

*La calidad de la vivienda a partir de enfoques hedónicos
individuales y agregados espaciales: Un caso aplicado a la ciudad
de Bogotá.*

Leonardo Morales Zurita

*10 de junio de 2005
Universidad del Valle*

Introducción.

La calidad de la vivienda es un aspecto de crucial importancia en la determinación de los niveles de vida de las personas. De las características propias de cada unidad habitable se pueden deducir muchos de los elementos importantes a tener en cuenta para evaluar la calidad de la vida de una familia o una comunidad en un tiempo y espacio geográfico determinado. Este no es un elemento desconocido por las diferentes visiones económicas que intentan abordar el tema de la pobreza y de las condiciones de vida de los hogares, no en vano son elementos imprescindibles a la hora de estructurar una medición de las necesidades de un hogar o de su nivel de calidad de vida.

El objetivo implícito a lo largo de todo el trabajo consiste en verificar a través de la utilización de metodologías hedónicas para la vivienda en la ciudad de Bogotá, la hipótesis de que los elementos que constituyen lo que se denominará como calidad de la vivienda, juegan un papel determinante en la conformación de los precios de cada unidad. Para corroborar empíricamente estas consideraciones se abordan dos enfoques: uno tradicional en modelos de precios hedónicos en donde la unidad de estudio es cada hogar en particular y otro en donde la unidad de estudio son las (UPZ)¹ del distrito, en el que se introducen en la modelación un conjunto de relaciones geográficas al interior de la ciudad (mediante la utilización de la econometría espacial). A través del primer enfoque se utilizan las metodologías hedónicas para encontrar precios implícitos de un conjunto de características, en su mayoría individuales de cada vivienda, y para estimar una función de demanda individual por la calidad de la misma. El segundo enfoque por su parte permite incluir en la aplicación de las hipótesis hedónicas, una serie de dinámicas espaciales de los efectos que las características propias de cada UPZ tienen sobre la determinación del precio de la vivienda en Bogotá.

¹ La Unidad de Planeación Zonal es uno de los instrumentos de gestión urbana previstos en el POT. (Plan de ordenamiento territorial) para abordar el planeamiento de escala intermedia en el territorio distrital, que posibilita una adecuada articulación y precisión entre las directrices generales adoptadas en el modelo de ordenamiento territorial y la planificación y gestión zonal y vecinal.

El trabajo contiene elementos descriptivos y valorativos importantes de categorías teóricas asociadas a la calidad de una vivienda, elementos útiles en el campo de la evaluación de proyectos sociales o en el diseño de políticas que pretendan disminuir el nivel de pobreza asociado a los hogares, ya que el manejo estadístico permitirá encontrar precios implícitos y disponibilidades marginales a pagar, para una serie de categorías que pueden ser consideradas como elementos de primera necesidad en la dotación de una casa. Los valores monetarios encontrados por los modelos econométricos, pueden ser utilizados para la obtención de beneficios sociales de cualquier proyecto futuro de mejoramiento de las condiciones de vivienda en la ciudad y ser contrastados con sus respectivos costos.

La primera sección del trabajo está compuesta por una revisión bibliográfica de la metodología de los precios hedónicos y los desarrollos de la econometría espacial. La segunda sección hace una pequeña referencia a como se introducen elementos de la composición de la vivienda en las metodologías de medición económica más estándar del bienestar de las personas. En la tercera sección se plantea un modelo teórico para el precio de la vivienda el cual será estimado en las dos secciones posteriores. En la sección IV se estima un modelo empírico tradicional de precios hedónicos para el mercado de la vivienda y en la sección V se introduce a la hipótesis hedónica básica un conjunto de relaciones espaciales que serán planteadas, exploradas y posteriormente estimadas. Por último en la sección VI se establecen conclusiones y recomendaciones.

Los principales resultados que se obtendrán serán: desde el primer enfoque la estimación de un precio implícito y una función de demanda por calidad de la vivienda en la ciudad de Bogotá y desde el segundo enfoque la comprobación de concentración geográfica de altos y bajos niveles para la valoración de la vivienda, y la posterior estimación de los efectos de vecindario espaciales en la conformación del precio de la vivienda. Además este trabajo constituye un aporte en sí mismo a la difusión de técnicas estadísticas que incorporan dimensiones espaciales a las relaciones planteadas en los modelos tradicionales, las cuales están revolucionando el estudio de la economía regional y urbana en todo el mundo.

I. Revisión Bibliográfica.

a. Los precios hedónicos.

La metodología de los precios hedónicos constituye herramienta importante para estudiar las relaciones que existen entre los niveles de calidad que puede asignársele a una unidad habitable, en términos de un conjunto de atributos o características y el precio de la misma (bien sea el valor de compra y venta o el valor de la renta que se paga por el derecho de habitarla).

La metodología de los precios hedónicos se estructura básicamente en la hipótesis de que los bienes son valorados por su utilidad relacionada con atributos o características. Los precios hedónicos son definidos como los precios implícitos de las características y son revelados por las personas al ejercer transacciones de mercado, ya que en ellas puede observarse los precios de productos diferenciados así como las diferentes cantidades de atributos que el bien posee (Rosen, 1974). La técnica de los precios implícitos es ya bastante conocida en la práctica económica y pueden distinguirse dos etapas en la utilización de la misma, la segunda de ellas a partir de 1974 es caracterizada por un mayor grado en el refinamiento de la teoría. Antes de 1974 se conocen como los pioneros de la técnica dos trabajos: el de Frederic Wuagh (1928) para el mercado de los vegetales, en el que se intenta descontar el efecto de ciertos factores de calidad en el precio de los vegetales y el de Court (1939) para el mercado de los automóviles, en el cual se analizaba los cambios en el precio de los mismos de acuerdo a características como peso, modelo, distancia entre ejes potencia, etc.

En 1974 con el artículo de Sherwin Rosen, se establece por primera vez un contexto teórico consistente y unas bases metodológicas suficientemente sólidas para la justificar la utilización de la técnica. Rosen plantea que varios tipos de bienes diferenciados, pueden ser perfectamente descritos por un vector de características objetivamente mesurables: $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, con z midiendo la cantidad de la característica i . De la observación del precio de cada bien y la cantidad de características asociadas a el, resulta

un conjunto particular de precios hedónicos o implícitos. Oferentes y demandantes distinguen perfectamente entre cantidades de las características, eso implica que toda una variedad de alternativas (diferentes tipos de combinaciones de cada z_i) este disponible.

Después de Rosen tal vez el artículo más reconocido sobre el tema es el de Freeman (1979), quien realizo un análisis para el caso de la vivienda en el cual propone la vivienda h_i como bien heterogéneo y su precio $P(h_i)$ explicado en función de características que pueden descomponerse de la siguiente manera: $P_{hi} = P_h(S_{i1}, \dots, S_{ij}, N_{ik}, \dots, N_{ir}, Q_{i1}, \dots, Q_{im}, \dots, Q_{in})$ con S_j agrupando las características estructurales de la vivienda, Q_j las características del vecindario y N_j las características ambientales.

Otra aplicación que se le ha dado a los precios implícitos es en el mercado laboral, el mismo Freeman (2002) plantea el problema de encontrar algún tipo de valoración para la disminución del riesgo de muerte en accidentes laborales a través del uso de la técnica de los precios hedónicos en lo que denominó, el salario hedónico. En este caso se construye una función de precio hedónico, interpretada como una relación de equilibrio que refleja no sólo la interacción de la oferta y la demanda por las características del empleo, si no también la interacción entre oferta y demanda por las características del trabajador, de tal manera que la derivada parcial de la función de salario hedónico con respecto a un atributo bien puede reflejar el precio implícito por un atributo del empleo o del trabajador.

Uno de los desarrollos mas interesantes de los precios implícitos se ha dado desde el enfoque de la economía ambiental, donde se ha utilizado para hallar la demanda por calidad ambiental de forma indirecta, a través del mercado de la vivienda. Muestra de esto es el trabajo de autores como Koldstad (2002 pp. 542) quien desarrolla un modelo simple al estilo Rosen para el mercado de la vivienda en donde trata de encontrar el precio implícito por una característica ambiental, o Azqueta (1994 pp. 273) otro autor ambiental

reconocido quien desarrolla igualmente un modelo hedónico ciñéndose a la metodología expuesta por Freeman.

Entre otras aplicaciones reconocidas de la técnica se destacan las de los siguientes autores: Harrison y Rubinfeld (1978) quienes aplican la metodología de los precios hedónicos con el fin de determinar si los beneficios de una propuesta de regulación para la contaminación del aire en Boston superaban los costos, y Palmquist (1984) quien construyó una base de datos con información de oferentes de vivienda y del censo estadounidense, para estimar la disposición marginal a pagar por las características más relevantes de la vivienda en siete ciudades norteamericanas.

Uno de los trabajos más reconocidos que se han realizado para Colombia es el de Castellar (1991), en el cual se elabora una aplicación de la técnica de los precios implícitos a los atributos de las fincas campesinas Colombianas, donde pretende estimar el precio implícito de los diferentes atributos de la finca campesina, en un contexto en el cual la unidad productiva y la familiar son indisociables.

b. Desarrollos históricos de la econometría espacial.

Los desarrollos realizados en el campo de la econometría espacial nacen en el intento de ofrecer una solución práctica a los problemas denominados como “efectos espaciales,” estos son: La heterogeneidad y la dependencia espacial, sobre todo el segundo de ellos. La dependencia espacial se refiere a la ocurrencia de interdependencia entre observaciones vistas en un espacio geográfico y viola el supuesto de no correlación en el término de error de las regresiones, la heterogeneidad espacial por su parte se refiere a la variación sistemática en el comportamiento de un proceso a lo largo del espacio (Can, 1990).

Los desarrollos en la técnica que pueden ser considerados como fundadores de una línea de estudio aparte, se atribuyen a la obtención de los primeros dos índices formales para detectar la presencia de autocorrelación espacial (Moreno 2000); estos fueron realizados

por Moran (1948) y Geary (1954). El término de “econometría espacial” se le atribuye a Paelinck y Klassen (1979) quienes lo utilizaron para referenciar el tratamiento de la autocorrelación espacial en el término de error en las regresiones (Moreno 2000). Los desarrollos más importantes que ha tenido la econometría espacial se han producido en la década de los ochentas, con trabajos como los de Cliff y Ord (1981), Blommestein (1983) y Ansellin (1980,1988) y una gran cantidad de artículos en revistas especializadas de economía regional y urbana que incluyen el desarrollo de técnicas espaciales en los modelos tradicionales.

Uno de los impulsos más significativos que ha tenido la econometría espacial es el reciente desarrollo de paquetes estadísticos especializados en la materia o que incluyen módulos para el manejo de datos espaciales. El primero de ellos desarrollado por Ansellin en 1992 llamado Space Stats, fue el primer paquete que incluía todas las técnicas necesarias para el manejo exploratorio de datos espaciales y para su posterior estimación. Recientes desarrollos del mismo Ansellin han originado la aparición de paquetes estadísticos mas avanzados como el Geo-da.

En Colombia los trabajos que incluyen técnicas exploratorias de datos espaciales no son muchos, sobresalen algunos desarrollos elaborados por investigadores del centro de estudios económicos del Banco de la República sede Cartagena, quienes han utilizado las técnicas para el estudio de la distribución de la pobreza en Colombia (Pérez, 2005) y algunos trabajos del Centro de Estudios de Desarrollo Económico (CEDE), como el de Sánchez (2003) en donde se muestran análisis espaciales para variables que describen niveles de violencia en Bogotá y el de Goyeneche (2003) en el que se incluye la dependencia espacial en modelos de erosión del suelo para territorios del departamento del Valle.

II. La vivienda y la calidad de vida.

Esta sección es muy corta, básicamente en ella se presentan algunos conceptos teóricos importantes, con el objetivo principal de construir una definición apropiada de calidad de la vivienda en Colombia, esta definición será importante en adelante ya que es la que se incluye al desarrollar los modelos teóricos y estadísticos. Para conseguir estos fines, se presentan de forma rápida las metodologías de medición de calidad de vida de la población en Colombia y la manera como dentro de ellas están presentes elementos de la vivienda, estos elementos han sido incluidos en dichas metodologías pues a la luz de la literatura más estándar en temas de esta naturaleza, pueden considerarse que tienen una importancia especial en la composición una unidad de vivienda. Por ser de una importancia resaltada, los elementos de la vivienda que han sido introducidos en metodologías de medición de calidad de vida, serán la base para construir la definición de la medida de calidad que puede asignársele a una vivienda cualquiera.

En Colombia los instrumentos teóricos para acercarse a una medición de las condiciones de vida de las personas son variados, para los objetivos de esta sección van a utilizarse tres de los más estándar y tradicionales: El índice de condiciones de vida ICV, Las necesidades básicas insatisfechas NBI y El Sistema de selección de beneficiarios de programas sociales SISBEN. A continuación van a resaltarse las categorías que para la construcción de estos tres índices, tienen en cuenta elementos de la vivienda, sobre dichas categorías va a ser construida la definición de calidad.

En el NBI² están presentes dos elementos asociados a la dotación de servicios de la vivienda estos son: el abastecimiento inadecuado del agua y la carencia de servicios sanitarios para el desecho de excretas.

Por su parte el índice del SISBEN³ incluye para su construcción las siguientes categorías relacionadas con la vivienda: variables que indican la calidad de los materiales de construcción de las unidades y variables que dan cuenta de los servicios de las mismas. De una forma muy parecida lo hace el ICV⁴ ya que para la construcción del índice se introducen elementos que se encuentran dentro de los siguientes grupos: tipo de vivienda, material de paredes, pisos y servicio sanitario.

Bajo estas consideraciones, variables que describan atributos de la vivienda y que se encuentren dentro de las siguientes categorías: abastecimiento de agua, servicios sanitarios, material de las paredes y material de los pisos, recibirán un tratamiento especial al ser introducidas en los modelos planteados mas adelante, ya que son elementos que están asociados a necesidades del hogar, que trascienden por mucho el concepto de deseo o preferencia y que seguramente juegan un papel importante en la realización de las personas como seres humanos y en la potencialización de sus capacidades.

² Las necesidades básicas insatisfechas es una metodología muy común en Colombia, en la se hace énfasis en un número mínimo de necesidades. Es muy utilizada en estudios relacionados con la incidencia de la pobreza. La escogencia de las variables que incluye el indicador se basa en la discusión acerca de lo que puede ser una necesidad básica.

³ El Sistema de Selección de Beneficiarios de Programas Sociales (SISBEN) utiliza un índice que surge como respuesta a algunas críticas hechas sobre las necesidades básicas insatisfechas. Este método permite identificar las características socioeconómicas de los hogares en Colombia a través de cuatro grupos de variables de las cuales dos están basadas en elementos relacionados con la composición de la vivienda.

⁴ Muy relacionado con el SIBEN, el ICV utiliza la cuantificación de variables cualitativas buscando ser un indicador estándar de vida, permitiendo ordenar los hogares según sus condiciones socioeconómicas y la elección de aquellos mas necesitados. El índice de condiciones de vida construye una escala ascendente, diferenciada por zona rural y zona urbana.

III. Planteamiento de un modelo teórico para las características y el precio de la vivienda.

El modelo que se presenta a continuación sigue el estándar para modelos de precios implícitos estilo Rosen. En primer lugar se asume la hipótesis hedónica de que la vivienda puede ser representada por el siguiente vector de características: $Z = (c_1, c_2, \dots, c_n, c'_1, c'_2, \dots, c'_n)$, donde cada una de las variables c_i representa la cantidad de las características implícitas que hacen parte de la composición de la vivienda, pero que no son vistas desde el punto de vista de los elementos de primera necesidad definidos por las metodologías de medición del bienestar planteadas en la sección anterior, en otras palabras son elementos de la vivienda como el número de cuartos y baños, la presencia de garaje, la cercanía a zonas verdes etc. Las c'_j son cada una de las variables construidas teniendo en cuenta las metodologías de medición del bienestar en Colombia y que por lo tanto pertenecen a algunas de las siguientes categorías: material de paredes y pisos, servicios de acueducto y de alcantarillado.

Se asume que los consumidores poseen una función de utilidad estrictamente cóncava del siguiente tipo: $U = (x, c_1, c_2, \dots, c_n, c^i_1, c^i_2, \dots, c^i_n)$ donde x representa todos los bienes diferentes a la vivienda y su precio es igual a la unidad, por otra parte las características c'_1, c'_2, \dots, c'_n , por conveniencia van a ser agrupadas todas en el término (I), siendo I una forma funcional que agrupa todas las características de la vivienda catalogadas como de primera necesidad [$I = f(c'_1, c'_2, \dots, c'_n)$], de tal manera que la función de utilidad puede ser representada por la siguiente expresión $U = [x, c_1, c_2, \dots, c_n, I]$.

El hecho de que existe suficiente cantidad de compradores y vendedores (bien puede ser arrendatarios y arrendadores) garantiza que ningún individuo tenga poder para alterar el precio de equilibrio. En estas condiciones la competencia prevalece y sólo existe un precio mínimo $P(I)$ para combinación específica de características [c'_1, c'_2, \dots, c'_n]. El otro

supuesto importante radica en la existencia de no arbitraje, siempre y cuando estas condiciones estén garantizadas existe una solución de equilibrio para el siguiente problema (Rosen 1974).

a. El consumidor: Para el caso del consumidor se asume una función de utilidad estrictamente cóncava y de la forma: $U = f(x, c_1, c_2, \dots, c_n, I)$ donde x es el resto de bienes diferentes a la vivienda. Con el objetivo de facilitar la notación se deja I como la variable relevante y se incluyen en x las variables (c_1, c_2, \dots, c_n) , obteniendo: $U = f(X, I)$. Así que el comportamiento del consumidor en este modelo sencillo se reduce a:

$$\max_{x,I} f(X, I) \quad \text{Sujeto a} \quad X + p(I) = y$$

Donde $X = x + (c_1, c_2, \dots, c_n)$, $I = f(c'_1, c'_2, \dots, c'_n)$ e y se refiere al nivel de renta del consumidor. De las condiciones de primer orden de resolver el siguiente problema de maximización: $\ell = U(X, I) - \lambda(y - x - P(I))$, Se obtiene que siendo $p_I = \frac{\partial P}{\partial I}$ entonces:

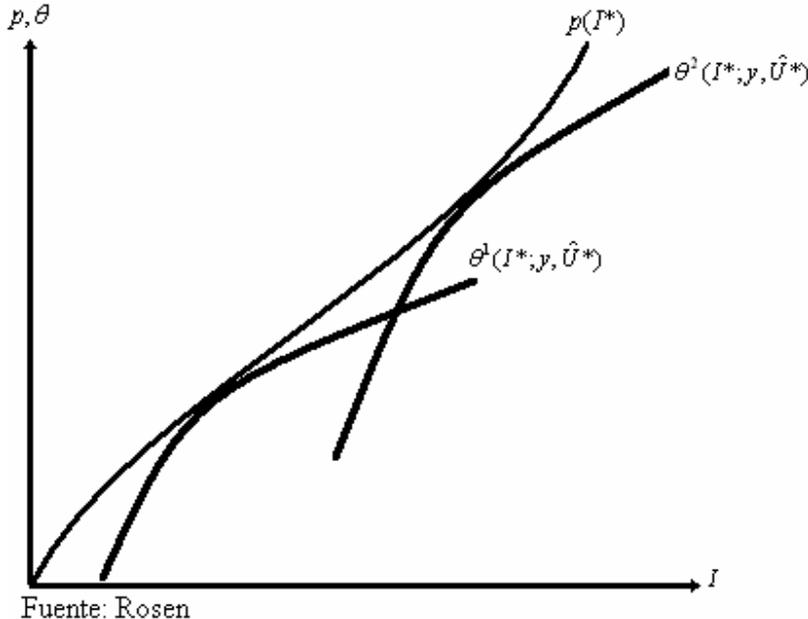
$$\frac{\partial P}{\partial I} = P_I = \frac{U_I}{U_x} \quad \text{Donde} \quad U_I = \frac{\partial U}{\partial I} \quad \text{y} \quad U_x = \frac{\partial U}{\partial X}.$$

Teniendo en cuenta la formulación de la función de utilidad, se puede plantear que para un valor cualquiera de X , puede determinarse la cantidad que se debe consumir de I para alcanzar el nivel de utilidad fijo \hat{U} , es decir, el valor de I tal que $U(X, I) = \hat{U}$. De esta forma puede definirse una función θ de gasto en I que sea el monto particular de ingreso disponible para adquirir cantidades del bien, tal que $y - X = \theta$, donde $y - \theta = X$. Introduciendo la expresión anterior en la función de utilidad tenemos que:

$$U(y - \theta, I) = \hat{U} \quad \text{Y despejando para } \theta \text{ obtenemos que } \theta = \theta(I; y, \hat{U}).$$

Esta función a la que denominaré “función de licitación”, representa entonces el gasto que el consumidor representativo está dispuesto a hacer por una alternativa de valores de I . Resulta importante resaltar que I , a su vez recoge una combinación particular de características en una función $f(c'_1, c'_2, \dots, c'_n)$.

Gráfico No. 1



Dado que se asume la estricta concavidad de U esto implica que θ es cóncava⁵ en I , el valor de la función es creciente en I a una tasa decreciente. Es importante tener en cuenta que $\theta_I = \frac{\partial \theta}{\partial I}$ es la tasa marginal de sustitución entre dinero e I , o la valoración

marginal implícita de una posición de consumo de alguna cantidad positiva del atributo, dejando fijos la utilidad y el ingreso. La función de licitación indica la cantidad que el consumidor está dispuesto a pagar por cantidades del atributo, de esta manera el consumidor maximiza su utilidad siempre que $\theta(I^*; y, \hat{U}^*) = p(I^*)$, es decir siempre que I y U sean cantidades óptimas y dado que el precio mínimo viene dado por $P(I)$, el óptimo se localiza espacialmente justo en la tangencia de la función de precio hedónico $p(I^*)$ y la función de licitación $\theta(I^*; y, \hat{U}^*)$ como se ilustra en la gráfica número uno. Hay un mapa de curvas de licitación que se definen sobre todas las demás características que componen

⁵ Se asume que $\frac{\partial \theta}{\partial I} > 0$ y $\frac{\partial^2 \theta}{\partial^2 I} < 0$

la vivienda y que no han sido agrupadas en I, de las respectivas tangencias entre las funciones de licitación y de precio hedónico definidas sobre cada característica resultan los óptimos de cantidades y precios implícitos para cada caso en particular.

b. El productor: En el caso de los productores son propietarios de vivienda que toman decisiones acerca de que estado de calidad conferirle y en que precio ofrecerla bien sea para la venta o en alquiler⁶. Se asume que el productor representativo enfrenta una función de costos tal que se presentan rendimientos constantes a escala, esa función de costos depende en primera instancia de un parámetro γ que denota el precio de los insumos necesarios para un determinado nivel de I y de la cantidad del características (agrupadas en I) que cada productor particular decida conferirle a la vivienda que ofrece [Kolstad 2002]. La función de costos puede representarse entonces como $C = c(\gamma, I)$, se asume que $C = c(\gamma, I)$ es convexa con

$$C(\gamma, 0) = 0 \text{ y que } \frac{\partial C}{\partial \gamma} \text{ y } \frac{\partial C}{\partial I} > 0.$$

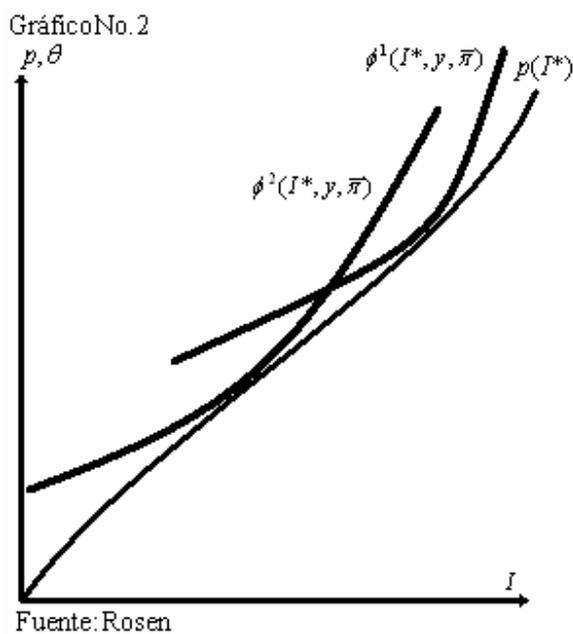
Dado que cada productor tiene implícitamente asignado un precio para cada característica, se asume que ϕ es el precio que ofrece el productor para I, de esta manera los beneficios vienen dados por la siguiente expresión: $\pi = \phi * I - c(\gamma, I)$.

Resolviendo el problema del productor se obtiene que dada la maximización de beneficios debe cumplirse que $\phi = C_I = \frac{\partial C}{\partial I}$.

Un nivel de beneficio cualquiera $\bar{\pi}$ equivale a $\bar{\pi} = \phi - c(\gamma, I)$, despejando ϕ de esta expresión puede obtenerse lo que se denominará en adelante “función de la oferta” $\phi = \phi(\gamma, I; \bar{\pi})$, una expresión para el precio de cada unidad de calidad (medida en términos de I) ofrecida por el productor dado un nivel de beneficios $\bar{\pi}$ y un valor particular de I. Cuando el óptimo sea alcanzado el ingreso marginal por una unidad adicional del atributo

⁶ En adelante simplemente productores

igual a su costo marginal de producción por unidad vendida. Simétricamente como en el caso de la demanda, la función de la oferta indica los precios que los productores están dispuestos a aceptar sobre diferentes niveles del atributo manteniendo constante el beneficio.



Se asume que la función de oferta es creciente en I , dado que se supuso convexidad en la función de costos. Mientras $P(I)$ sea el máximo precio obtenible por los productores en el mercado, los beneficios son maximizados cuando $p(I^*) = \phi(I^*; y, \hat{U}^*)$ en otras palabras los productores maximizan beneficios cuando el precio que están dispuestos a aceptar es el máximo que pueden obtener. Igual que el caso de la de la

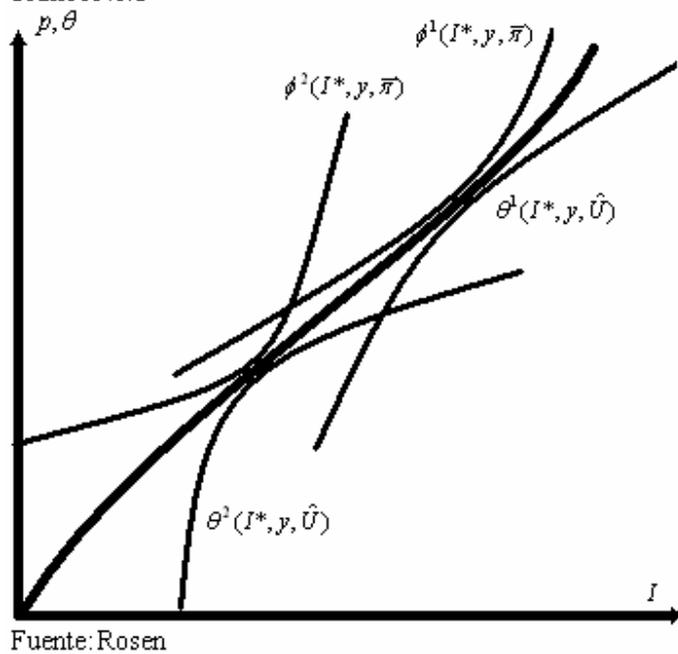
demanda como se ilustra en la figura el equilibrio en la producción es caracterizado por la tangencia entre la función de precio implícito $p(I^*)$ y la función de la oferta $\phi(I^*; y, \hat{U}^*)$. En la figura sólo es mostrado el óptimo para el atributo I , que recoge algunas características de las viviendas. Existe un óptimo particular, un nuevo mapa de curvas y una función de precio implícito para cada característica en particular.

c. El equilibrio de mercado.

Sobreponiendo las figuras anteriores se tiene un equilibrio en el que vendedores y compradores están perfectamente emparejados, justamente en el punto geométrico de tangencia entre sus respectivas funciones de oferta y licitación. Cada punto de la función de precio hedónico corresponde a la tangencia entre las funciones respectivas de algún

vendedor y algún comprador. Esta situación de tangencia múltiple puede interpretarse como el hecho de que vendedores y compradores al igual que el mercado como tal, tienen la misma valoración para la característica de interés de la vivienda.

GráficoNo.3



Fuente: Rosen

El concepto de la tangente es importante porque se refiere a la pendiente de la función de precio implícito, de oferta y de licitación, todas con respecto a I al mismo tiempo, o lo que es equivalente, la derivada de cada función con respecto al atributo. La pendiente de la función de precio implícito hace referencia al cambio marginal en el precio de la vivienda cuando el atributo I , (que denota la calidad

de la vivienda en unos términos muy específicos, definidos ya en secciones anteriores) se incrementa en una unidad, lo que puede ser identificado como un precio para el atributo.

IV. Estimación de un modelo hedónico para la vivienda en la ciudad de Bogotá.

a. Información

La Encuesta de Calidad de vida 2003 realizada por el DANE (ECCV) es una fuente de información actualizada con la que se cuenta en Colombia, recoge información sobre las condiciones socioeconómicas de la población, del impacto de las crisis económicas, del efecto de las políticas del gobierno y de las condiciones económicas de la población. El

módulo de interés para esta investigación es el de vivienda, donde aparece información detallada acerca de las condiciones físicas de la construcción, abastecimiento de servicios públicos, dotación, equipamiento del hogar etc. La ECCV 2003 contiene registros de más de 12.000 hogares encuestados en la ciudad de Bogotá y está subdividida entre cada una de las 19 localidades que componen el mapa administrativo de la ciudad.

b. Construcción de un puntaje de calidad para cada vivienda.

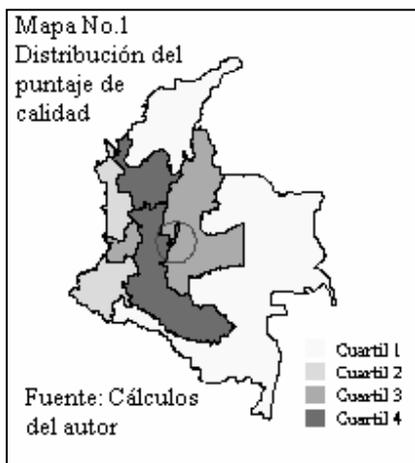
Existen en la encuesta una serie de variables que ofrecen información acerca de las categorías que en secciones anteriores se catalogaban como necesidades primarias en la composición de una casa, estas categorías son: el nivel calidad de la dotación de la unidad de vivienda en términos de los materiales de construcción de pisos y paredes, e igualmente el nivel de calidad en el abastecimiento del servicio de agua y los servicios sanitarios.

Utilizando la información presente en el modulo de hogares de la ECCV se construye una puntuación relativa de calidad para cada vivienda en cada uno de las categorías mencionadas, basándose en la ordenación que realiza el Índice de Condiciones de Vida (ICV). Los puntajes corresponden a valores de 100 para el máximo nivel de calidad y 0 para el nivel de calidad mínimo, así por ejemplo para la puntuación del nivel de calidad de las paredes, la tabla número uno sintetiza el valor del puntaje en cada nivel de calidad.

Tabla No.1	
Puntaje de calidad para paredes	
Categoría	Puntaje
Bloque ladrillo, piedra madera pulida	100
Tapia pisada adobe	87,5
Bareque revocado	75
Bareque sin revocar	62,5
Madera burda, tabla, tablón	50
Material prefabricado	37,5
Guadua, caña, esterilla, otro vegetal	25
Zinc, tela, lona, cartón, latas, etc.	12,5
Sin paredes	0
Fuente: Cálculos del Autor	

Como esta tabla se construyeron otras tres para la puntuación de las categorías restantes.⁷ El promedio simple de todos los puntajes se constituye en un buen indicador de la calidad de una vivienda y será una variable importante en la especificación del modelo a estimar.

Distribución geográfica del puntaje de calidad



En el mapa número uno se presenta la distribución geográfica del puntaje promedio de calidad de vivienda, con el objetivo de presentar un contexto nacional en cuanto a la calidad de la vivienda, en el mapa han sido construidas las Regiones en las que la encuesta esta desagregada. El distrito capital de Bogotá aparece demarcado por un círculo rojo, como puede observarse la ciudad al igual que toda la región central del país en color marrón, incluyendo al eje cafetero, presentan los

niveles mas altos del puntaje de calidad en todo el país, por otro lado las regiones periféricas como la costa Atlántica y la Pacífica, la Amazonía y la Orinoquía son las que tienen los más bajos puntajes de calidad de vivienda.

c. Estimación de un modelo de precio hedónico tradicional para el precio del arriendo

La ecuación que se procederá a estimar por mínimos cuadrados ordinarios es la siguiente:

$$P = \alpha + \beta_1 pI_j + \sum_{i=2}^n \beta_i C_i + u_i$$

⁷ En el anexo A se presentan las tres tablas restantes para el material de los pisos, el servicio de acueducto y los servicios sanitarios.

En donde la variable independiente (P) se refiere al arriendo pagado por cada hogar en particular, I_j se refiere a la variable que se ha definido como el puntaje promedio de calidad de la vivienda, C_i es un conjunto de variables que describen alguna característica de la vivienda o de su entorno y u_i representa la perturbación aleatoria. La siguiente tabla describe las variables utilizadas:

Tabla No. 2	
Descripción de las variables del modelo.	
Nombre de la variable	Descripción
prom	Puntaje promedio de calidad
c01	Numero de cuartos
c08	Numero de Baños
ica	Indice de calidad ambiental de la localidad ⁸
hom	Tasa de homicidio localidad
casa	Casa (1) Apto (0)
solar	Tiene solar (1) otro caso (0)
canal	Cerca de canales de aguas lluvias (1) otro caso (0)
basura	Cerca de basuseros (1) otro caso (0)
peligro	En zona e peligro de desastre natural (1) otro caso (0)
zver	Zona verde cercana(1) otro caso (0)
gar	Tiene garaje (1) Otro caso (0)
jar	Tiene jardin (1) otro caso (0)
b04012	Estrato
gas	Tiene servicio de Gas (1) otro caso (0)
telefono	Tiene telefono (1) Otro caso (0)
seguridad	Se siente seguro en el sector (1) otro caso (0)
Fuente: El autor	

Adicionalmente, siguiendo la recomendación de algunos autores como Carriazo (1999), quienes argumentan que las ecuaciones lineales no tienen necesariamente que ofrecer el

⁸ Este índice es construido con base en la metodología de los componentes principales desarrollado por Escobar (2002) incluye las siguientes categorías: Densidad de zona verde, Área verde por habitante, Densidad de población, densidad de viviendas, espacio público, número de árboles plantados, número de vallas y avisos publicitarios, influencia de la industria y comercio.

mayor ajuste, se realiza una transformación Box Cox y se estima el siguiente modelo transformado por máxima verosimilitud.

$$P^\theta = \alpha + \beta I^\lambda + \sum_{i=2}^n \gamma_i C_i^{''(\lambda)} + \sum_{i=n}^N \gamma_i C_j^{'(\lambda)} + u_i$$

Donde:

$$P^{(\theta)} = \frac{(P^\theta - 1)}{\theta}, si \rightarrow \theta \neq 0 \text{ y } P^{(\theta)} = Ln P, si \rightarrow \theta = 0$$

$$C^{''(\lambda)} = \frac{(C^{''\lambda} - 1)}{\lambda}, si \rightarrow \theta \neq 0 \text{ y } C^{''(\lambda)} = Ln C'', si \rightarrow \theta = 0$$

Se utilizan las mismas variables descritas en el cuadro numero dos, en este caso cada una de las variables C'_i no se transformaron por ser variables dicotómicas y cada una de las variables C''_j fueron transformadas⁹. Los resultados obtenidos para las ecuaciones estimadas se presentan a continuación en la tabla número tres. Los dos primeros modelos corresponden a la estimación por mínimos cuadrados ordinarios de modelos Log-Lin y Log-Log, los siguientes dos modelos son las transformaciones Box Cox estimadas por máxima verosimilitud

⁹ Las variables independientes a las que se les realizó la transformación fueron las siguientes: promedio de puntajes, numero de cuartos, estrato en el que está ubicada la vivienda, numero de baños y tasa de homicidio de la localidad.

Tabla No. 3						
Resultados de las estimaciones						
Variable	(Log-Lin) ¹⁰ Coef.	(Log-Log) ⁸ Coef.	1Box Cox ¹¹ coef.	2Box Cox ¹² coef.	Box Cox1 ¹³ Elasticidad	Boxcox2 ¹¹ Elasticidad
Prom	.0184***	1.467**	2.665413***	.133577***	1.41	1.628
Lc01	.181***	.4830**	1.181194***	.115854***	.4750	.5290
Lc08	.143***	.3161**	1.002376***	.074961***	.3796	.2774
ica	.1205**	0.110***	.3732186***	.036241***	-.0002	-.0001
Hom	-.00034**	-.0140	-.077922***	-.002578 *	-.0398	-.0273
Casa	-.0.056**	-.0505**	-.1577566***	-.019325***	-.0135	-.0152
solar	-.0196	.0038	-.0265026	-.000056	-.0003	-.0009
canal	-.033	-.0273	-.08910522	-.010241	-.0030	-.0032
basura	-.029	-.0214	-.05969017	-.089069	-.0006	-.0008
Peligro	-.068**	-.0806***	-.2092992***	-.021998**	-.0042	-.0041
Zver	.0920**	.0893***	.2628245***	.027056***	.0100	.0095
Gar	.151**	.1574***	.5775098***	.051984***	.0420	.0348
Jar	-.0361**	-.0277**	-.1116833***	-.010616***	-.0163	-.0143
b04012	.2294***	.2315***	1.296881***	.122268***	.5200	.5527
Telefono	.1753*	.145654**	.3782661***	.0453046***	.1109	.1222
Seguridad	.00894	.0145	.0443390	.0037616	.0118	.0092
R ²	0.6462	0.6342				
Prob>F	0.0000	0.000				
LFMV NR.	-2994.01	-2886.26	-8081.34	-3292.31		
LFMV R.	-5599.78	-5599.78	-71979.55	-71979.5543		
RV	5211.54	5427.04	127796.2	137374.4886		
(***) Estadísticamente significativo a un nivel de confianza del 99%						
(**) Estadísticamente significativo a un nivel de confianza del 95%						
(*) Estadísticamente significativo a un nivel de confianza del 90%						
Fuente: Cálculos del Autor						

¹⁰ Para la estimación de los modelos por MCO (Log-Lin, Log-Log) se utilizó el paquete estadístico Stata 8.2, se escogió porque estima los errores estándar de forma robusta evitando así posibles problemas de heterocedasticidad.

¹¹ Corresponde a un modelo transformado en variable dependiente e independientes pero con la restricción $\theta = \lambda$, estos parámetros son encontrados por el método de búsqueda de rejilla entre el intervalo (0,1). La estimación se realizó el paquete estadístico Lidep 7.0.

¹² Corresponde a un modelo transformado en variable dependiente e independiente en el que $\theta \neq \lambda$, nuevamente los parámetros son encontrados por el método de rejilla y el modelo fue estimado por máxima verosimilitud en el paquete Limdep 7.0

¹³ Dado que $Y^\theta = \beta X^\lambda$, los efectos marginales se obtienen de derivar implícitamente, como resultado se obtiene la siguiente expresión $\frac{dY}{dX} = \frac{\beta X^{\lambda-1}}{Y^{\theta-1}}$, las elasticidades están calculadas utilizando la siguiente expresión $\frac{dY}{dX} \frac{X}{Y} = \frac{\beta X^{\lambda-1}}{Y^{\theta-1}} \frac{X}{Y} = \frac{\beta X^\lambda}{Y^\theta}$.

d. Resultados de la estimación: En términos generales se puede decir que las estimaciones conservan un nivel alto de estabilidad, las variables que resultaron significativas, lo fueron para todas las estimaciones y salvo el índice de calidad construido por Escobar(2002) variable que tiene un efecto marginal con signo contrario en las estimaciones por máxima verosimilitud¹⁴, todas las demás variables conservan coeficientes y efectos marginales más o menos estables a lo largo de todas las estimaciones. La estimación con mayor ajuste calculando el pseudo R-cuadrado de Mcfadden¹⁵ resulta ser el modelo Box Cox con transformación en variables independientes y dependientes.

Puede observarse que variables como el número de cuartos, el número de baños, la existencia de garaje, de zona verde y de servicio telefónico así como el estrato incrementan el valor de la vivienda. Vale la pena resaltar el caso de la variable casa y de variables muy propias a unidades de vivienda que son casas y no apartamentos, como la existencia de solar o jardín, estas resultaron tener una influencia negativa en el valor pagado por el arriendo, lo que dice esto es que los apartamentos son mas valorados que las casas en la ciudad, este resultado es común estimaciones de este tipo para la ciudad de Bogotá (Rojas, 2004).

Aunque sólo se analiza en el próximo apartado de forma cuantitativa el coeficiente de la variable de mayor interés para la investigación que es el promedio del puntaje de calidad, las elasticidades arrojadas por las estimaciones son la base para el cálculo de los precios implícitos de los demás atributos. Es importante resaltar que las estimaciones realizadas tienen como variable dependiente un precio real de mercado, es algo valioso porque

¹⁴ Lo que puede explicarse por la poca variabilidad que tiene este índice dado que solo hay datos diferenciados para 19 localidades.

¹⁵ $R^2 = 1 - \frac{L_{NR}}{L_R}$, donde L_{NR} es el valor del logaritmo de la función de máxima verosimilitud del

modelo normal y L_R es el del modelo bajo la restricción de que todos los coeficientes sean iguales a cero. Se utiliza esta medida de Bondad de ajuste para hacer comparables los modelos lineales y los no lineales ya que el R^2 tradicional no puede utilizarse para las estimaciones no lineales.

tradicionalmente este tipo de modelos han sido estimados con información catastral del precio de las casas, lo que le resta validez teórica a las estimaciones.

El precio implícito de la calidad de vivienda

Recapitulando un poco, lo que se ha hecho hasta aquí es definir la calidad de una vivienda utilizando herramientas de la medición de calidad de vida que resaltan los elementos de la unidad habitable que van mas allá de las preferencias de los individuos, para establecerse como lo que aquí se ha llamado atributos o características de primera necesidad. Esa definición cuantitativa de la calidad fue introducida en un modelo econométrico, con la elasticidades obtenidas de la estimación de dicho modelo se tienen las herramientas para realizar un análisis de precio implícito y estimar una función de demanda.

La elasticidad del precio de la vivienda ante variaciones porcentuales en el puntaje de calidad se mantuvo en todas las estimaciones anteriores alrededor del 1.5% y 1.6%, es decir que ante una variación del 1% en el puntaje de calidad, el arriendo se incrementa en 1.6% aproximadamente. Esto permitirá encontrar un precio implícito y una disponibilidad a pagar promedio por incrementos en los niveles de calidad en las viviendas en la ciudad de Bogota. El precio implícito calculado para una unidad del puntaje es de aproximadamente 4300 pesos por mes, es decir que un hogar promedio en la ciudad está dispuesto a pagar esa cantidad de dinero en el arriendo por el hecho hipotético de vivir en una vivienda con un nivel de calidad mayor en un punto. La siguiente tabla resume el precio implícito de equilibrio a lo largo de toda la muestra:

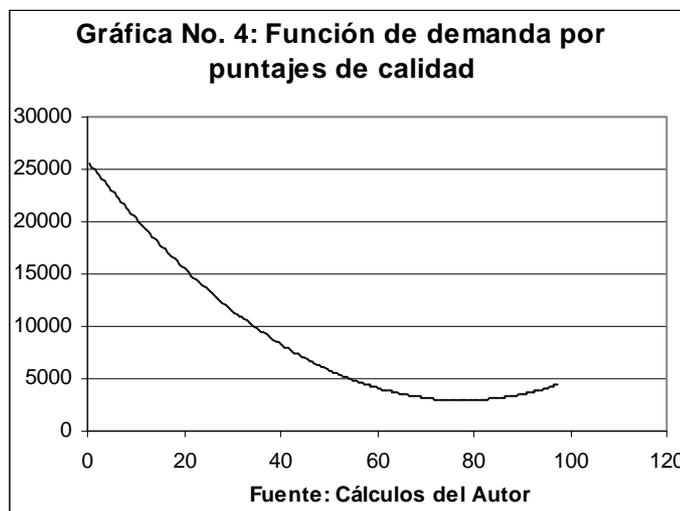
Tabla no. 4				
Estadísticas descriptivas del precio implícito de la calidad de la vivienda				
Obs	Media	Std. Dev.	Min.	Max.
5207	4.298	3.949	1052,846	57571,43
Fuente: Cálculos del autor				

La tabla número 4, describe las estadísticas básicas de un conjunto de precios que determinan un equilibrio individual para cada hogar en el mercado implícito de elementos de primera necesidad de una vivienda, o lo que aquí se ha denominado como la calidad. Toda esa información de consumidores de vivienda, permite establecer una estimación de la función inversa de la demanda para el puntaje de calidad de la vivienda, siempre y cuando se adopte el supuesto de que los hogares en la ciudad puedan considerarse unidades homogéneas, de tal manera que las diferentes observaciones de cada hogar en particular pueden tomarse como alteraciones del hogar representativo¹⁶.

Estimación por MCO de una función de demanda para el puntaje de calidad

Se estimó la siguiente ecuación que define una función inversa de la demanda para el puntaje de calidad de vivienda:

$$PI = \alpha + \beta_1 I + \beta_2 I^2 + \beta_3 Y + \beta_4 E$$



En donde PI corresponde al precio implícito encontrado para el puntaje, I es el puntaje de calidad, Y es el ingreso del hogar y E al promedio de años cursados en el sistema de educación formal por los miembros del hogar. Los resultados de la estimación por cuestiones de extensión se

presentan en el anexo B, pero en la gráfica número 4 se muestra la función de demanda obtenida con los resultados de la regresión.

¹⁶ Una forma práctica de relajar el supuesto de que los hogares son unidades homogéneas es calcular diferentes funciones de demanda por estrato o deciles de ingreso, estos cálculos se muestran en el anexo C del trabajo.

Este acercamiento, es una herramienta importante para tener una idea de la disponibilidad a pagar¹⁷ (área bajo la curva) de hogares en Bogotá por mejoras en sus unidades de vivienda, lo que esta diciendo es que cuando el precio de una unidad del puntaje esta por encima de los \$25.000, los hogares no consumen ninguna unidad del bien. Por otro lado la función de demanda se comporta como una demanda tradicional hasta más o menos 90 puntos del indicador de calidad, los hogares están dispuestos a consumir más unidades de calidad siempre y cuando el precio sea menor, pero dado que la función no es lineal, ante reducciones en el precio, el consumo aumenta en una proporción siempre mayor. A partir de un puntaje de calidad mayor que aproximadamente 90 puntos, aunque el precio se incremente existe la disponibilidad a pagar por las unidades marginales restantes hasta llegar al puntaje máximo. A partir de un puntaje de 90 el comportamiento de la función es poco usual para una función de demanda, ante incrementos en el precio la cantidad demandada también se incrementa, lo que quiere decir que el efecto ingreso ante la variación, va en el mismo sentido de dicha variación y supera en magnitud el efecto sustitución. Esto puede justificarse teóricamente porque a niveles de calidad superiores de 90 puntos el hogar representativo considera la calidad de la vivienda un bien tan necesario que ante la reducción del ingreso ocasionada por el incremento en el precio de los puntajes, entonces decide consumir más de este bien necesario, sin sustitutos cercanos y menos de los demás.

Si se observa el comportamiento de la función se puede encontrar que a medida que se consumen mas puntos de calidad la función se vuelve cada vez mas elástica, es decir, reducciones en el precio ocasionan incrementos cada vez mayores en el consumo, hasta que llegado cierto punto las personas están dispuestas a pagar por este bien inclusive aunque en la última porción de la función el precio se incremente.

¹⁷ El cálculo de la disponibilidad a pagar por un nivel de puntaje P esta dado por el área bajo la curva de

$$\text{demanda entre cero y P. } \int_0^P f(pc) = DAP(P).$$

V. Planteamiento de las relaciones espaciales que afectan la valoración de la vivienda en la ciudad de Bogotá.

En esta sección con la ayuda de técnicas desarrolladas en el campo de la econometría espacial, se intenta flexibilizar la premisa según la cual cada una de las unidades de estudio, que en este caso no son hogares en particular sino las unidades de planeación zonal, son independientes las unas de las otras. Se van a introducir técnicas de manejo de datos espaciales con el fin de determinar si existen dinámicas espaciales operando en el mercado de vivienda en la ciudad. Las variables explicativas del modelo espacial estimando en esta sección, incluyendo las que se refieren a la calidad de la vivienda, son valores y atributos promedio por Unidad de Planeación Zonal, que pueden actuar como una externalidad de vecindario en la determinación del precio de la vivienda (Can, 1990).

1. Datos y resumen de la metodología desarrollada en esta sección.

Realizando un manejo a la base original (ECCV) se obtuvieron los promedios por UPZ de una serie de variables como: el valor de la vivienda, la cantidad pagada por arriendo y los puntajes de calidad. Con estos datos y requerimientos adicionales de información se elaboró una base de datos que contiene información importante sobre la vivienda y características de cada una de las UPZ. La información adicional que se utilizó fueron los informes de cada una de las localidades que componen el mapa administrativo de Bogotá, en donde aparecen variables claves como número de parques, metros cuadrados de zona verde por habitante, presencia policial, tasa de homicidio, delito etc.¹⁸

La forma como se plantean las ideas más importantes de esta sección es la siguiente: en primer lugar se hace un análisis espacial exploratorio de variables de interés, en donde se muestra la distribución espacial de las variables; y adicionalmente se trata de contrastar la

¹⁸ Estos informes son realizados por la Secretaria de hacienda distrital en colaboración con planeación distrital y tienen por título “Recorriendo Bogotá y sus localidades”, se encuentran disponibles en red en la pagina de planeación (www.dapd.gov.co)

hipótesis de autocorrelación espacial¹⁹ para la especificación y posterior estimación de un modelo que la tenga en cuenta en el caso de que exista.

2. Análisis exploratorio de la muestra.

Si existiese correlación espacial en el precio de la vivienda, esta variable no estaría explicada únicamente por las relaciones que plantean las hipótesis hedónicas, sino también por el valor que toma la variable en unidades geográficas cercanas o vecinas, en otras palabras para explicar el precio de la vivienda habría que tener en cuenta en dónde está ubicada espacialmente. Si se tiene la intuición de que a lo largo de la muestra pueden estarse presentando este tipo de relaciones se deben entonces realizar las pruebas para detectar la correlación espacial en una variable determinada, para las cuales existen dos enfoques diferentes: los contrastes globales²⁰ y los contrastes locales de autocorrelación espacial²¹

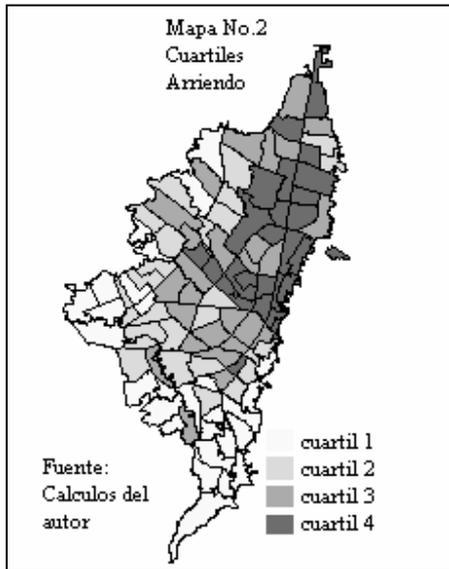
A continuación en este apartado se realizan los siguientes procedimientos prácticos para la detección de un posible patrón de correlación: en primer lugar, se realiza un análisis gráfico de la distribución de algunas variables de interés, como primer acercamiento a la localización de algún tipo de relación espacial entre los datos, posteriormente se realizan los contrastes estadísticos globales y locales adecuados para determinar la existencia de la correlación espacial.

¹⁹ La dependencia espacial o autocorrelación espacial, aparece como consecuencia de la existencia de una relación funcional entre lo que ocurre en un punto determinado del espacio y lo que ocurre en otro lugar (Clif y Ord, 1973; Paelink y Klassen, 1979; Ansellin 1988 a).

²⁰ En los cuales se contrasta la hipótesis de que la variable se encuentre aleatoriamente distribuida en el espacio, o si por el contrario existe una asociación significativamente positiva o negativa entre las diferentes unidades geográficas que componen la muestra. (Moreno 2000).

²¹ Se diferencian de los primeros porque permiten mayor sensibilidad en el análisis de los datos ya que se calcula el valor de los estadígrafos de contraste para cada región de la muestra, a través de este tipo de procedimientos se puede conocer la situación de cada unidad espacial por separado (Moreno 2000).

a. **Distribución geográfica de la variable arriendo:** El mapa numero dos muestra la



distribución geográfica por cuartiles²² de la variable arriendo. Como puede apreciarse en la figura existe para la variable un indicio notable de no aleatoriedad en la distribución geográfica de la muestra. Se ve claramente como las viviendas más costosas están concentradas en el centro y nororiente de la ciudad, mientras que en todo el sur de la ciudad y una porción del occidente existe una concentración de bajos niveles de precios para el arriendo.

Dado que se tienen serios indicios de que el arriendo promedio por UPZ no está distribuido de forma

aleatoria deben plantearse contrastes estadísticos formales para la detección de la correlación.

b. Estadísticos de contraste formal para detectar la correlación Espacial

Moran Global: Para detectar formalmente la correlación espacial se utilizaron los contrastes globales y locales de Moran (Moran 1948). El contraste de Moran o también

conocido como I de Moran²³ presenta la siguiente expresión:
$$I = \frac{N}{S_0} \frac{\sum_{ij} W_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

²² Medida de localización estadística que divide la muestra en cuatro partes iguales, quedando en el primer cuartil los valores más bajos y en el último los más altos.

²³ En muestras suficientemente grandes (Moreno 2000), la I de Moran sigue una distribución normal asintótica.

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{[V(I)]^{1/2}} \sim N(0,1)$$

Donde x_i es la variable que se cree está autocorrelacionada en el espacio, W_{ij} es matriz de pesos²⁴ y S_0 equivale a $\sum_i \sum_j W_{ij}$.

Moran Local: Para la detección de Clusters²⁵ en la distribución de las variables se utilizó también el contraste de correlación espacial local de Moran²⁶ el cual tiene la siguiente

expresión:
$$I_i = \frac{Z_i}{\sum_i Z_i^2 / N} \sum_{j \in j_i} W_{ij} Z_j,$$

Para el cálculo de los estadísticos de contraste de esta sección se utilizaron matrices de pesos no estocásticas del siguiente tipo:

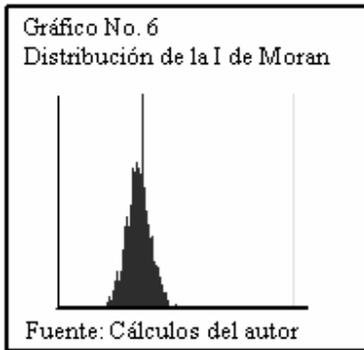
$$W = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{12} & 0 & \cdots & a_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$
 En donde cada uno de los elementos a_{ij} , describe una relación espacial entre la unidad i y la j . Se trabajó con matrices en donde los a_{ij} son variables dicotómicas que indican si las unidades son vecinos en diferentes grados de contigüidad. En el Anexo D son presentados algunos ejemplos de este tipo de matrices.

²⁴ Una de las características más distintivas de la técnica es que la distribución espacial de los datos es muy tenida en cuenta, esto es formalmente expresado por la Matriz de pesos. (Ansellin, 1992). Este tipo de matrices son necesarias ya que al contrario de la correlación serial en donde la relación únicamente puede ser unidireccional, la dependencia espacial es multidireccional (Moreno, 2000), esto quiere decir que una unidad de estudio puede estar influenciada por la contigua, pero también por todas las que la rodeen y ella, al mismo tiempo, puede influenciar el comportamiento de todos sus vecinos.

²⁵ Los clusters pueden ser definidos como agrupaciones de unidades geográficas para las cuales el comportamiento de una variable cualquiera muestra que está correlacionada espacialmente.

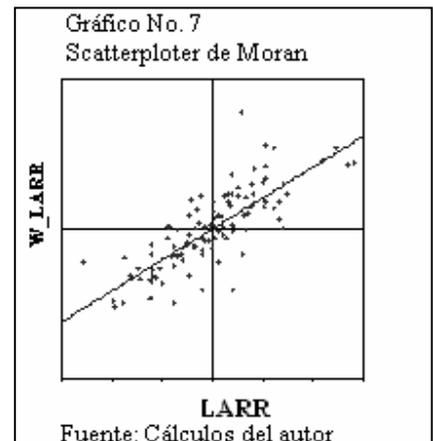
²⁶ De nuevo en muestras suficientemente grandes el estadígrafo se distribuye como una normal $N(0,1)$.

c. Resultados de la exploración: Para las pruebas que se computaron y que se muestran a continuación se utilizó una matriz de pesos tradicional en el análisis de datos espaciales, conocida como reina²⁷.



Primero se realizó el contraste de correlación espacial global de Moran y se obtuvo como resultado una fuerte evidencia empírica de la existencia de correlación, el valor del estadígrafo es de 0.67, ubicándose en la zona de rechazo (dado que la hipótesis nula del contraste es la distribución aleatoria de la variable en el espacio), Como lo indica la distribución mostrada en el gráfico numero seis.²⁸

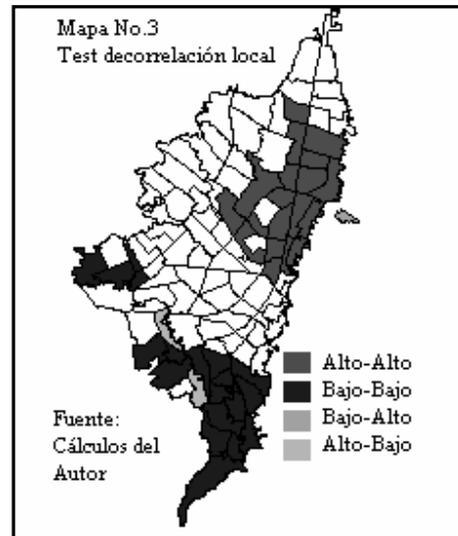
El gráfico de la derecha (No.7) es llamado el Scatterplot de Moran, en el se representa en el eje horizontal la variable Logaritmo del arriendo normalizada y en el eje vertical el rezago espacial de la variable normalizada. El rezago espacial es definido por la siguiente expresión $\sum_j W_{ij} P_j$. El gráfico indica la existencia de una marcada correlación espacial para la variable arriendo.



²⁷ La cual considera la relación espacial de una unidad con todos sus vecinos próximos incluyendo aquellos con los que comparte vértices. Con esa matriz se construyó el rezago espacial de la variable arriendo como la expresión $\sum_j W_{ij} P_j$ en donde W_{ij} es la matriz de pesos y P_j es el arriendo promedio en la UPZ j.

²⁸ La construcción de la distribución del estadígrafo fue realizada a 5000 permutaciones.

Por último, se realizaron contrastes de correlación locales de Moran, los resultados están representados por el mapa a la derecha, todas las zonas en color son aquellas para las cuales se rechaza la hipótesis de distribución aleatoria a un nivel de significancia al menos del 5%. Este mapa permite la identificación de clusters de altos y bajos valores para el valor del arriendo, el color rojo indica un grupo de unidades de concentración de altos valores del precio de la vivienda y el color azul indica lo mismo para los valores más bajos.



El análisis muestra como resultado una fuerte evidencia de existencia de efectos espaciales. Algo interesante que las pruebas permitieron ver es la marcada diferencia que tienen algunas zonas geográficas en la ciudad, mientras en el nor-occidente se presentan las concentraciones mejor dotadas y más valoradas, en el sur ocurre todo lo contrario, están las zonas de concentración de menor valor de los arriendos.

3. Especificación y estimación de un modelo espacial para explicar el precio de la vivienda.

a. Especificación: Para la correcta especificación de un modelo espacial se realizaron test

Tabla No. 5		
Test de multiplicadores de Lagrange		
Lagrange Multiplier (lag)	40,204219	0,0000000
Robust LM (lag)	42,541295	0,0000000
Lagrange Multiplier (error)	0,7383413	0,3901927
Robust LM (error)	3,0754169	0,0794842
Fuente: Cálculos del autor		

de multiplicadores de Lagrange²⁹ estos permiten definir si se trata de un modelo espacial rezagado o un modelo de error espacial, los resultados se presentan en la tabla 5.

²⁹ Este tipo de test fueron realizados en el paquete estadístico GEO-DA

La interpretación de los anteriores test es la siguiente: Los dos primeros (LM-lag y robust LM-lag) pertenecen a la alternativa de estimación de un modelo espacial rezagado, los dos siguientes (LM-error y robust LM-error) se refieren al modelo de error espacial como alternativa (Ansellin 2005). Lo que sugieren los test es que debe estimarse un modelo rezagado espacial, es decir, un modelo que incluye como variable dependiente el rezago espacial de la variable independiente como una de las variables explicativas.

b. Estimación máximo verosímil de un modelo espacial rezagado para el precio de la vivienda: La ecuación que se estima puede representarse de la siguiente manera:

$$P = \alpha + \sum_{i=1}^N \beta_i X_i + \rho W_p + u_i \quad \text{Con} \quad W_p = WP$$

Donde P representa el logaritmo del arriendo promedio de la vivienda por UPZ, ρ es el parámetro autorregresivo, W_p es el operador de rezago espacial, X_i es cada una de las variables explicativas exógenas y u_i es el término de perturbación aleatoria. El siguiente cuadro describe cada una de las variables explicativas exógenas X_i .

Tabla No.6	
Descripción de las variables explicativas	
Variable	Descripción
W_LARR	Variable independiente rezagada
CONSTANT	Constante
AESTRATO2	Estrato al cuadrado
LHOM	Logaritmo de la tasa de homicidio
ACASA	Proporción de unidades que son casa por localidad
AGAS	Proporción de viviendas con servicio de gas domiciliario
AESTRATO	Estrato
PROMARR	Promedio de puntaje de calidad de vivienda por UPZ.
LDELITO	Log (la tasa de delitos de gravedad)
LPVIV	Log (precio de la vivienda promedio por localidad)
ICA	Indicador de Calidad ambiental
TOCUP	Tasa de ocupación 2003 por localidad
BIEN	Numero de establecimientos para el bienestar
CULT	Numero de establecimientos para la cultura
REC	Numero de establecimientos para la recreación
Fuente: El autor	

La estimación de modelos con presencia de efectos espaciales como éste, no incluye los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) como alternativa de estimación, esto se debe a las consecuencias de realizar MCO en presencia de correlación espacial, estas consecuencias pueden ser análogas a las conocidas en el contexto temporal.³⁰ Por esta razón, tal como lo plantea Moreno (2000), la estimación máximo verosímil se ha perfilado a lo largo de estos años de desarrollo de la econometría espacial como una de las alternativas dominantes (Ripley 1981; Cliff y Ord, 1981; Upton y Fingleton, 1985; Ansellin, 1988; Haining, 1990; Ansellin y Berra, 1998).

Tabla No. 6			
Estimación modelo espacial rezagado (**)³¹, (*)³²			
Dependent Variable		: LARR	
Mean dependent var		: 12.3694	
Pseudo R-squared		: 0.942663	
Log likelihood		: 60.9339	
Variable	Coefficiente	Variable	Coefficiente
**W_LARR	-0,1270105	**PROMARR	0,05916717
*CONSTANT	2,643123	**LPVIV	0,200102
LN_HOM	-0,005152152	*ICA	0,06639138
LN_DELITO	0,02331216	**TOCUP	0,02083964
AESTRATO2	-0,003022683	*REC	0,01678745
**PELIGRO	-0,4751701	*CULT	-0,002055056
**ACASA	0,3329457	BIEN	-0,001144653
*AGAS	0,1469783	**AESTRATO	0,3468195
Test		Prob.	
Breusch-Pagan test		0,3699947	
Likelihood Ratio Test		0,0000000	
Fuente: Cálculos del autor			

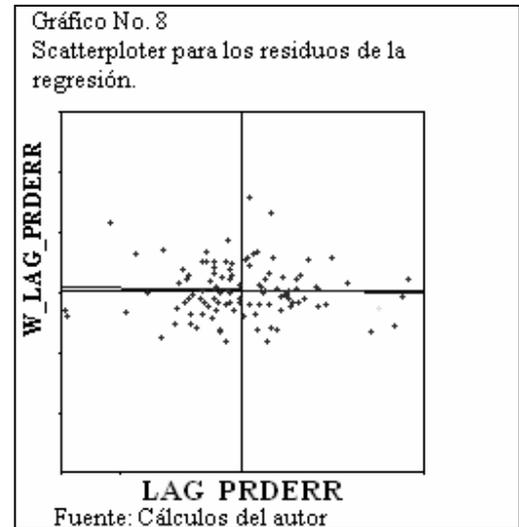
³⁰ Las estimaciones obtenidas son insesgadas, pero ineficientes dado que la matriz de varianzas y covarianzas del término de perturbación será no esférica, lo cual lleva a que la varianza del vector de coeficientes estimado por MCO este sobreestimada, en comparación a la obtenida tras aplicar Mínimos Cuadrados Generalizados al modelo con perturbaciones autorregresivas. En los modelos que incluyen un rezago espacial de la variable endógena como variable explicativa, la estimación por MCO puede implicar consecuencias incluso peores a tal punto que la insesgadez tampoco está garantizada [Moreno 2000].

³¹ Estadísticamente significativa a un nivel de confianza del 99%

³² Estadísticamente significativa a un nivel de confianza del 95%

c. Corrección de la correlación espacial.

Realizando el scatter ploter de Moran de los residuos estimados, se tienen indicios de que el problema ha quedado corregido. También se calculó el estadígrafo I de Moran, obteniendo un valor de 0.015, con el cual no se puede rechazar la hipótesis nula de que los errores se distribuyen aleatoriamente.



d. Interpretación de los coeficientes

Desde esta perspectiva agregada los resultados del modelo también corroboran la importancia en la composición del precio de las viviendas de la dotación de elementos de primera necesidad, el promedio por UPZ del puntaje de calidad de vivienda resulta ser una variable muy significativa, el coeficiente es una semielasticidad, lo que quiere decir que cada punto de incremento en el puntaje de calidad de vivienda promedio presentado en una unidad de planeación zonal, incrementa el valor del arriendo promedio en alrededor de 5.9%. Es importante tener en cuenta que el coeficiente no solamente contempla el hecho de que las viviendas con alta calidad tendrán altos precios, si no que también la externalidad positiva para el precio de una vivienda cualquiera de estar en un vecindario de viviendas de alta calidad.

Otra variable que resulta estadísticamente significativa es el estrato promedio por UPZ. El paso de un estrato socioeconómico promedio al siguiente representa un incremento en el arriendo promedio del 34%, se incluyó el estrato al cuadrado para contrastar la hipótesis de que el estrato tenía un efecto positivo sobre el arriendo promedio, por el hecho de que las personas están dispuestas a pagar más por viviendas ubicadas en estratos más altos, pero llegado cierto punto, por el mayor costo de los servicios públicos y el costo de vida en

general, esa disponibilidad a pagar se va disminuyendo en la medida que se llega dichos estratos mas altos; pero la variable no resulto estadísticamente significativa, lo que es un indicio de que en el mercado de la vivienda arrendada esta hipótesis parece no cumplirse³³.

Otras variables que resultan importantes en la determinación del arriendo promedio que se paga por la vivienda son las siguientes: el índice de calidad ambiental por localidad, la proporción de casas sobre la totalidad de unidades también incrementa el valor promedio del arriendo por UPZ, de igual manera que variables de otro tipo como, el número de establecimientos para el esparcimiento y la recreación por localidad; el número de establecimientos con los que cuenta la UPZ para la recreación incrementa el arriendo de forma positiva aproximadamente en 1.6% , pero ocurre todo lo contrario con los establecimientos para el ejercicio de la cultura, esto puede ser explicado por el hecho de que este tipo de locaciones están ubicadas en zonas comerciales de la ciudad y no residenciales, estas primeras suelen tener una valorización menor que las segundas.

Resulta curioso que las variables que realizan una descripción de los niveles de seguridad en la UPZ como los homicidios y delitos no resultan significativos. Los homicidios tienen un efecto negativo sobre el arriendo pero esta vez contrariamente a las regresiones obtenidas en la sección anterior, la variable no resulta significativa esto puede ser ocasionado porque el efecto no es de una magnitud muy fuerte por lo que se obtienen T estadísticos muy bajos.

Por ultimo otras variables como la proporción de hogares con conexión de gas domiciliario y una variable que describe características de las personas que habitan la UPZ que es la tasa de ocupación, resultaron ser significativas y que influyen de forma positiva en el monto del arriendo promedio pagado por unidad de planeación zonal.

³³ En regresiones similares que se realizaron, en las que la variable dependiente era el precio que cada propietario le confería a su vivienda la hipótesis parecía tener sentido pero por cuestiones de extensión no serán presentadas en este trabajo.

El rezago de la variable endógena resultó muy significativo desde el punto de vista estadístico y el parámetro autorregresivo espacial fue negativo, lo que puede estar evidenciando un patrón de separación en la distribución de los datos, mientras en el norte están las viviendas más valoradas y con mejores características en el sur ocurre todo lo contrario.

VI. Conclusiones

Este trabajo fue una primera exploración al tema de la vivienda, pero visto desde lo que aquí se ha llamado la calidad. Este concepto fue construido acorde con las metodologías más estándar de medición del bienestar y la pobreza de las personas, pero fue un elemento importante en consideraciones de otra naturaleza como la valoración, la descomposición de un precio de mercado y los determinantes para la formación de clusters al interior de la ciudad. La definición construida para el concepto de calidad de la vivienda trasciende de la simple consideración de preferencias y elección de las personas y se adentra en campos de estudio que pueden resultar más profundos, como las necesidades de los seres humanos o los requerimientos mínimos para la realización de las personas.

En todos los modelos estadísticos estimados se encontró evidencia de que las hipótesis hedónicas aplicadas a elementos de la vivienda necesarios para el desarrollo digno de un hogar cobran mucha fuerza, un cambio en las características pertenecientes a alguna de las categorías que aquí se definieron como calidad de la vivienda, representan cambios en el arriendo pagado por los moradores de la vivienda en altas magnitudes. Para el modelo estimado desde el punto de vista de hogares individuales, un incremento en el puntaje de calidad de 1% introduce un incremento en el arriendo de 1,6% aproximadamente. El resultado obtenido para el modelo estimado desde una perspectiva espacial agregada, en la que las variables eran los promedios por UPZ de una serie de características de las viviendas, los resultados también van en la misma dirección, un incremento en el puntaje de calidad promedio por UPZ en una unidad, representa un incremento en el valor de arriendo promedio en 5,9% aproximadamente.

Se obtuvo como resultado desde la perspectiva de hogar individual que los hogares en promedio en la ciudad están dispuestos a pagar alrededor de \$4.300 mensuales por un incremento en la calidad de su vivienda en un punto. Se obtuvo también un primer

acercamiento a la función de demanda para los puntajes de calidad de vivienda, la cual permite tener una idea de las disponibilidades a pagar promedio por un nivel de calidad cualquiera como el área debajo de la curva. Según la función de demanda estimada, ante reducciones en el precio, el consumo de puntos de calidad se incrementa en mayor proporción que dicha reducción, llegando hasta un punto en el cual, la curva presenta un cambio de pendiente para los valores mas altos del puntaje de calidad, sobre estos valores los hogares están dispuestos a consumir mas a pesar de que el precio se incremente.

Se obtuvo desde la perspectiva agregada que la distribución del arriendo a lo largo de la geografía de la ciudad no es aleatoria, verificando la existencia de dinámicas espaciales que operan en el mercado local de vivienda, existen concentraciones de valores altos y bajos para el precio de las unidades, los altos concentrados al noroccidente y los bajos al sur. Por estas razones se estimó un modelo espacial con rezago de la variable endógena el cual evidenció estadísticamente un patrón de separación en los datos, lo que corrobora la distribución asimétrica que en el caso del precio de la vivienda existe en la ciudad. Por otra parte se cuantifico el efecto de atributos agregados y promedios de características por UPZ, como el estrato o el número de establecimientos para actividades recreativas, estos elementos pueden ser vistos como externalidades de vecindario que afectan de forma diferenciada el precio de la vivienda.

Esta investigación contribuyó a entender los procesos de formación de precios en el mercado de la vivienda en la ciudad, desde la perspectiva individual describe la dinámica de la valoración de los hogares por la calidad de sus viviendas y desde la perspectiva agregada describe las dinámicas espaciales de valoración promedio por unidades de planeación y el efecto sobre el precio de algunos atributos agregados que pueden entenderse como externalidades de vecindario.

Referencias Bibliográficas

Ansellin L. (1988), *Spatial Econometrics Methods and Models*, Kluwer academics publisher, University of California, Santa Barbara.

Ansellin L. (2005), *Exploring Spatial Data With GeoDa: A Work Book*, Spatial Analysis Laboratory, University of Illinois, <http://www.csiss.org/>

Ansellin L. (1980), “Estimations Methods for Spatial Autorregresive Structure” Ithaca NY: Cornell University, Regional Science Dissertations and Monographs Series # 8.

Arcos O. et all. (2000), *Inserción precaria desigualdad y Elección social*, CINEP Antropos Bogotá (Colombia).

Azqueta D. (1994), *Valoración económica del impacto ambiental*, Mc Graw Hill, Madrid

Blommestein H. (1983), “Specification and estimations of spatial econometrics models: A discussion for alternatives for spatial modeling” *Regional science and Urban Economics*, 13, 251-270

Can A. (1990), “The measurement of neighborhood dynamics in urban houses prices”, *Economic Geographic Vol. 66 No. 3*, pp. 253-271

Castellar C. (1991), “Valoración de las características de una finca campesina mediante los precios hedónicos” Cáp. II, Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona (España).

Carriazo L. (1999), Impactos de la contaminación del aire en el precio de la vivienda: una valoración económica para santa fe de bogota. CEDE Memorias y Tesis de Grado, Bogotá

Cliff A. y J. Ord (1981), *Spatial Process: Models and Applications*, London Pion.

Court A. (1939), "Hedonic prices index with automobile examples" The General Motors Corporations- the dynamics of automobile demand.

Escobar J. (2004), "Evaluación de la calidad ambiental por localidades en Bogotá: Una aproximación a la Construcción de índices de calidad ambiental", *Gestion y Medio Ambiente Vol. 2 # 7*

Freeman III (1979) "Hedonic prices property values and measuring environmental benefits: a survey of issues" *Scandinavian Journal of Economic Vol. 81 # 2*.

Freeman III (2000), *The measurement of environmental and resource values*, Cap. 13, Segunda edición RFF Press

Geary R, (1954), "The contiguity ratio and statistical mapping", *The Incorporated Statistician, 5, 115-145*.

Goyeneche M. et all. (2003), Efecto de la Erosión en el precio de la tierra y sus implicaciones de Política, Tesis para obtener Master en Economía Ambiental, Universidad de los Andes Bogotá.

Harrison et all. (1978), "Hedonic housing prices and the demand for clear air" *Journal of environmental economics and management, Vol. 5*

Kolstad, C. (2002), "Economía ambiental" McGraw Hill Oxford, México.

Moran P. (1948), "The interpretation of statistical maps", *Journal of the royal statistical society B*, 10, 243-251.

Moreno R. y Vayá E. (2000), *Técnicas econométricas para el tratamiento de datos espaciales*. Universidad de Barcelona España.

Paelinck J. y Klassen L. (1979), *Spatial Econometrics*. Farnborough. Saxon House.

Palmquist R. (1984), "Estimating the demand for the characteristics of housing" *Review of economics and statistic*, 1984, Vol. 66. 394-404

Perez J. (2005), "Dimensión Espacial de la Pobreza en Colombia", *Documentos de Trabajo de Economía Regional # 54*, Banco de la República

Rosen S. (1974), "Hedonic prices and implicit markets: product differentiation in pure competition". *Journal of political economy* 82. pp. 34-55.

Rojas O. (2004), "Índices de precios como alternativa indispensable para el análisis económico", *Outliers # 1* Universidad Javeriana Bogotá

Sanchez F. et all (2003), "Garrote o Zanahoria: Factores Asociados A La Disminución de La Violencia Homicida y El Crimen En Bogotá", Documento CEDE 2003-27, Santa Fé de Bogotá.

Waugh F. (1928), "Quality factors influencing vegetable prices" *Journal of Farm economic*, Vol 10 # 2.

Anexos.

Anexo A.

Tablas de puntajes de calidad para pisos servicios de acueducto y de alcantarillado

Material de los pisos	Puntaje
Marmol, Parqué, madera pulida o lacada	100,00
Alfombra o tapete de pared a pared	83,33
Baldosa, vinilo tableta, ladrillo	66,66
Madera burda tabla o tablón	50,00
Cemento gravilla	33,33
Tierra o arena	16,66

Tipo de Servicio de acueducto	Puntaje
Sin Acueducto y Agua para cocinar alimentos de agua lluvia, río, quebrada agua embotellada o en bolsa	11,11
Sin Acueducto y Agua para cocinar alimentos de pila pública o carro tanque	22,22
Sin acueducto agua para cocinar alimentos de pozo	33,33
Sin acueducto agua para cocinar los alimentos de acueducto público, comunal o veredal	44,44
Con Acueducto y Agua para cocinar alimentos de agua lluvia, río, quebrada agua embotellada o en bolsa	55,55
Con Acueducto y Agua para cocinar alimentos de pila pública o carro tanque	66,66
Con acueducto agua para cocinar alimentos de pozo	77,77
Con acueducto agua para cocinar los alimentos de acueducto público, comunal o veredal	88,88
Con Acueducto agua para cocinar alimentos de acueducto	

Tipo de servicio Sanitario	Puntaje
Inodoro conectado a alcantarillado	100
Inodoro conectado a pozo séptico	75
Inodoro sin conexión	50
Letrina o bajamar	25
No cuenta con servicio Sanitario	0

Anexo B.

Estimación de la función de demanda total por puntajes de calidad.

Regresión con errores estándar Robustos

Number of obs = 5207
 F(4, 5202) = 236.92
 Prob > F = 0.0000
 R-squared = 0.3415
 Root MSE = 3205.8

	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
dp						
prom	-587.48	84.40744	-6.96	0.000	-752.954	-422.0059
promsq	3.841933	.5116844	7.51	0.000	2.838817	4.845049
i_hogar	.0009131	.000107	8.53	0.000	.0007033	.001123
mediaeduc	177.253	22.23369	7.97	0.000	133.6656	220.8404
_cons	23009.79	3490.658	6.59	0.000	16166.64	29852.95

Anexo C.

Estimación de las funciones de demanda de puntajes de calidad por estratos socioeconómicos.

a. Estimación para la sub-muestra de estratos 1 y 2.

Number of obs = 2159
 F(4, 2154) = 39.79
 Prob > F = 0.0000
 R-squared = 0.4070
 Root MSE = 1643.6

	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
dpl						
prom1	-410.2534	81.98592	-5.00	0.000	-571.0331	-249.4736
promsq1	2.476991	.4787382	5.17	0.000	1.538154	3.415828
yh1	.0014324	.0002686	5.33	0.000	.0009057	.001959
e1	59.99271	22.89872	2.62	0.009	15.08681	104.8986

```

_cons | 17976.22 3517.585 5.11 0.000 11078.01 24874.44

```

b. Estimación para la sub-muestra de estratos 3 y 4.

```

Number of obs = 2808
F( 4, 2803) = 139.52
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.2004
Root MSE = 2536.7

```

	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
dp2						
prom2	-98.91299	163.0331	-0.61	0.544	-418.59	220.764
promsq2	.8008845	.906452	0.88	0.377	-.9764963	2.578265
yh2	.000548	.0000709	7.73	0.000	.000409	.0006869
e2	139.7472	15.98153	8.74	0.000	108.4105	171.084
_cons	4870.689	7370.058	0.66	0.509	-9580.599	19321.98

c. Estimación para la sub-muestra de estratos 5 y 6.

Regression with robust standard errors

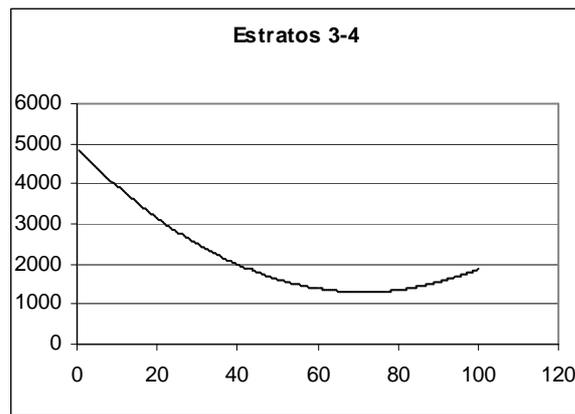
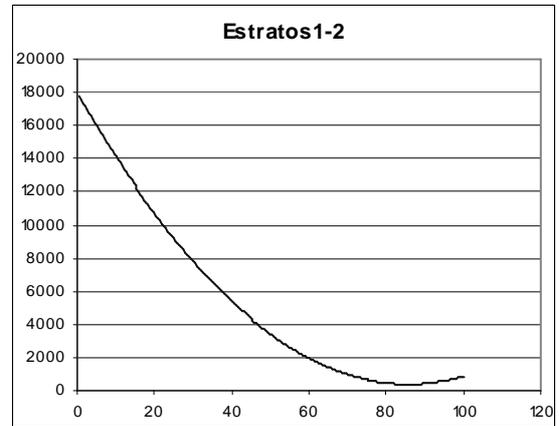
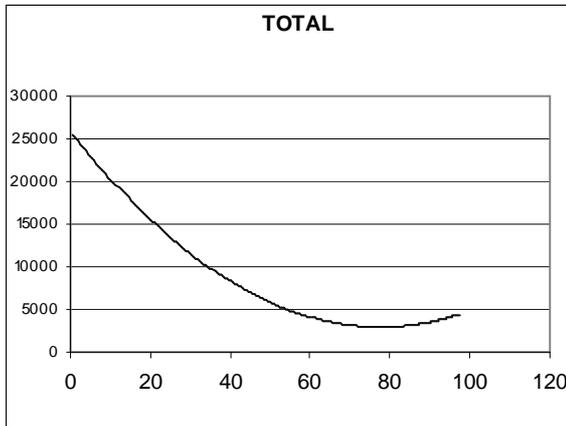
```

Number of obs = 235
F( 4, 230) = 5.33
Prob > F = 0.0004
R-squared = 0.0644
Root MSE = 9242.4

```

	Coef.	Robust Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
dp3						
prom3	1386.208	1146.494	1.21	0.228	-872.7648	3645.181
promsq3	-7.032984	7.394598	-0.95	0.343	-21.60279	7.536828
yh3	.000462	.0002085	2.22	0.028	.0000513	.0008728
e3	-284.3855	217.3643	-1.31	0.192	-712.6653	143.8942
_cons	-52486.49	41805.17	-1.26	0.211	-134856.5	29883.56

d. Gráficos



En las anteriores figuras han sido representadas las funciones de demanda estimadas para cada una de las submuestras por estrato socioeconómico, no han sido presentadas las de los últimos estratos porque la muestra para estos es extremadamente pequeña en comparación con las demás.

Anexo D.

Matrices de pesos tradicionales en la estimación de modelos espaciales

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	1	0	1	0	0	0	0	0
b	1	0	1	0	1	0	0	0	0
c	0	1	0	0	0	1	0	0	0
d	1	0	0	0	1	0	1	0	0
e	0	1	0	1	0	1	0	1	0
f	0	0	1	0	1	0	0	0	1
g	0	0	0	1	0	0	0	1	0
h	0	0	0	0	1	0	1	0	1
i	0	0	0	0	0	1	0	1	0

Matriz de contigüidad-Torre

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	0	1	0	0	0	0
b	0	0	0	1	0	1	0	0	0
c	0	0	0	0	1	0	0	0	0
d	0	1	0	0	0	0	0	1	0
e	1	0	1	0	0	0	1	0	1
f	0	1	0	0	0	0	0	1	0
g	0	0	0	0	1	0	0	0	0
h	0	0	0	1	0	1	0	0	0
i	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Matriz de contigüidad-Alfil

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	1	0	1	1	0	0	0	0
b	1	0	1	1	1	1	0	0	0
c	0	1	0	0	1	1	0	0	0
d	1	1	0	0	1	0	1	1	0
e	1	1	1	1	0	1	1	1	1
f	0	1	1	0	1	0	0	1	1
g	0	0	0	1	1	0	0	1	0
h	0	0	0	1	1	1	1	0	1
i	0	0	0	0	1	1	0	1	0

Matriz de contigüidad-Reina