(e_t h_t') = 0 \text{ para todo } t \text{ y } t.$$

Nótese que en esta representación hay 35 parámetros por estimar, lo cual afecta considerablemente los grados de libertad. Dado que, como se discute más adelante, el número de observaciones es relativamente pequeño, el procedimiento de estimación de Kalman es complementado con *bootstrapping* para la estimación de intervalos de confianza, método que es robusto en presencia de muestras pequeñas (véase Anexo 2).

Se probaron varios modelos los cuales son versiones más simplificadas que la reportada en las ecuaciones (15) y (16). En los dos siguientes apartados se presentan dos representaciones estado-espacio: la primera, con base en el modelo de demanda de efectivo, y la segunda, que considera elementos del mercado laboral y de energía. También se corrieron otras especificaciones, incluyendo elementos fiscales, como tasas efectivas de tributación no obstante estos modelos no presentaron propiedades econométricas y de estabilidad adecuadas.

1. Filtro de Kalman con base en la demanda de efectivo (DEF)

Dadas las restricciones de la muestra utilizada en este trabajo, la representación estado-espacio más completa y más fiel a nuestra propuesta es la de la estimación de la economía subterránea con base en la demanda de efectivo (DEF), en este caso, la ecuación de medida consta de un solo indicador que es el logaritmo del efectivo real, el cual es función de sus determinantes según la ecuación (5):

$$(17)^{12} \quad [\ln(EFR)_t] = [q_1] [Y_s] + [q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6 \quad q_7 \quad q_8] \begin{bmatrix} c \\ DTF_t \\ \ln(ATM)_t \\ \ln(IAC)_t \\ VIT_t \\ DIPC_t \\ \ln(Y)_t \end{bmatrix} + e_t$$

$$Y_t = Z a_t + \underbrace{\hspace{15em}}_{d_t} + e_t$$

$$(18) \quad H = \text{VAR}(e_t) = s_e^2 = q_{19}$$

Por su parte, la ecuación de transición, que representa la dinámica de la economía subterránea en función de las posibles causas, según la ecuación (10), es:

¹² La notación en la parte inferior sigue la utilizada por Harvey (1994) y se incluye para facilitar la conexión con el Anexo 1, donde se detalla el procedimiento econométrico utilizado en la estimación.

$$(19)^{13} \quad [Y_{S_t}] = [q_9] [Y_{S_{t-1}}] + [q_{10} \quad q_{11} \quad q_{12} \quad q_{13} \quad q_{14} \quad q_{15} \quad q_{16} \quad q_{17} \quad q_{18}] \begin{bmatrix} \ln(Y_{t-1}) \\ TS_t \\ IC_t \\ AN_t \\ \ln(SMR)_t \\ CL_t \\ \ln(LP)_t \\ U_{t-1} \\ VCO_t \end{bmatrix} + h_t$$

$$a_t = T a_{t-1} + \underbrace{\hspace{15em}}_{c_t} + h_t$$

$$(20) \quad Q = VAR(h_t) = [s_h^2] = [q_{20}]$$

En esta representación estado-espacio, los parámetros por estimar son veinte, como lo indican los subíndices del vector $q = \{q_i\}$.

Resultados

En el Cuadro 3 se presenta los resultados del filtro de Kalman¹⁴ para el modelo basado en la demanda de dinero: lo primero que se debe destacar es que el parámetro asociado con el rezago de la ecuación de transición de la economía subterránea, q_9 , es menor que 1 que garantice que el proceso de la ecuación de transición es estacionario y, por ende, que el sistema es estable.

En segundo lugar, los signos de los parámetros asociados con los determinantes clásicos de la demanda de efectivo son los esperados, junto con las variables asociadas con los costos de oportunidad, en este caso, la tasa de interés y la inflación, opera en forma negativa sobre la demanda real de efectivo, y la variable asociada con la actividad registrada o formal, afecta positivamente la demanda de dinero.

¹³ La notación en las representaciones específicas es un poco diferente a la de la representación general (15) para hacer énfasis en el número de parámetros para ser estimados por el filtro de Kalman.

¹⁴ Las estimaciones de las representaciones estado-espacio son llevadas a cabo a través del módulo IML de SAS (versión 8e).

Cuadro 3
Resultados del filtro de Kalman para el modelo basado
en la demanda de efectivo

Parámetro	Estimación	Gradiente	Intervalo de confianza 95% Estimación <i>bootstrapping</i>	
q_1	0,0198	-0,0058	0,0027	0,0216
q_2	0,9054	-0,0087	-3,0827	0,9225
q_3	-0,6385	0,0004	-0,9477	-0,3036
q_4	-0,0059	-0,0234	-0,0182	-0,0025
q_5	-0,2948	-0,0110	-0,3883	-0,1586
q_6	2,7041	0,0035	2,7038	3,6063
q_7	-0,5969	-0,0002	-0,8787	-0,4262
q_8	0,8178	-0,0426	0,7936	1,0434
q_9	0,2436	-0,0007	0,0042	0,4491
q_{10}	1,2385	-0,0023	-0,2496	1,6029
q_{11}	2,4723	-0,0008	2,0033	3,0095
q_{12}	2,7904	0,0000	2,6907	2,9303
q_{13}	3,1974	-0,0074	1,2135	3,2050
q_{14}	1,5874	0,0043	1,4546	2,7632
q_{15}	2,2775	-0,0005	2,0429	2,5356
q_{16}	-3,6644	-0,0019	-4,6907	-3,3707
q_{17}	1,0935	0,0030	1,0932	1,8670
q_{18}	1,4223	-0,0034	1,4030	9,6422
q_{19}	0,0011	0,0052	0,0000	0,0013
q_{20}	2,6458	0,0032	0,3108	2,6559

Fuente: cálculos de los autores.

Por su parte, la tasa de interés acumulada se presenta con el signo negativo, indicando un progreso técnico ahorrador de efectivo; en contraste, el crecimiento en la red de cajeros electrónicos parece haber reducido la demanda de dinero una vez se controla por cambio técnico.

De la misma manera, la ecuación de transición valida la hipótesis de una respuesta estadísticamente significativa de los agentes de desplazarse hacia actividades económicas elusivas de las restricciones legales tanto fiscales, como lo reflejan los signos positivos asociados con los impuestos al capital y al consumo, como laborales, reflejados en el salario mínimo y los costos parafiscales. Este efecto es parcialmente amortiguado por el impacto que tiene el crecimiento de la función

pública y de los órganos de control como lo recoge el signo negativo de la variable de número de empleados públicos¹⁵. Finalmente, parece haber una relación complementaria entre las actividades formales e informales, aun cuando no significativa, como lo reflejan los estimativos correspondientes a q_{10} . Lo que sí es claro es que las actividades asociadas con la economía subterránea son fuertemente anticíclicas como lo demuestra el signo positivo y significativo de la tasa de desempleo, q_{17} .

Finalmente, la economía subterránea parece tener una elasticidad sustancialmente menor a la elasticidad estimada para la economía formal, como se desprende de la comparación de q_1 y q_8 ; en otras palabras, la velocidad de dinero entre actividades subterráneas es mucho más alta que la velocidad del dinero en operaciones formales o registradas. Este resultado es difícil de interpretar, pues se esperaría una alta elasticidad del ingreso, ya que se supone que las actividades subterráneas son intensivas en el uso de efectivo; no obstante, también es posible que la velocidad de circulación sea alta entre agentes informales.

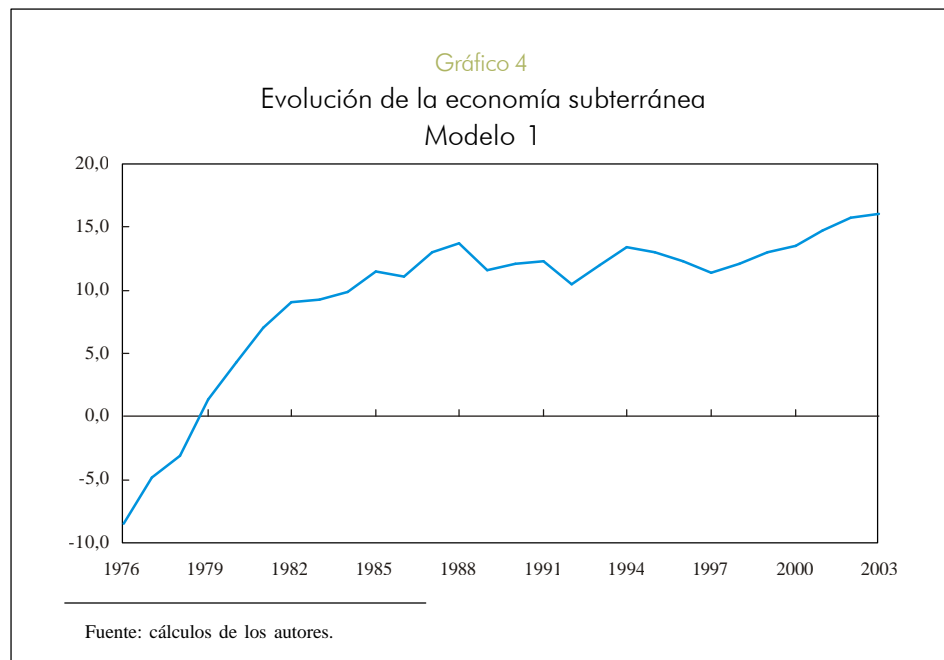
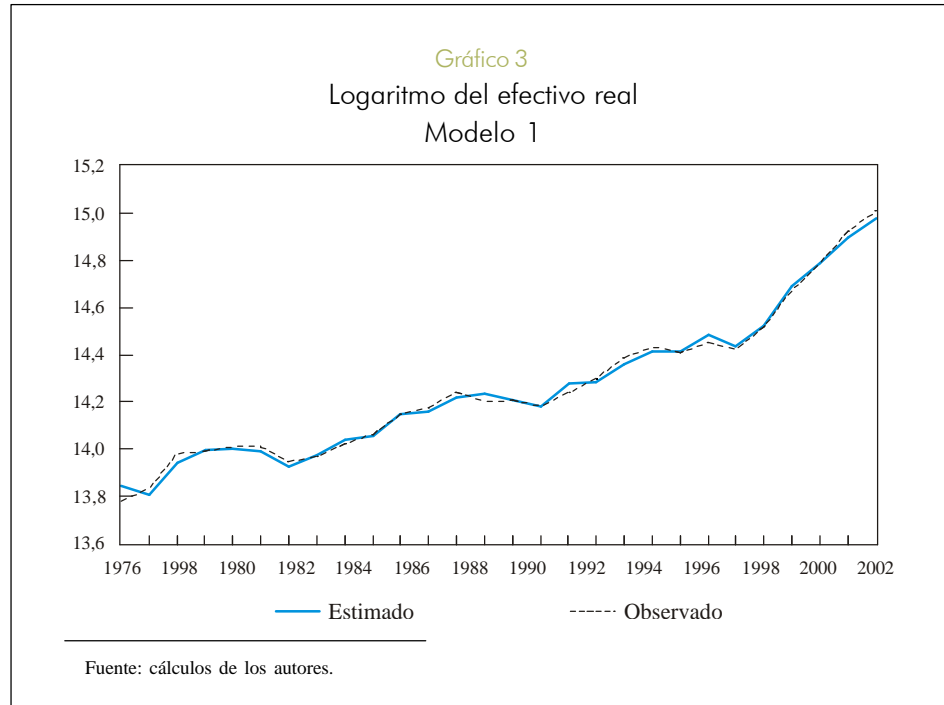
Alternativamente, este resultado puede estar asociado con un problema de identificación ligado con una representación estado-espacio que sólo cuenta con un indicador para reconocer la dinámica de la economía subterránea. Dado que todo el trabajo de estimación de la variable latente es hecho mediante el efectivo real, es posible que la relación de la economía formal y la subterránea (como ya se discutió) hagan difícil lograr estimadores estables de los parámetros relacionados con las dos economías¹⁶.

En el Gráfico 3 presenta los pronósticos del filtro de Kalman con respecto a la demanda de efectivo. Debe destacarse la excelente bondad de ajuste del modelo dado que éste se basa en una relación donde no entra ninguna consideración dinámica o de ajuste parcial.

Por su parte, en el Gráfico 4 se presenta el comportamiento de la actividad subterránea durante el período muestral: es evidente el fuerte crecimiento de las

¹⁵ Una estimación alternativa utilizando una variable en la cual se reemplaza la variable de número de empleados públicos por una en que esta última variable se divide por empleo total en la economía, no alteró los resultados de nuestro ejercicio.

¹⁶ Una tercera razón puede ser que el efectivo resulte un insumo «inferior» para la economía subterránea; a medida que ésta crece, encuentra canales más sofisticados de elusión fiscal y regulatoria haciendo menos uso del efectivo como garantía de anonimidad.



actividades subterráneas hacia finales de los años setenta, el cual alcanza su máxima expresión hacia mediados de los ochenta, estabilizándose entre 1985 y 1996, para luego reiniciar un período de aceleración pronunciada a finales de la década de los noventa, comportamiento que está en línea con la evolución que se describió en la sección III de este trabajo. Nótese que, no obstante la inferencia de la variable latente, está basada en el comportamiento del efectivo y su relación con la economía subterránea: sin mediar ningún indicador de informalidad, su dinámica coincide con el repunte de medidas tales como la fracción del trabajo por cuenta propia y la fracción de trabajadores por debajo del mínimo en los últimos cinco años del período analizado (Anexo 3).

2. Filtro de Kalman con trabajo informal, consumo de energía y demanda de efectivo (ECW)

Cualquier intento por acercarse a la representación estado-espacio (11), incorporando nuevos indicadores en la ecuación de medida, implica sacrificar algo de la estructura inicial ya que el estudio enfrenta una fuerte restricción de grados de libertad. El modelo que se reporta en esta sección intenta mantener al máximo la filosofía del modelo inicial incorporando dos elementos adicionales: la proporción de los trabajadores por cuenta propia en la economía y el consumo de energía según las ecuaciones (11) y (14), las cuales pueden reflejar cambio en la demanda por insumos, asociada con actividades informales; no obstante, al incluir estos indicadores aumenta en siete el número de parámetros para estimar. Por esto, optamos por reducir el número de variables explicativas tanto en la función de demanda de dinero, dejando solo los factores tradicionales que la determinan, como en la función de transición, dejando un mínimo de variables fiscales, laborales, y de actividad económica.

La ecuación de medida, en este caso es:

$$\begin{aligned}
 (21) \quad \begin{bmatrix} \ln(EFR)_t \\ CP_t \\ \ln(W)_t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} [Y_{St}] + \underbrace{\begin{bmatrix} q_4 & q_5 & 0 & 0 & q_6 \\ 0 & 0 & q_7 & q_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DTF_t \\ DIPC_t \\ CL_t \\ U_t \\ \ln(Y_r)_t \end{bmatrix}}_{d_t} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix} \\
 Y_t &= Z\mathbf{a}_t + d_t + \mathbf{e}_t
 \end{aligned}$$

$$(22) \quad H = \text{VAR} - \text{COV} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \\ \mathbf{e}_{3t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{e_1}^2 & & \\ & \mathbf{s}_{e_2}^2 & \\ & & \mathbf{s}_{e_3}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{17} & & \\ & \mathbf{q}_{18} & \\ & & \mathbf{q}_{19} \end{bmatrix}$$

y la ecuación de transición:

$$(23) \quad [Y_{S_t}] = [\mathbf{q}_{10}] [Y_{S_{T-1}}] + [\mathbf{q}_{11} \quad \mathbf{q}_{12} \quad \mathbf{q}_{13} \quad \mathbf{q}_{14} \quad \mathbf{q}_{15} \quad \mathbf{q}_{16}] \begin{bmatrix} \ln(Y_{r,t-1}) \\ IC_t \\ AN_t \\ SMR_t \\ U_{t-1} \\ HC_t \end{bmatrix} + [\mathbf{h}_t]$$

$$\mathbf{a}_t = T \mathbf{a}_{t-1} + \underbrace{\hspace{10em}}_{c_t} + \mathbf{h}_t$$

$$(24) \quad Q = \text{VAR}(\mathbf{h}_t) = [\mathbf{s}_h^2] = [\mathbf{q}_{20}]$$

donde $[\mathbf{a}_t]$: Economía subterránea Y_s

Resultados

En el Cuadro 4 se presentan los valores estimados de los parámetros, así como su intervalo de confianza. De nuevo, el coeficiente asociado con el rezago de la variable latente en la ecuación de transición es menor que uno, garantizando la existencia de estacionariedad y convergencia; sin embargo, su valor es sustancialmente más alto que el modelo de demanda de efectivo. En segundo lugar, sólo dos de los tres parámetros que vinculan la economía subterránea con los indicadores en la ecuación de medida, \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 , \mathbf{q}_3 , resultaron significativos, y con los signos esperados: el ligado con la demanda de efectivo y el relacionado con la demanda de energía. El componente laboral no agregó ninguna información adicional a la identificación de la variable latente.

Los coeficientes de las variables asociadas con la demanda de efectivo son significativos y con los signos esperados, no obstante, las diferencias son importantes frente a los estimados en el modelo DEF; además, los signos de los factores determinantes de la fracción de cuenta-propia y la demanda de energía son los esperados. En el primer caso se encontró que el ciclo y los costos laborales

Cuadro 4
Resultados del filtro de Kalman para el modelo
basado en la demanda de dinero, con información adicional

Parámetro	Estimación	Gradiente	Intervalo de confianza 95% Estimación <i>bootstrapping</i>	
q_1	0,0009	0,0238	0,0001	0,0018
q_2	-0,0001	0,0080	-0,0003	0,0001
q_3	0,0092	0,0071	0,0047	0,0126
q_4	-0,8414	-0,0033	-1,3125	-0,1815
q_5	-1,0374	0,0107	-1,8407	-0,3200
q_6	0,8036	-0,0187	0,7977	0,8095
q_7	0,4590	-0,0025	0,4067	0,5058
q_8	0,5575	0,0039	0,3811	0,7551
q_9	0,5497	-0,0026	0,5426	0,5547
q_{10}	0,7873	0,0029	0,6941	0,8952
q_{11}	-1,8225	0,0014	-1,8729	-1,7726
q_{12}	2,0873	-0,0005	2,0848	2,0906
q_{13}	1,8953	-0,0021	1,8659	1,9082
q_{14}	1,6618	-0,0001	1,6299	1,6917
q_{15}	3,0968	-0,0030	3,0895	3,0974
q_{16}	1,4821	0,0222	1,4820*	1,7850*
q_{17}	0,0040	0,0001	0,0020	0,0056
q_{18}	0,0002	0,0119	0,0001	0,0002
q_{19}	0,0046	0,0003	0,0011	0,0170
q_{20}	9,9960	-0,0008	9,9781	9,9960

* Intervalo de confianza construido al 99%.
Fuente: cálculos de los autores.

parafiscales inciden de manera significativa en la elección del sector cuenta-propia, y en el segundo caso que la demanda por electricidad del sector formal tiene una mayor “elasticidad producto” que en el sector informal (q_3 , q_9 , en el Cuadro 2).

Por su parte, los determinantes de la economía subterránea, incluidos en la ecuación de transición, tienen los signos esperados, excepto el parámetro asociado con la actividad formal, q_{11} , el cual resulta negativo y estadísticamente significativo; así mismo, la magnitud de los parámetros difiere sustancialmente de la encontrada en el modelo de demanda de dinero.

Los diferentes paneles que componen el Gráfico 5 indican que la bondad de ajuste, aun cuando razonable, es insatisfactoria, sobre todo en lo que concierne al efectivo que es el objeto central del trabajo; por su parte, la economía subterránea que se desprende de este modelo (Gráfico 6), a pesar de que mantiene la misma tendencia de la estimada con el modelo de la sección anterior, se queda corta en identificar los ciclos que son evidentes en la estimación basada en la demanda de efectivo. No obstante, señala una caída mas pronunciada al final del período muestral frente al aparente estancamiento registrado en el modelo DEF, ilustrando el aporte potencial la inclusión de otros indicadores, como el consumo de energía en este caso.

Sorprende el hecho de que el coeficiente de la variable latente relacionado con la fracción de cuenta propia, q_2 , no sea significativo una vez se controla por costos laborales y ciclo. En este sentido, no parece haber un vínculo entre la decisión de ser cuenta-propia y la economía subterránea más allá del canal directo de rigideces laborales ya capturado en la ecuación de transición.

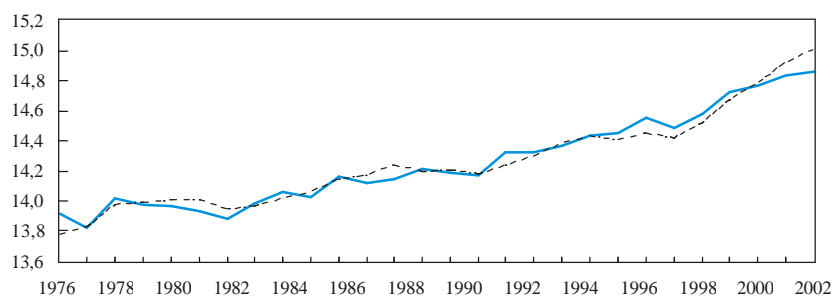
Las lecciones que se desprenden de este ejercicio son, en primer lugar, que existe un importante riesgo potencial de sesgo por variable omitida en los distintos componentes de la representación estado-espacio: en los coeficientes asociados con la ecuación de medida; y, más importante aún, en los relacionados con la ecuación de transición y, por ende, en la estimación de la variable latente. En este sentido, el ejercicio es un claro ejemplo de los problemas que pueden enfrentar modelos tales como MIMIC y DYMIMIC con sus fuertes supuestos sobre las variables que determinan el sistema estado-espacio. En segundo lugar, asumiendo que se tienen los grados de libertad adecuados, la inclusión de otros indicadores diferentes al efectivo pueden aportar información adicional en la identificación de la variable latente, no obstante, algunos indicadores que en un MIMIC-DYMIMIC pueden aparecer relevantes, no necesariamente lo son cuando se modelan otros factores que los determinan, distintos a los asociados con la variable latente.

3. Economía subterránea asociada con el uso del efectivo

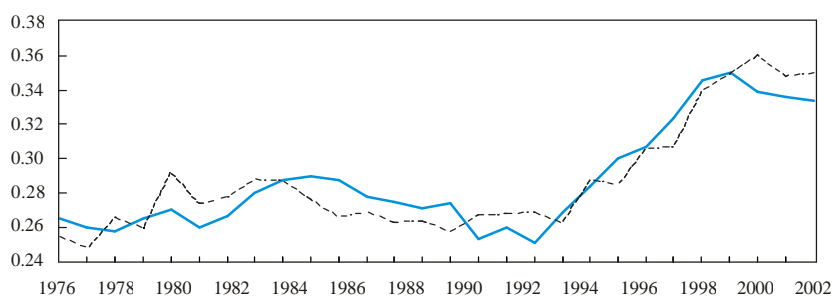
Dados los problemas que presenta la segunda representación estado espacio ECW, aquí relacionamos de manera más detallada los resultados de la estimación con la representación DEF; y cuyo comportamiento se muestra en el Gráfico 4. En este sentido, lo que sigue refleja el comportamiento de las actividades no formales

Gráfico 5

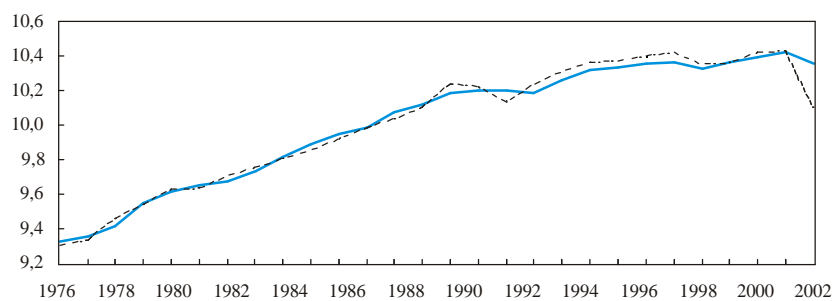
Logaritmo del efectivo real
Modelo 2



Cuenta propia

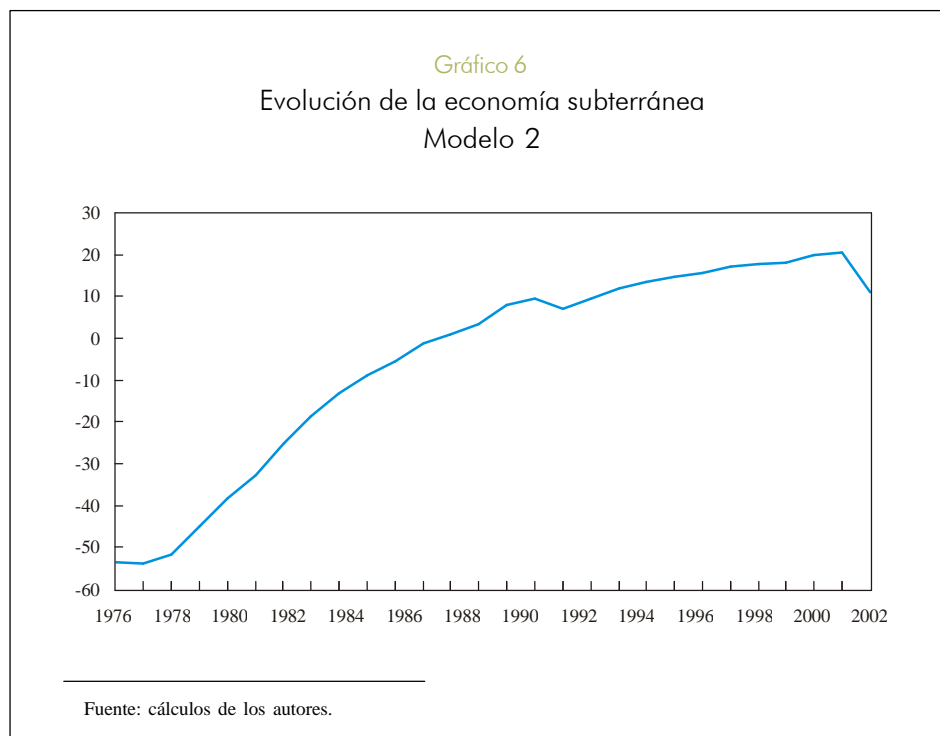


Consumo de energía



— Estimado - - - - - Observado

Fuente: cálculos de los autores.



intensivas en el uso del efectivo; medida que es bastante confiable dados los excelentes resultados en términos del pronóstico del efectivo.

Este modelo permite descomponer la dinámica de la economía subterránea entre los diferentes factores o “causas” incluidas en la ecuación de transición. Obviamente, gran parte de la historia de la economía subterránea está ligada con el desempeño de las actividades ilícitas asociadas con el narcotráfico, pero los otros factores han tenido, en el margen, un impacto también significativo.

En el panel superior del Cuadro 5 se descompone la variación por períodos, según los factores fiscal, laboral, cíclico y de la economía del narcotráfico; en términos relativos, esta última ha tenido un impacto sustancial y siempre positivo sobre la economía subterránea, excepto en el último período (1998-2003). También, cabe resaltar el alto peso relativo de la variable “empleados públicos” (*LP*): tanto su signo como su peso relativo indican el efecto sustancial que ha tenido el desarrollo de la burocracia estatal en la economía informal, no obstante, este efecto debe

mirarse como el resultado combinado de por lo menos tres fuerzas que operan en la misma dirección y que pueden estar recogidas en la variable LP : un aumento en ésta puede indicar un aumento en el tamaño del estado, un aumento en el aparato regulatorio y de control, o reflejar el efecto directo del crecimiento de la nómina estatal sobre la participación relativa del trabajo formal sobre el total de ocupados. Este último, sin embargo, no parece ser el caso, ya que la participación del empleo público sobre el empleo total decrece secularmente pasando del 22,5% promedio durante los años ochenta al 11,2%, durante los noventa (véase nota al pie 3).

En el panel inferior del Cuadro 5 se muestra la variación de la economía subterránea descontando el impacto de la economía formal (Y_f), la economía subterránea (AC) y la nómina estatal (LP). Los hitos más importantes del crecimiento en la economía subterránea del primer período 1976-1988 son el aumento en el impuesto a la renta a personas jurídicas, el aumento en el arancel nominal promedio y el crecimiento en el salario mínimo, todos con un peso relativo similar. En el segundo período de contracción 1988-1994, se destaca el sustancial impacto de la reducción en el arancel nominal promedio, seguido por la reducción del salario mínimo. En el tercer período, 1994-1998, las causas principales del crecimiento de la actividad subterránea fueron el aumento en los costos laborales parafiscales y el aumento del IVA y del impuesto a la renta de sociedades; finalmente, en el último período, 1998-2003, los factores preponderantes del aumento en la actividad informal fueron el fuerte incremento del salario mínimo y la fase recesiva del ciclo.

La serie de la variable latente estimada debe ser interpretada como un índice que muestra cambios de orden en la dinámica de la ES: este es el caso en estimaciones de filtro de Kalman en donde no se tiene información confiable sobre los valores iniciales, y es la forma como se interpretan los resultados de estimaciones en los modelos MIMIC y DYMIMIC. Su comportamiento coincide con los períodos ya estudiados en la sección anterior y que responden a razones de distinta naturaleza más allá de la historia del narcotráfico y al ciclo de la actividad económica agregada.

Con respecto al tamaño relativo de la ES, Schneider (2002), utilizando diferentes técnicas como el método de insumo físico (electricidad), la demanda de efectivo y el modelo DYMIMIC, estima la economía subterránea para 110 países, incluido Colombia; así, para casi todos los países en la muestra, la fecha de la medición es 1999/2000, época en la cual la economía subterránea colombiana representaría un 39% del producto, muy cerca, por cierto, del promedio latinoamericano. Por su

Cuadro 5

Descomposición de la variación de la economía subterránea
(Porcentaje sobre la variación total)

	Variación de la economía subterránea	Impuesto a la renta, sociedades	IVA	Arancel nominal
1977-1988	Aumento	2,06	0,06	2,67
1988-1994	Reducción	-2,32	10,46	-117,98
1994-1998	Aumento	10,88	4,91	1,15
1998-2003	Aumento	0,00	0,00	2,47
Excluyendo narcotráfico y nómina estatal				
1977-1988	Aumento	24,12	0,7,	31,34
1988-1994	Reducción	-1,86	8,38	-94,5
1994-1998	Aumento	29,42	13,28	3,10
1998-2003	Aumento	0,00	0,00	3,51

Fuente: cálculos de los autores.

parte, Loayza (1996) estima que a principios de los años noventa la economía subterránea en Colombia era de un 35% del PIB.

Aun cuando dichas medidas no necesariamente siguen la definición adoptada en este trabajo, coinciden en estimar el tamaño de las actividades evasoras, principalmente de normas fiscales; en este sentido, éstas representan un límite inferior de lo que aquí se ha definido como economía subterránea.

No obstante, los resultados del estudio deben mirarse como una primera aproximación a la estimación de la ES mediante métodos estructurales, ya que se basan en un solo indicador: la demanda de efectivo, en este sentido, en primer lugar, se puede estar dejando de lado un alto porcentaje de actividades que, aún cuando elusivas de las restricciones fiscales y laborales, no son intermediadas por el efectivo. En segundo lugar, parte del fuerte aumento en la ES estimado para finales de la década de los noventa puede estar reflejando tanto un aumento en el PIB subterráneo como un aumento en el valor de

Salario mínimo real	Costos laborales parafiscales	Nómina estatal (sin empleados oficiales)	Tasa de desempleo	Área cultivada de coca
3,27	0,34	-10,12	0,12	101,59
-7,73	-3,97	-13,68	-3,31	38,52
0,71	15,59	-39,98	3,73	103,01
48,16	0,00	110,51	19,80	-80,94
38,35	4,04		1,45	
-6,19	-3,18		-2,65	
1,92	42,18		10,10	
68,37	0,00		28,12	

transferencias de activos (p. e. dólares) y de bienes sin la creación de valor agregado.

V. CONCLUSIONES

La economía subterránea (ES), definida ampliamente como aquella asociada con actividades al margen del código legal de un país, es de particular relevancia en Colombia debido al alcance que tiene la economía del narcotráfico y la economía informal evasora de la legislación fiscal y laboral. Esto es particularmente importante no sólo para el Banco Central, pues la ES tiene una ingerencia directa en la demanda de efectivo, sino también por sus implicaciones fiscales e institucionales.

En este trabajo se hace una revisión crítica de los modelos estructurales: “multiple indicators multiple causes” (MIMIC) y “dynamic multiple indicators multiple causes” (DYMIMIC) comúnmente usados para estimar la ES; en particular, se

documenta el posible sesgo de variable omitida que estos pueden presentar en su estimación, y las ventajas de las representaciones más generales del tipo estado-espacio, estimadas mediante filtro de Kalman. Este último enfoque es aplicado al caso colombiano, donde se parte de una función de demanda de efectivo y se estima la dinámica y tamaño de la ES en el período 1976-2003.

Para efectos de la estimación se construyó una base de datos en la que se incluyó el máximo de variables asociadas directa o indirectamente tanto con la ES como con la demanda de efectivo. Dichas variables se pueden dividir en seis grupos: aquellas variables que tradicionalmente entran en la demanda de efectivo, aquellas relacionadas con avances tecnológicos en medios de pago, aquellas asociadas con aspectos fiscales de la decisión de actuar al margen de la ley, aquellas relacionadas con la eficiencia del estado en hacer valer el código legal, aquellas asociadas con la regulación laboral y las actividades informales, y finalmente, aquellas ligadas a las actividades del narcotráfico.

Los resultados soportan la hipótesis de que la ES ha jugado un papel significativo en la dinámica de la demanda de efectivo y en particular sobre el fuerte aumento de esta a finales de los noventa y los primeros años de este siglo. La representación estado-espacio cumple con todos los requerimientos estadísticos y arroja una muy buena bondad de ajuste sobre la demanda de efectivo.

Por su parte, los resultados muestran que las actividades asociadas con el narcotráfico han sido un factor que permanentemente ha incidido en la dinámica de la ES; no obstante, las estimaciones validan las hipótesis tradicionales de elusión y/o evasión de las restricciones laborales y fiscales como determinantes estadísticamente significativos del tamaño y comportamiento de la ES.

Pese a esto, los limitados grados de libertad con que contamos nos obligan a ser cautos respecto al tamaño y dinámica de la ES; así, en estricto sentido, el modelo estimado identifica innovaciones en la demanda de efectivo ocasionadas por variaciones en el valor de transacciones intensivas en efectivo asociadas con actividades informales o ilegales. En este sentido, en primer lugar, puede estar dejándose de lado un alto porcentaje de actividades que, aun cuando elusivas de las restricciones fiscales y laborales, no son intermediadas por el efectivo. En segundo lugar, parte del fuerte aumento en la ES estimado para finales de la década de los noventa puede estar reflejando tanto un aumento en el PIB subterráneo como un aumento en el valor de transferencias de activos (p. e. dólares) y de bienes sin la creación de valor agregado.

BIBLIOGRAFÍA

- Alañón Pardo, A.; Gómez de Antonio, M. (2004) “Estimación del tamaño de la economía sumergida en España: un modelo estructural de variables latentes”, documento de trabajo, núm. 184, Fundación de las Cajas de Ahorros (Funcas).
- Arango, L. E.; Posada, C. E. (2002) “El desempleo en Colombia”, Borradores de Economía, núm. 176, *Banco de la República*.
- Bhattacharyya, D. (1999) “On the Economic Rationale of Estimating de Hidden Economy”, *The Economic Journal*, v. 109, núm. 456, features, pp. F348-F359.
- . (1990) “An Econometric Method of Estimating the ‘Hidden Economy’, United Kingdom (1960-1984): Estimates and Tests”, *The Economic Journal*, núm. 100, pp. 703-717.
- Blau, P. M.; Scott, W. R. (1963) *Formal Organizations: A Comparative Approach*, Londres: Routledge and Kegan Paul.
- Cagan, Ph. (1958) “The Demand for Currency Relative to Total Money”, *JPE*.
- Clar, M.; Ramos, R.; Suriñach, J. (1998) “A Latent Variable Model to Measure Regional Manufacturing Production in Spain”, *Workshop on Regional Economic Indicators*, University of Minho, Braga.
- Corporación para el Desarrollo de la Investigación y Docencia Económica (CIDE) (1996) “El empleo informal urbano: un balance de los cambios acaecidos entre los ochenta y los noventa” (mimeo), Medellín.
- Cuthbertson, K.; Hall, S.; Taylor, M. (1992) *Applied Econometric Techniques*, Harvester Wheatsheaf.
- Díaz, A.; Sánchez, F. (2004) “Geografía de los cultivos ilícitos y conflicto armado en Colombia”, documento CEDE, núm. 2004-18, Universidad de los Andes.

- Eilat, Y.; Zinnes, C. (2000) “The Evolution of the Shadow Economy in Transition Countries: Consequences for Economic Growth and Donor Assistance”, documento de discusión, núm. 83, CAER II.
- Fadul, M. (2003) “Análisis de los ingresos y operaciones entorno al cobro de las regalías de oro, carbón y esmeraldas”, Informe de Consultoría, UPME-Fedesarrollo.
- Feige, E. (1990) “Defining and Estimating Underground and Informal Economies: the New Institutional Economics Approach”, *World Development*, núm. 7, v. 18.
- Fergusson, L. (2003) “Tributación, crecimiento y bienestar: el caso colombiano”, documento CEDE, núm. 2, Universidad de los Andes.
- Fleming, M.; Roman, J.; Farrell, G. (2000) “The Shadow Economy”, *Journal Of International Affairs*, núm.2, v. 53, pp. 387-409, primavera.
- Florez, C. E. (2001) “The Function of the Urban Informal Sector in Employment: Evidence from Colombia, 1984-2000”, documento CEDE, Universidad de los Andes y Universidad de Princeton.
- Gërxxhani, K. (1999) “The Informal Sector in Developed and Less Developed Countries”, *Tinbergen Institute Discussion Paper*, núm. 1999-083/2, Amsterdam Institute for Advanced Labor Studies (AIAS)-Amsterdam School for Social Science Research (ASSR), University of Amsterdam.
- Gilles, D. E. A. (1999b) “Modelling the Hidden Economy and the Tax-Gap in New Zealand” (mimeo), Universidad de Victoria.
- _____. (1999a) “Measuring the Hidden Economy: Implications for Econometric Modelling”, *Economic Journal*, núm. 456, v. 109, pp. 370-380.
- _____. (1997d) “Testing for Asymmetry in the Measured and Underground Business Cycles in New Zealand”, *Economic Record*, núm. 72, pp. 225-232.

- _____. (1997c) “The Hidden Economy and Tax-Evasion Prosecutions in New Zealand”, *Applied Economic Letters*, núm. 4, pp. 281-285.
- _____. (1997b) “Causality between the Measured and Underground Economies in New Zealand”, *Applied Economic Letters*, núm. 4, pp. 63-67.
- _____. (1997a) “The Hidden Economy and the Tax-Gap in New Zealand: a Latent Variable Analysis”, documento de trabajo, núm. 97-08, Departamento de Economía, Universidad de Victoria.
- Gómez, H.; Santamaría, M. (1994) “La economía subterránea en Colombia”, Ocampo, J. A., *Gran Enciclopedia Temática de Colombia*, v. 8, pp. 313-320, Bogotá: Círculo de Lectores.
- Gordo, M. (2002) “El cumplimiento tributario voluntario en Colombia: notas para la discusión” (mimeo).
- Gouldner, A. W. (1954) *Patterns of Industrial Bureaucracy*, New York: Free Press.
- Hart, K. (1973) “Informal Income Opportunities and Urban Employment in Ghana”, *Journal of Modern African Studies*, núm. 11, v. 1, pp. 61-89.
- _____. (1971) “Small Scale Entrepreneurs in Ghana and Development Planning”, *Journal of Development Planning*, julio.
- Harvey, A. (1994) *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Henao, M. L.; Rojas, N.; Parra, A. (1999) “El mercado laboral urbano y la informalidad en Colombia: evolución reciente”, documento de trabajo, núm. 5, Departamento Nacional de Planeación (DNP).
- Hendry, D. (1995) *Dynamic Econometrics*, Oxford: Oxford University Press.
- Horowitz, J. L. (2001) “The Bootstrap”, J. Heckman; E. Leamer (eds.), *Handbook of Econometrics*, v. 5, cap. 52, pp. 3161-3228, Editors North Holland.

- Judge, G.; Griffiths, W.; Carter Hill, R.; Lütkepohl, H.; Lee, T. (1985) *The Theory and Practice of Econometrics*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.
- Junguito, R.; Caballero, C. (1978) “La otra economía”, *Coyuntura Económica*, núm.4, v. VIII.
- Kaldor, N. (1956) “Indian Tax Reform: Report of a Survey”, Ministerio de Finanzas, Gobierno de la India, Nueva Delhi.
- Laflèche, T. (1994) “The Demand for Currency and the Underground Economy”, *Bank of Canada Review*, pp. 39-58, otoño.
- Loayza, N. V. (1996) “The Economics of the Informal Sector: a Simple Model and Some Empirical Evidence from Latin America”, *Carnegi -Rochester Conference Series on Public Policy*, núm. 45, pp. 129-162.
- López, H.; Henao, M. L.; Sierra, O. (1982) “El empleo en el sector informal, el caso de Colombia”, *La problemática del empleo en América Latina y Colombia*, Medellín: Centro de Investigaciones Económicas, Universidad de Antioquia.
- Naím, M. (2005) *Ilícito: o ataque da pirataria. Da lavagem de dinheiro e do tráfico a economia global*, Río de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
- Nieto, F.; Melo, L. (2001) “About a Coincident Index for the State of the Economy”, Borradores de Economía, núm. 194, *Banco de la República*.
- Melo, L.; Nieto, F.; Posada, C. E.; Betancourt, R.; Barón, J. D. (2001) “Un índice coincidente para la actividad económica colombiana”, Borradores de Economía, núm. 195, *Banco de la República*.
- Minercol (1999) “Análisis de los mercados nacional e internacional del oro” (mimeo).
- Misas, M.; Vásquez, D. (2002) “Expectativas de inflación en Colombia: un ejercicio econométrico”, Borradores de Economía, núm. 212, *Banco de la República*.

- ; ———; Posada, C. E. (2001) “¿Está determinado el nivel de precios por las expectativas de dinero y producto en Colombia?”, *Borradores de Economía*, núm. 191, *Banco de la República*.
- ; M; López, E.; Arango, C.; Hernández, N. (2004) “No-linealidades en la demanda de efectivo en Colombia: las redes neuronales como herramienta de pronóstico”, *Ensayos sobre Política Económica*, núm. 45, junio.
- Rocha, R. (2000) *La economía colombiana tras 25 años de narcotráfico*, Bogotá: Siglo del Hombre Editores.
- ; Ramírez, M. C. (2005) “Impactos de la economía de la droga: estudio de Colombia” (mimeo), USID.
- Rogoff, K. (1998) “Large Banknotes”, *Economic Policy*, núm. 26
- Ruiz, H. (1979) “Implicaciones sociales y económicas de la producción de marihuana”, *Marihuana: legalización o represión*, Bogotá: ANIF.
- SAS/IML[®] software, versión 8.0, Changes and Enhancements.
- Schneider, F. (2002) “Size and Measurement of the Informal Economy in 110 Countries Around the World”, documento de trabajo, Banco Mundial.
- ; Enstem, D. (2000) “Informal Economies: Size, Causes, and Consequences”, *The Journal of Economic Literature*, núm. 38, v. 1, pp. 77-114.
- Sistema Integrado de Monitoreo de Cultivos Ilícitos (SIMCI) (2003) “Colombia: censo de cultivos de coca” (mimeo).
- Smith, R. (2002) “The Underground Economy: Guidance for Policy Makers”, *Canadian Tax Journal*, núm. 5, v. 50, pp. 1655-1661.
- Steiner, R. (1998) “Colombia’s Income from the Drug Trade”, *World Development*, núm. 26, v. 6, pp. 1013-1031.

- ; Fernández, C. (1994) “Evolución de los determinantes del contrabando en Colombia”, *Coyuntura Económica Latinoamericana*, núm. 3, v. XXIV, Fedesarrollo.
- Strom, S.; Isachsen, A. (1984) “The Size and Growth of the Hidden Economy in Norway”, *Review of Income and Wealth*, pp. 21-38.
- ; ———. (1980) “The Hidden Economy: The Labor Market and Tax Evasion”, *The Scandinavian Journal of Economics*, núm. 2, v. 82, pp. 304-311.
- Tabares, E.; Rosales, R. (2005) “Políticas de control de la oferta de coca: ‘la zanahoria’ y ‘el garrote’ ”, documento CEDE, núm. 2005-10, Universidad de los Andes.
- Tanzi, V. (1980) “The Underground Economy in the United States: Estimates and Implications”, *Banca Nazionale Lavoro Quarterly Review*, núm. 135, pp. 427-453.
- . (1983) “The Underground Economy in the United States: Annual Estimates, 1930-1980”, documentos de dirección, *FMI*, núm. 30, v. 2, pp. 283-305.
- Thoumi, F. (1994) *Economía política y narcotráfico*, Bogotá: Tercer Mundo Editores.
- UPME-Ministerio de Minas (2003) “Investigación sobre las exportaciones colombianas de oro presumiblemente irregulares” (mimeo).
- Watson, M.; Engle, R. (1980) “A Time Domain Approach to Dynamic Factor Analysis and Mimic Models”, *Les Cahiers de Seminaire d’Econometrie*, núm. 22.
- Welch, G; Bishop, G. (2001) “An Introduction to the Kalman Filter”, Departamento de Ciencias de la Computación, Universidad de Carolina del Norte, Chapel Hill.

ANEXO 1

MARCO ECONOMÉTRICO

A. REPRESENTACIÓN ESTADO-ESPACIO Y FILTRO DE KALMAN

De acuerdo con la notación de Harvey (1994), las representaciones estado-espacio, invariantes a través del tiempo, de los modelos DEF y ECW pueden ser escritas, de forma general, mediante las siguientes ecuaciones:

$$(1) \quad Y_t = Z\mathbf{a}_t + d_t + \mathbf{e}_t; \text{ ecuación de medida}$$

donde $E[\mathbf{e}_t] = 0$, $Var - Cov(\mathbf{e}_t) = H$

En general, los elementos de \mathbf{a}_t son no observables y se supone un proceso de Markov de primer orden como su ley de evolución, ecuación (2).

$$(2) \quad \mathbf{a}_t = T\mathbf{a}_{t-1} + c_t + \mathbf{h}_t; \text{ ecuación de transición}$$

donde $E[\mathbf{h}_t] = 0$, $Var - Cov(\mathbf{h}_t) = Q$

De tal forma que la especificación del sistema estado-espacio se completa considerando los siguientes supuestos:

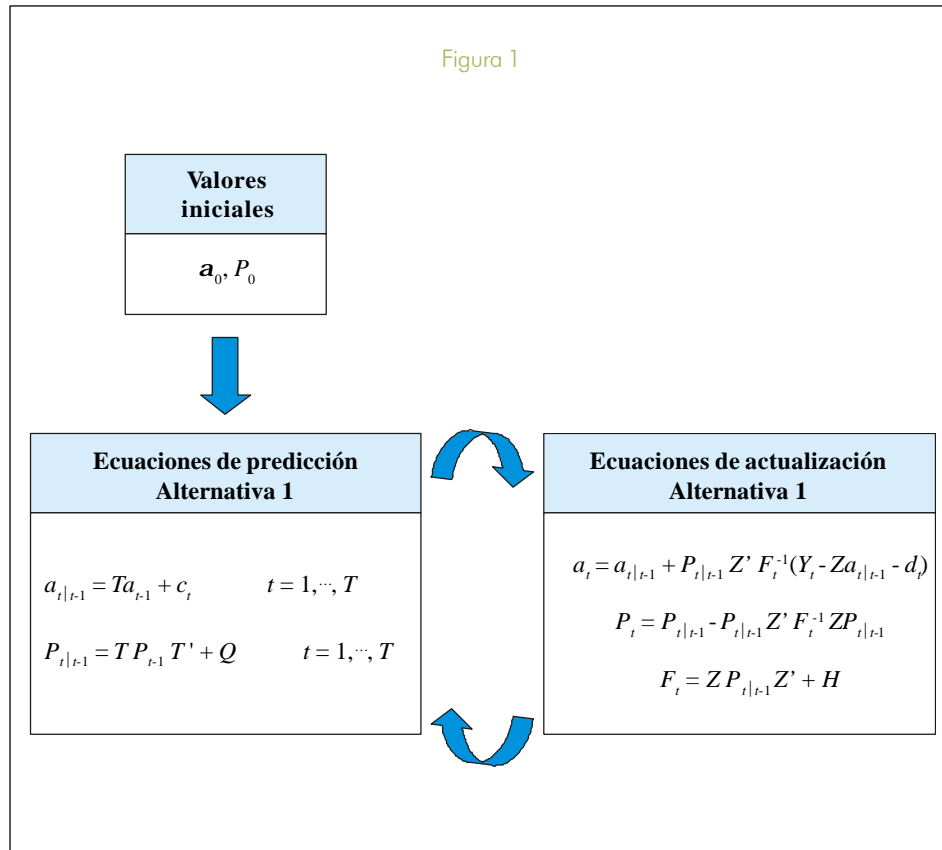
- un vector de estado inicial \mathbf{a}_0 con $E[\mathbf{a}_0] = a_0$ y $Var - Cov[\mathbf{a}_0] = P_0$
- $E[(\mathbf{e}_t \mathbf{h}_s)] = 0 \quad \forall t \neq s$
- $E[(\mathbf{e}_t \mathbf{a}_s)] = 0, E[(\mathbf{h}_t \mathbf{a}_s)] = 0 \quad \forall t = 1, \dots, N$

Una vez establecidas las representaciones estado-espacio y sus supuestos fundamentales, el trabajo econométrico se concentra en la estimación, en cada caso, del vector de estado, de los parámetros y de las distintas matrices de varianza-covarianza del sistema. Como señala Harvey (1994), para tal propósito existen diferentes algoritmos, siendo el principal el filtro de Kalman.

El filtro de Kalman se define como un procedimiento recursivo que permite calcular el estimador óptimo del vector de estado en cada momento del tiempo con

base en la información disponible en el momento $t-1$, y actualizar, con la información adicional disponible en el momento t , dichas estimaciones (Clar *et al.*, 1998). El proceso recursivo inherente al filtro de Kalman puede ilustrarse mediante el siguiente esquema¹ (Figura 1).

Donde a_{t-1} es el estimador óptimo de a_{t-1} , basado en la información disponible que incluye Y_{t-1} , y P_{t-1} , la matriz MSE del error de estimación del vector de estado, es decir, $P_{t-1} = E[(\mathbf{a}_{t-1} - \hat{a}_{t-1})(\mathbf{a}_{t-1} - \hat{a}_{t-1})']$.



¹ Véase Welch y Bishop (2001), además, cuatro trabajos recientes que han aplicado el filtro de Kalman en el análisis macroeconómico colombiano son los de Misas y Vásquez (2002), Nieto y Melo (2001), y Melo *et al.* (2001) y Misas *et al.* (2001).

B. ESTIMACIÓN POR MÁXIMA VEROSIMILITUD

La teoría clásica de estimación por máxima verosimilitud es aplicada para obtener estimaciones de los parámetros en T, Z, H, Q , y en las matrices asociadas con d_t y c_t . Si cada uno de los vectores conformados por las perturbaciones $\{e_t\}$ y $\{h_t\}$ sigue una distribución normal implica que Y_t , condicional a su conjunto de información relevante en $(t-1)$, sigue también la distribución normal. Así,

$$(3) \quad (Y_t | \hat{A}_{t-1}) \sim \text{Distribución normal } ((Za_{t|t-1} + d_t), (ZP_{t|t-1}Z' + H));$$

$$\hat{A}_{t-1} \equiv \{ Y_{t-1}, \dots, Y_1 \}$$

con función de verosimilitud en forma matricial compacta dada por:

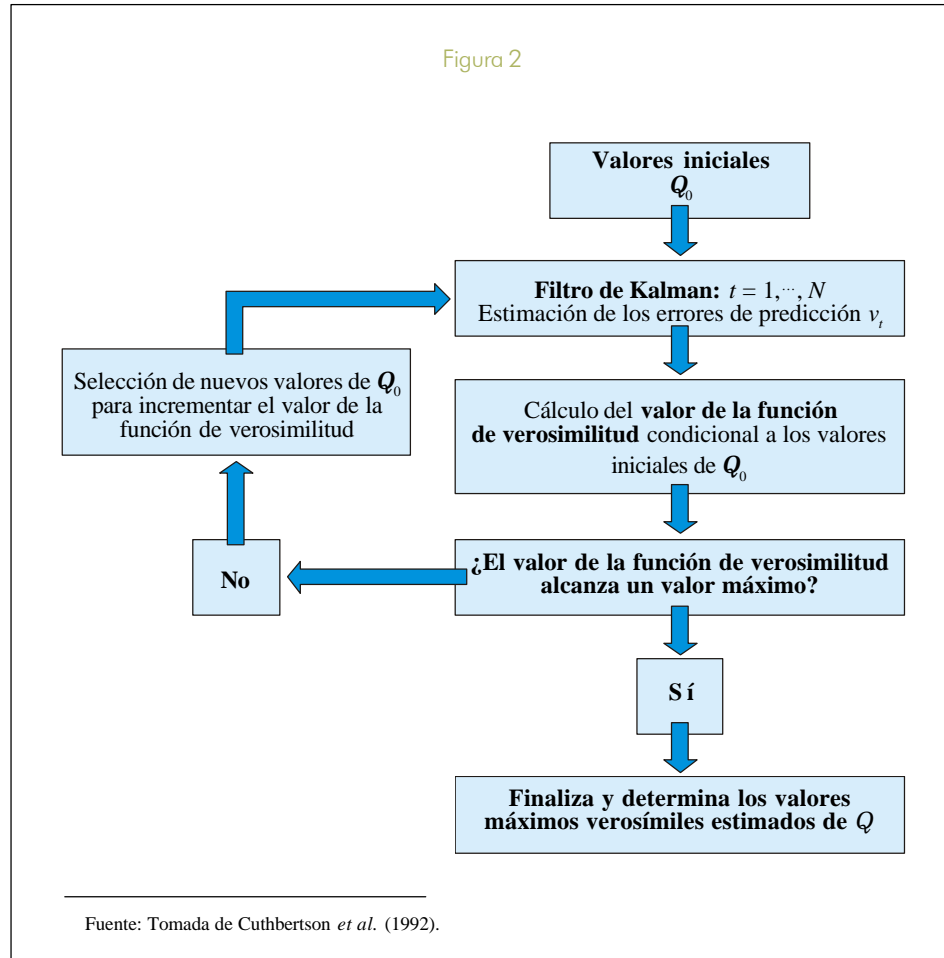
$$(4) \quad \text{Log } L = - (N/2) \log 2\mathbf{p} - (1/2) \sum_{t=1}^N \log |F_t| - (1/2) \sum_{t=1}^N v_t' F_t^{-1} v_t$$

en donde:

$$(5) \quad v_t = Y_t - \hat{Y}_{t|t-1} \quad t = 1, \dots, N \quad (36)$$

Como lo presentan Clar *et al.* (1998) la expresión de la función de verosimilitud (4) es usualmente demasiado compleja para obtener de sus expresiones analíticas los valores de los parámetros que la hacen máxima; dificultad que puede ser superada mediante procedimientos de optimización numérica² que considera la Figura 2.

Figura 2



ANEXO 2

El procedimiento *bootstrapping*² se lleva a cabo generando m muestras aleatorias con remplazo de los errores de la ecuación de medida, $\{e^i\} i = 1, \dots, m$, asociada con la economía subterránea seleccionada (tanto en el modelo 1 como en el modelo 2). Cada una de dichas muestras permite generar un nuevo vector $\{Y^i\} i = 1, \dots, m$. Con cada uno de estos vectores se procede como en el esquema presentado en la Figura 2, considerando como Q inicial el \hat{Q} asociado, también, con la economía subterránea seleccionada. Los vectores de parámetros estimados resultantes se consideran adecuados si cumplen con gradientes menores a 0,005 y si no se tienen situaciones de borde, es decir, cota superior o inferior; en caso contrario, el resultado se descarta. Finalmente dentro de los resultados adecuados se toma el percentil 2,5 y el percentil 97,5 los cuales definen un intervalo de confianza del 95% para cada parámetro, presentados en los cuadros 1 y 2. El ejercicio se lleva a cabo con $m = 5.000$ de los cuales en promedio son adecuados aproximadamente 650.

² Véase, Horowitz (2001). El proceso de *bootstrapping* se obtiene a través del módulo IML de SAS (versión 8.0e).

ANEXO 3

DATOS UTILIZADOS PARA LA ESTIMACIÓN DEL FILTRO DE KALMAN

En este trabajo se hace un primer intento por recoger un conjunto consistente de series de tiempo asociadas de alguna manera con la economía subterránea. Las series fueron construidas con periodicidad anual para el período 1976-2003.

Cuadro A3.1

Posibles indicadores de la actividad subterránea:
efectivo, indicadores laborales, tasas efectivas de tributación
y consumo de energía

Año	<i>EFR</i> (ln)	<i>CP</i>	<i>BM</i>	<i>W(GWh)</i> (ln)	<i>TE</i> consumo	<i>TE</i> trabajo	<i>TE</i> capital
1976	13,780	25,428	21,117	9,308	9,689	22,831	5,319
1977	13,830	24,740	22,374	9,340	10,133	20,912	5,828
1978	13,978	26,542	20,931	9,464	10,318	24,167	2,204
1979	13,990	25,927	17,150	9,546	11,193	19,476	7,595
1980	14,009	29,214	17,869	9,631	12,972	20,248	5,905
1981	14,008	27,347	16,334	9,635	12,900	21,498	4,043
1982	13,945	27,724	14,213	9,707	12,256	21,101	4,213
1983	13,966	28,773	14,209	9,755	10,987	20,209	7,762
1984	14,021	28,699	14,646	9,810	9,324	20,669	7,436
1985	14,062	27,598	16,299	9,856	10,502	21,553	7,665
1986	14,144	26,572	16,595	9,922	11,419	22,046	7,207
1987	14,174	26,884	15,768	9,989	12,142	21,544	7,987
1988	14,241	26,251	15,483	10,039	12,596	21,110	8,332
1989	14,198	26,363	14,966	10,106	12,407	21,586	9,502
1990	14,205	25,704	13,374	10,242	12,051	22,151	10,077
1991	14,181	26,683	13,585	10,224	10,945	23,364	12,669
1992	14,238	26,749	14,527	10,137	10,172	23,087	14,108
1993	14,300	26,847	14,224	10,238	12,008	23,796	13,118
1994	14,387	26,234	11,385	10,314	12,777	25,646	13,395
1995	14,432	28,726	10,699	10,363	12,491	27,275	13,115
1996	14,407	28,457	10,620	10,376	14,084	29,804	12,716
1997	14,452	30,533	10,481	10,402	14,944	31,091	14,475
1998	14,419	30,690	10,299	10,421	15,035	30,771	14,055
1999	14,519	33,936	13,361	10,353	14,605	30,961	16,396
2000	14,673	34,958	14,186	10,362	14,694	31,053	15,448
2001	14,786	36,014	16,999	10,425	16,620	32,136	18,552
2002	14,922	34,792	16,940	10,428	17,478	32,136	17,759
2003	15,008	35,008	17,337	10,104	17,478		

Fuente: *EFR*(ln): ln del efectivo real; calculado como el promedio anual de los saldos reales mensuales de efectivo. *CP*: porcentaje de ocupados por cuenta propia; calculado por el Departamento de Economía de la Universidad Javeriana con base en la Encuesta Nacional de Hogares para siete áreas metropolitanas. *BM*: porcentaje de asalariados con salarios por debajo del salario mínimo; calculado por el Departamento de Economía de la Universidad Javeriana con base en la Encuesta Nacional de Hogares para siete áreas metropolitanas. *W(GWh)*(ln): ln del consumo de energía eléctrica; DNP, Unidad de Infraestructura y Energía. Tasas efectivas de tributación (*TE*) para el consumo, el trabajo y el capital según series de Fergusson (2003) actualizadas por los autores.

Cuadro A3.2
Determinantes de la demanda de efectivo

Año	<i>DTF</i>	<i>ATM(ln)</i>	<i>IAC(ln)</i>	<i>VIT</i>	<i>DIPC</i>	<i>Yt (VAEAM) (ln)</i>
1976	0,225	7,808	4,044	0,000	0,202	17,870
1977	0,225	8,973	4,275	0,000	0,331	17,921
1978	0,252	8,900	4,399	0,000	0,178	17,998
1979	0,348	8,987	4,502	0,000	0,246	18,122
1980	0,353	8,847	4,661	0,000	0,265	18,130
1981	0,373	8,796	4,804	0,000	0,275	18,119
1982	0,380	8,816	4,909	0,000	0,246	18,019
1983	0,337	8,938	4,953	0,000	0,197	18,021
1984	0,348	9,163	4,994	0,000	0,162	18,081
1985	0,352	8,959	5,029	0,000	0,240	18,137
1986	0,312	9,320	5,033	0,000	0,189	18,195
1987	0,310	9,747	5,033	0,000	0,233	18,194
1988	0,339	9,566	5,052	0,000	0,281	18,315
1989	0,330	9,794	5,059	0,000	0,259	18,362
1990	0,353	13,626	5,075	0,000	0,291	18,396
1991	0,367	15,012	5,096	0,000	0,304	18,396
1992	0,264	15,492	5,055	0,000	0,270	18,445
1993	0,256	16,401	5,017	0,000	0,224	18,369
1994	0,295	17,125	5,011	0,000	0,228	18,464
1995	0,320	17,244	5,022	0,000	0,209	18,548
1996	0,306	17,456	5,023	0,000	0,208	18,555
1997	0,238	17,804	4,979	0,000	0,185	18,581
1998	0,317	17,836	4,994	0,000	0,187	18,575
1999	0,208	17,669	4,931	0,002	0,109	18,485
2000	0,119	17,455	4,809	0,002	0,092	18,549
2001	0,123	17,267	4,703	0,003	0,080	18,587
2002	0,089	17,082	4,575	0,003	0,063	18,616
2003	0,077	16,936	4,445	0,003	0,071	18,655

Fuente: *DTF*: tasa bancaria a 90 días 1976-1979, y CDT 90 días 1980-2003 según Caicedo *et al.* (1997) y Greco. *ATM*: importaciones acumuladas de cajeros automáticos depreciadas al 20% anual. *IAC*: tasa acumulada de interés depreciada al 20% anual. *VIT*: impuesto a las transacciones, el impuesto del “dos por mil” empieza a regir en noviembre de 1998, por esta razón este año se toma como cero. *DIPC*: inflación anual promedio y variación del IPC base 1994. *Yt (VAEAM)(ln)*: valor agregado *EAM* a precios constantes de 1994.

Cuadro A3.3

Tasas nominales impositivas, salario mínimo, costos laborales parafiscales, tasa de desempleo y área cultivada de coca

Año	TS	IC	AN	SM real (ln)	CL (13)	LP(ln)	U _{t-1}	VCO (ln) (área cultivada)
1976	0,200	0,098	0,412	11,237	0,441	13,279	0,105	1,000
1977	0,200	0,097	0,412	11,351	0,441	13,323	0,103	1,000
1978	0,200	0,098	0,412	11,419	0,441	13,361	0,094	5,412
1979	0,200	0,097	0,325	11,491	0,461	13,405	0,089	6,328
1980	0,200	0,104	0,325	11,521	0,461	13,455	0,088	7,244
1981	0,200	0,098	0,325	11,515	0,461	13,479	0,099	8,161
1982	0,200	0,099	0,325	11,557	0,461	13,499	0,081	9,048
1983	0,180	0,102	0,423	11,598	0,461	13,502	0,094	9,680
1984	0,180	0,100	0,523	11,647	0,461	13,506	0,119	9,741
1985	0,180	0,100	0,523	11,615	0,461	13,544	0,134	9,649
1986	0,330	0,100	0,523	11,656	0,461	13,591	0,138	10,127
1987	0,320	0,100	0,523	11,647	0,461	13,629	0,135	10,042
1988	0,310	0,100	0,523	11,623	0,461	13,688	0,118	10,441
1989	0,300	0,100	0,350	11,632	0,471	13,691	0,113	10,670
1990	0,300	0,100	0,297	11,609	0,471	13,703	0,099	10,621
1991	0,300	0,120	0,297	11,574	0,429	13,669	0,105	10,554
1992	0,300	0,120	0,129	11,566	0,443	13,719	0,102	10,544
1993	0,300	0,140	0,129	11,586	0,443	13,688	0,102	10,611
1994	0,300	0,140	0,129	11,571	0,479	13,727	0,086	10,730
1995	0,300	0,140	0,129	11,568	0,513	13,768	0,089	10,860
1996	0,350	0,160	0,133	11,557	0,521	13,722	0,088	11,138
1997	0,350	0,160	0,133	11,578	0,521	13,790	0,112	11,304
1998	0,350	0,160	0,133	11,576	0,521	13,851	0,124	11,553
1999	0,350	0,160	0,133	11,620	0,521	13,776	0,153	12,006
2000	0,350	0,150	0,133	11,627	0,521	13,797	0,194	12,025
2001	0,350	0,160	0,133	11,645	0,521	13,829	0,202	11,905
2002	0,350	0,160	0,134	11,661	0,521	13,831	0,182	11,556
2003	0,350	0,160	0,135	11,664	0,528	13,764	0,177	11,388

Fuente: TS: impuesto a la renta sociedades; se introdujo la tarifa que pagaban sociedades limitadas de 1976 a 1985 dado que éstas son las más susceptibles de operar en la economía subterránea. IC: impuesto al consumo (1976-1983); se calculó una tasa a partir de los bienes que eran gravados con el impuesto a las ventas y con sus tarifas respectivas se ponderó con sus proporciones con información de las Cuentas Nacionales del DANE, 1984-2003 impuesto al valor agregado (IVA). AN: arancel nominal promedio; se hizo un promedio ponderado de la clasificación internacional uniforme (CIU) para el período 1976-1999, incluyendo sobretasa, y de ahí en adelante se le aplicaron los crecimientos de la serie de aranceles del Ministerio de Comercio, Industria y Turismo. SM real (ln): salario mínimo real; para los años anteriores a la unificación del salario mínimo legal se tomó el salario mínimo urbano según los decretos. CL: costos laborales; calculados como la suma de los costos parafiscales a la nómina según serie actualizada de Arango *et al.* (2002). LP: empleados públicos; DAFP, DANE y CGR, para 2003 se emplearon los crecimientos de la ECH de 2002 a 2003 y se aplicaron al número de empleados del año 2002. Ut-1: tasa de desempleo rezagada un período. VCO (ln): es el área cultivada de cocaína.