



BANCO DE LA REPUBLICA  
Subgerencia de Estudios Económicos

## **Combinación de pronósticos de la inflación en presencia de cambios estructurales\***

Luis Fernando Melo Velandia

Héctor M. Núñez Amortegui

### Resumen

En este trabajo se implementan diferentes metodologías de combinación de pronósticos para la inflación colombiana durante el período trimestral comprendido entre 1999:I y 2003:II. Los métodos de combinación propuestos permiten modelar cambios estructurales con el objeto de capturar el cambio de nivel de la inflación ocurrido en 1998 y 1999. Los resultados obtenidos muestran que la metodología de Castaño y Melo (1998), que no considera cambios estructurales, sigue siendo apropiada para pronósticos de horizontes de 1, 2 y 3 trimestres. Sin embargo, para horizontes mayores las metodologías de combinación que consideran cambios estructurales son las mejores, en el sentido de que tienen el menor error cuadrático medio de predicción.

---

\* Los resultados y opiniones son responsabilidad exclusiva de los autores y su contenido no compromete al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de Luis E. Arango, Martha Misas y Juana Tellez como también la ayuda de Mario Ramos en algunos cálculos del trabajo. Cualquier observación puede ser dirigida al correo electrónico [lmelove@banrep.gov.co](mailto:lmelove@banrep.gov.co).

## 1. Introducción

Una de las principales funciones de la política monetaria en Colombia es disminuir el nivel y la volatilidad de la inflación. Para cumplir con este objetivo se ha adoptado una estrategia de política monetaria de inflación objetivo (*Inflation Targeting*). Es así como se ha empezado a abandonar los agregados monetarios como objetivo intermedio desde hace varios años y los pronósticos de inflación cada vez juegan un papel más importante<sup>1</sup>.

En las últimas dos décadas el Banco de la República ha venido desarrollando un sistema de pronósticos, el cual hoy en día cuenta con una amplia gama de modelos para pronosticar la inflación de corto y mediano plazo. Muchos de estos pronósticos son usados para hacer una combinación lineal que incorpora de una manera óptima la información de los diferentes modelos y produce un nuevo y mejor pronóstico. Esta técnica econométrica se ha desarrollado desde el trabajo de Bates y Granger (1969) y su objetivo principal es encontrar una combinación lineal de los pronósticos de los diferentes modelos que produzca una predicción mejorada en términos de precisión<sup>2</sup>.

Castaño y Melo (1998) adaptaron diferentes metodologías de combinación para el caso colombiano, las cuales efectivamente han dado buenos resultados, lo que las ha llevado a ser una de las principales herramientas dentro del sistema de pronósticos del banco central en lo que respecta a los pronósticos de inflación de corto y mediano plazo.

Para que una combinación tenga un buen desempeño en términos de precisión es necesario un comportamiento adecuado de los pronósticos y en particular de los errores de pronóstico de cada uno de los modelos utilizados. Entre otros supuestos, no deben existir cambios estructurales en el comportamiento de estos errores.

---

<sup>1</sup> Véase Gómez *et al.* (2002) y Gómez y Betancourt (2003) para detalles.

<sup>2</sup> En este documento la precisión se mide mediante el error cuadrático medio de los pronósticos.

En el caso colombiano entre 1998 y 1999 se registró un posible quiebre estructural en la inflación anual, en el cual la serie presentó una caída de aproximadamente 10 puntos. Este hecho ocasionó que los errores de pronóstico, definidos como los valores de la inflación observada menos sus pronósticos, presentaran en este mismo período valores negativos muy grandes comparados con otros puntos de la muestra debido a que la mayoría de los pronósticos de los modelos no capturaron este cambio de nivel<sup>3</sup>.

En este sentido, el objetivo principal de este trabajo es implementar una técnica de combinación de pronósticos que incorpore ese posible quiebre estructural y mejore, en términos de precisión, el pronóstico que produce la combinación.

Para cumplir con dicho objetivo este trabajo se ha organizado como sigue. En la siguiente sección se describen unas pruebas que permiten evaluar las propiedades de los errores de pronóstico, incluyendo pruebas para detectar el posible quiebre estructural. La tercera sección hace referencia a diferentes técnicas de combinación de pronósticos que se pueden utilizar en el caso de existencia de quiebres estructurales. En la cuarta sección se presentan los resultados obtenidos de las pruebas sobre los errores de predicción y los resultados de las técnicas propuestas para la combinación de pronósticos de la inflación de Colombia. Finalmente, en la última sección se exponen algunos comentarios finales.

## **2. Propiedades de los errores de pronósticos**

Un desempeño apropiado de la combinación requiere de “buenos” pronósticos individuales. En particular, los pronósticos individuales deben ser eficientes en el sentido de usar toda la información disponible y ningún otro modelo con la misma información debe ser más preciso<sup>4</sup>. Adicionalmente, los pronósticos deben ser insesgados; es decir, la media de los

---

<sup>3</sup> En la sección 4.2 se presenta evidencia del quiebre estructural en los errores de pronóstico.

<sup>4</sup> Véase Schuh (2001).

errores de pronóstico<sup>5</sup> debe ser igual a cero, y los errores de pronóstico un paso adelante no deben estar correlacionados con errores pasados. También, como lo indican Diebold y Lopez (1996) es de gran utilidad que los errores sigan una distribución normal. Aunque este último supuesto no es un requisito, es útil cuando se llevan a cabo pruebas estadísticas.

Las gráficas de los errores de pronósticos pueden contener información sobre el cumplimiento de algunas de estas propiedades. Sin embargo, estas deben ir acompañadas de las pruebas estadísticas correspondientes. Una vez se realizan estas pruebas individuales es útil llevar a cabo pruebas conjuntas como la de “*encompassing*”. Esta prueba permite determinar si los pronósticos de un modelo incorporan toda la información relevante de los pronósticos de otros modelos. Por lo tanto, si los pronósticos de un modelo “*encompasan*” a los pronósticos de todos los modelos restantes se indicaría que no se obtendrían beneficios al realizar la combinación.

Los detalles de las pruebas estadísticas utilizadas para evaluar las propiedades individuales y conjuntas de los pronósticos se encuentran en el Anexo 1. Estas pruebas incluyen las que se utilizaron en el documento de Castaño y Melo (1998) y otras pruebas recientes.

Al igual que en cualquier modelo econométrico, otro supuesto importante en la metodología de combinación es la invarianza de los parámetros. La estabilidad de los parámetros de un modelo es necesaria para realizar pronósticos e inferencias adecuados. A continuación se describen las pruebas que permiten detectar quiebres estructurales.

---

<sup>5</sup> El error de pronóstico de horizonte  $h$  se define como:  $\hat{\epsilon}_{t|t-h} = y_t - \hat{y}_{t|t-h}$ , donde  $\hat{y}_{t|t-h}$  es el pronóstico para el período  $t$  con información hasta  $t-h$  y  $y_t$  es el valor observado.

## 2.1 Pruebas de quiebre estructural

### 2.1.1 Contraste de predicción de Chow

La existencia de un cambio estructural puede ser evaluada mediante pruebas tipo F como la de Chow (Chow, 1960) o el test de predicción de Chow (Fisher, 1970). Como cualquier prueba tipo F, estos contrastes se pueden calcular de una forma muy sencilla, solo se requiere estimar unos residuales del modelo restringido y otros del no restringido. Bajo la hipótesis nula de no quiebre estructural, las estadísticas de estas pruebas tienen una distribución F<sup>6</sup>.

Las pruebas de Chow y de predicción de Chow requieren que el punto de quiebre especificado en la hipótesis alterna sea escogido *ex-ante* y de forma independiente con respecto a los datos. Debido a que en la práctica estos supuestos difícilmente se cumplen, Andrews (1993) y otros autores han propuesto una forma alternativa de realizar este tipo de pruebas.

### 2.1.2 Contraste de Andrews

Andrews (1993) y Andrews y Ploberger (1994) proponen calcular la estadística de la prueba de Chow para todos los posibles puntos de quiebre ( $t$ ) y agregarlas de la siguiente manera<sup>7</sup>.

1. Test de *Wald*:

$$SupW = \max_t T \left( \frac{SRC - SRC_1 - SRC_2}{SRC_1 + SRC_2} \right)$$

2. Test de multiplicadores de *Lagrange*

$$SupLM = \max_t T \left( \frac{SRC - SRC_1 - SRC_2}{SRC} \right)$$

3. Test de razón de verosimilitud:

---

<sup>6</sup> Asintóticamente, siguen una distribución  $\chi^2$ .

<sup>7</sup> La equivalencia entre estas agregaciones y las propuestas por Andrews (1993) y Andrews y Ploberger (1994) se pueden encontrar en Diebold y Chen (1996).

$$SupLR = \max_t T \log \left( \frac{SRC}{SRC_1 + SRC_2} \right)$$

Donde  $SRC$  es la suma de residuos cuadrados del modelo con la muestra completa<sup>8</sup>,  $T$  es el número total de observaciones,  $SRC_1$  corresponde a la suma de residuos cuadrados utilizando la muestra antes del posible cambio estructural, es decir, desde 1 hasta  $t$ , y  $SRC_2$  esta asociada con la parte final de la muestra, es decir, desde  $t + 1$  hasta  $T$ <sup>9</sup>.

Andrews (1993) encuentra los valores críticos de estas tres estadísticas para diferentes niveles de significancia, la hipótesis nula es igual a la del test de Chow, la cual indica que no existen quiebres estructurales. Adicionalmente, Hansen (1997) propone un método para encontrar los  $p$ -values asociados a los valores críticos de Andrews.

### 3. Métodos de combinación de pronósticos

Cuando se tiene como objetivo pronosticar una o más variables, es muy probable que se cuente con varios pronósticos generalmente provenientes de diferentes modelos. Una pregunta de interés es si se debería escoger un solo pronóstico o tomar alguna combinación de todos ellos. Trabajos iniciales como el de Barnard (1963) y Bates y Granger (1969) y otros trabajos posteriores han mostrado que un pronóstico combinado es mejor que los pronósticos individuales en términos de error cuadrático medio.

En la actualidad existen un número considerable de técnicas para realizar combinación de pronósticos. Se pueden encontrar técnicas sencillas basadas en modelos de regresión simples, como también técnicas mas complejas, por ejemplo, basadas en modelos no

---

<sup>8</sup> Es decir,  $SRC = \sum_t \hat{e}_{t-h}^2$ . En nuestro caso estos residuales corresponden a errores de pronóstico de horizonte  $h$ .

<sup>9</sup> Esta prueba se realiza de una forma secuencial moviendo el período  $t$  dentro del intervalo  $[T_1, T - k]$  donde  $k$  es el número de parámetros del modelo y  $T_1 = pT$ ,  $0 < p < 1$ .

lineales como la de Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994) que utiliza modelos de transición suave (STR) o la basada en redes neuronales de Donaldson y Kamstra (1996a y 1996b) y Harrald y Kamstra (1997) <sup>10</sup>.

Castaño y Melo (1998) aplicaron diferentes técnicas de combinación de pronósticos para la inflación colombiana en el período comprendido entre 1992:I y 1998:II <sup>11</sup>. Ellos encuentran que las mejores técnicas, para este caso, son las propuestas por Coulson y Robins (1993) y Hallman y Kamstra (1989), las cuales son desarrolladas para series I(1).

Aunque estos métodos de combinación han presentado buenos resultados comparado con pronósticos individuales, el hecho que los pronósticos de los modelos individuales presenten un posible cambio de nivel a finales de 1998 puede alterar el desempeño de estas metodologías.

Un comportamiento adecuado de los pronósticos individuales, en muchos casos, es una condición necesaria para una combinación óptima en términos de precisión. Entre otros supuestos, no deben existir cambios estructurales en el comportamiento de los errores de pronóstico. Sin embargo, para el caso colombiano entre 1998 y 1999 se presentó una caída de aproximadamente 10 puntos en la inflación anual. Igualmente, los errores de pronóstico presentaron en este mismo período valores negativos muy grandes debido a que la mayoría de los pronósticos de los modelos no capturaron este cambio de nivel.

Este posible cambio estructural de la inflación tiene dos características<sup>12</sup>, ocurrió de forma gradual y solo es observado una vez en la muestra de estudio. Esto implica que se deben utilizar metodologías de combinación que involucren cambios estructurales de forma suave, en varios períodos. Por ejemplo, metodologías del tipo “Switching” de Hamilton no serían

---

<sup>10</sup> Una bibliografía amplia de combinación de pronósticos se encuentra en Clemen (1989) y Trenkler y Gotu (1998).

<sup>11</sup> La muestra 1992:I – 1998:II esta asociada a los pronósticos usados en este documento. Sin embargo, para obtener estos pronósticos se utiliza una muestra más amplia.

<sup>12</sup> En Melo y Misas (2004) se presenta evidencia de este cambio estructural al utilizar modelos estructurales para la inflación colombiana.

convenientes en este caso ya que estas suponen que el cambio de régimen puede suceder abruptamente en un solo período<sup>13</sup>.

A continuación se realiza una breve reseña de los procedimientos de Coulson y Robins (1993) y Hallman y Kamstra (1989), referenciados en Castaño y Melo (1998)<sup>14</sup>. Posteriormente, se describen varias metodologías de combinación de pronósticos que pueden ser apropiadas para modelar cambios estructurales en el caso de la inflación colombiana.

### 3.1 Métodos de Combinación de pronósticos sin cambios estructurales

#### 3.1.1. Procedimiento de Coulson & Robins

La técnica de combinación de Coulson y Robins (1993) es desarrollada para series no estacionarias, I(1). Esta metodología parte de la siguiente ecuación de regresión para cada uno de los  $h$  horizontes deseados:

$$\Delta Y_t = \mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_1 (f_{t|t-h}^1 - Y_{t-1}) + \mathbf{g}_2 (f_{t|t-h}^2 - Y_{t-1}) + \dots + \mathbf{g}_k (f_{t|t-h}^k - Y_{t-1}) + \mathbf{e}_t$$

En la expresión anterior  $k$  es el número de modelos de pronóstico individuales que se van a usar en la combinación,  $f_{t|t-h}^i$  es el pronóstico de  $Y_t$  dado por el modelo  $i$  ( $i = 1 \dots k$ ) con información hasta  $t-h$ ,  $Y_{t-1}$  corresponde a la variable  $Y_t$ , en nuestro caso la inflación<sup>15</sup> rezagada un período y  $\{\mathbf{e}_t\}$  es un proceso ruido blanco Gaussiano. Una vez estimado el vector de parámetros  $(\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_k)'$  se calcula la combinación de pronósticos:

<sup>13</sup> Kamstra tampoco sugiere usar la metodología de Redes Neuronales (NN) en estos casos por tratarse de variables no estacionarias.

<sup>14</sup> Es de señalar, que estos métodos no fueron diseñados para capturar posibles quiebres estructurales.

<sup>15</sup> En este documento se utiliza como medida de inflación a la variación anual del índice de precios al consumidor.

$$\Delta \hat{Y}_{t+h|t} = \hat{\mathbf{g}}_0 + \hat{\mathbf{g}}_1 (f_{t+h|t}^1 - \hat{Y}_{t+h-1|t}) + \hat{\mathbf{g}}_2 (f_{t+h|t}^2 - \hat{Y}_{t+h-1|t}) + \dots + \hat{\mathbf{g}}_k (f_{t+h|t}^k - \hat{Y}_{t+h-1|t})$$

Para horizontes de un período,  $\hat{Y}_{t+h-1|t}$  es el valor observado de la variable en  $t$  y para horizontes mayores a uno  $\hat{Y}_{t+h-1|t}$  corresponde a un pronóstico de períodos anteriores.

Finalmente, se calcula el pronóstico combinado en niveles integrando los pronósticos anteriores, es decir<sup>16</sup>:

$$\hat{Y}_{t+h|t} = \Delta \hat{Y}_{t+h|t} + \hat{Y}_{t+h-1|t}$$

### 3.1.2 Procedimiento de Hallman y Kamstra

Al igual que la metodología de Coulson y Robins, C-R, el método de Hallman y Kamstra (1989), H-K, es utilizado para la combinación pronósticos con series I(1). Estos autores sugieren estimar el siguiente modelo para cada uno de los horizontes,  $h$ :

$$Y_t = \mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_1 f_{t|t-h}^1 + \mathbf{g}_2 f_{t|t-h}^2 + \dots + \mathbf{g}_k f_{t|t-h}^k + \mathbf{e}_t,$$

Sujeta a la restricción:

$$\mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_2 + \dots + \mathbf{g}_k = 1$$

Con base en la estimación del vector  $(\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_k)'$  se calcula la combinación de pronósticos:

$$\hat{Y}_{t+h|t} = \hat{\mathbf{g}}_0 + \hat{\mathbf{g}}_1 f_{t+h|t}^1 + \hat{\mathbf{g}}_2 f_{t+h|t}^2 + \dots + \hat{\mathbf{g}}_k f_{t+h|t}^k$$

---

<sup>16</sup> Al igual que antes, para horizontes mayores a un período  $\hat{Y}_{t+h-1|t}$  es reemplazado por el pronóstico combinado de períodos anteriores.

## 3.2 Metodologías de combinación de pronósticos en la presencia de cambios estructurales

Las metodologías propuestas por C-R y HK capturan el comportamiento no estacionario de la inflación colombiana y sus pronósticos. Sin embargo, no son capaces de modelar posibles quiebres estructurales. Dadas las características de estas series y de sus cambios de nivel, en lo que resta de esta sección se plantean extensiones de estas dos metodologías que buscan capturar estos posibles cambios a través de parámetros variables en el tiempo.

### 3.2.1 Combinación de pronósticos basada en Mínimos Cuadrados Ponderados

Diebold y Pauly (1987) sugieren estimar un modelo de combinación de pronósticos utilizando la técnica de Mínimos Cuadrados Ponderados (*WLS*). Estos autores proponen unas ponderaciones que dan un mayor peso a las últimas observaciones, de tal forma que el efecto de un posible cambio estructural es reducido ya que se disminuye la influencia de observaciones pasadas. El estimador es entonces:

$$\mathbf{b}_{WLS} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{Y}$$

Donde  $\mathbf{W}$  es la matriz de ponderaciones, la matriz de diseño,  $\mathbf{X}$ , esta asociada con las series de pronósticos de los modelos, es decir, con  $f_t^i$ <sup>17</sup> ( $i=1,2,\dots,k$  y  $t=1,2,\dots,T$ ). La composición específica de la matriz  $\mathbf{X}$  y el vector  $\mathbf{Y}$  dependen del modelo de combinación

---

<sup>17</sup> Para facilitar la notación, estos pronósticos son representados como  $f_t^i$ ; sin embargo, si se tiene en cuenta un horizonte de pronóstico  $h$  equivalen a  $f_{t|t-h}^i$ . Esta simplificación también es utilizada en otros modelos presentados de esta sección.

utilizado. Diebold y Pauly proponen utilizar la siguiente matriz  $W$ , denominada  $t$ -lambda<sup>18</sup>:

$$W = \begin{bmatrix} 1^I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2^I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & T^I \end{bmatrix}$$

Las ponderaciones de la matriz  $t$ -lambda implican una influencia decreciente de forma no lineal con respecto a las observaciones pasadas.

La estimación del parámetro  $I$  se lleva a cabo usando un método de “búsqueda de malla” (“*grid search*”), donde la función objetivo es el error cuadrático medio de pronóstico (RMSFE). Es decir, dado un conjunto de valores posibles de  $I$ , para cada uno de estos valores se estiman los parámetros del modelo, los pronósticos combinados y finalmente el RMSFE. El valor óptimo de  $I$  es seleccionado como aquel que produce el mínimo RMSFE.

Una vez obtenido este lambda óptimo se puede calcular  $\hat{b}_{WLS}$  y los pronósticos combinados. Estas estimaciones son realizadas para los modelos de Coulson y Robins y de Hallman y Kamstra, y son calculadas para cada horizonte de pronóstico.

### 3.2.2 Combinación de pronósticos basada en un Modelo Estado Espacio

Una forma de considerar parámetros cambiantes es a través de modelos de estado espacio (EE) para las ecuaciones de combinación de pronósticos<sup>19</sup>. El modelo EE más simple

<sup>18</sup> Adicionalmente, Diebold y Pauly (1987) proponen otras matrices de ponderación. Sin embargo, estos autores encuentran que los mejores resultados son obtenidos con la matriz  $t$ -lambda.

<sup>19</sup> Una aplicación de este tipo de modelos se encuentra en Sessions y Chatterjee (1989).

considera que el vector de parámetros se comporta como una caminata aleatoria. Las ecuaciones de medida y transición están dadas a continuación.

La ecuación de medida es:

$$[Z_t] = H_t \begin{bmatrix} \mathbf{g}_t^0 \\ \mathbf{g}_t^1 \\ \mathbf{g}_t^2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_t^k \end{bmatrix} + [r_t]; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Y la ecuación de transición está representada por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_t^0 \\ \mathbf{g}_t^1 \\ \mathbf{g}_t^2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_t^k \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{t-1}^0 \\ \mathbf{g}_{t-1}^1 \\ \mathbf{g}_{t-1}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{t-1}^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{0t} \\ v_{1t} \\ v_{2t} \\ \vdots \\ v_{kt} \end{bmatrix}$$

Donde,  $\{r_t\}$  y el vector  $\{v_t\}$  son procesos ruido blanco independientes.

Para la metodología de Coulson y Robins:  $[Z_t] = [\Delta Y_t]$ ,  $F = [I_{K+1}]$  y  $H_t = [1 \ (f_t^1 - Y_{t-1}) \ (f_t^2 - Y_{t-1}) \ \dots \ (f_t^k - Y_{t-1})]$ .

En el caso de Hallman y Kamstra se tienen las siguientes matrices:  $[Z_t] = [Y_t]$ ,  $F = [I_{K+1}]$  y  $H_t = [1 \ f_t^1 \ f_t^2 \ \dots \ f_t^k]$  <sup>20</sup>.

Los hiperparámetros del modelo estado espacio son entonces la varianza de  $r_t$  y los elementos de la matriz de varianza y covarianza asociada al vector  $v_t$ . A partir de los

---

<sup>20</sup> En este modelo la estimación esta sujeta a la restricción  $\mathbf{g}_t^1 + \mathbf{g}_t^2 + \dots + \mathbf{g}_t^k = 1$ .

valores iniciales de los hiperparámetros y del vector de estado se realiza la optimización utilizando métodos de máxima verosimilitud y el filtro de Kalman.

Al igual que en el método de Diebold y Pauly (1987), el procedimiento de estimación y cálculo de los pronósticos combinados fuera de muestra para el modelo EE es realizado para los modelos C-R y H-K y para cada horizonte.

Un caso especial de este modelo EE es aquel donde el único parámetro que varía en el tiempo es el intercepto ( $\mathbf{g}_t^0$ ). Este modelo es apropiado cuando los posibles cambios estructurales están asociados con cambios en el nivel de la serie. En este caso, la ecuación de medida es igual a la especificada anteriormente, la ecuación de transición es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_t^0 \\ \mathbf{g}_t^1 \\ \mathbf{g}_t^2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_t^k \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{t-1}^0 \\ \mathbf{g}_{t-1}^1 \\ \mathbf{g}_{t-1}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{t-1}^k \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} v_{0t} \\ v_{1t} \\ v_{2t} \\ \vdots \\ v_{kt} \end{bmatrix}$$

Donde

$$F = [I_{k+1}] \quad \text{y} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(k+1) \times (k+1)}$$

Los hiperparámetros de este modelo son la varianza de  $r_t$  y la varianza de  $v_{0t}$ . El procedimiento de estimación es igual al del modelo EE anterior.

### 3.2.3 Combinación de Pronósticos con Corrección de Intercepto.

Clements y Hendry (1999) sugieren una forma de corregir los pronósticos en el caso de quiebres estructurales. Esta se basa en la corrección del intercepto del modelo utilizado para

la combinación. En el caso de la técnica de Coulson y Robins, la metodología de Clements y Hendry se desarrolla en dos etapas. Primero, se estima el pronóstico para el período  $t$  con información hasta  $t-h$ :

$$\Delta \hat{Y}_{t|t-h} = \hat{\mathbf{g}}_0 + \hat{\mathbf{g}}_1 (f_{t|t-h}^1 - Y_{t-1}) + \hat{\mathbf{g}}_2 (f_{t|t-h}^2 - Y_{t-1}) + \dots + \hat{\mathbf{g}}_k (f_{t|t-h}^k - Y_{t-1})$$

Así, se obtiene los errores de pronóstico en diferencias para el período  $t$ :

$$e_t = \Delta Y_t - \Delta \hat{Y}_{t|t-h}$$

Como segunda etapa, se realiza la corrección de intercepto sobre el pronóstico en diferencias para  $t+h$ :

$$\Delta \hat{Y}_{t+h|t}^{CI} = \Delta \hat{Y}_{t+h|t} + e_t$$

Finalmente, se calcula el pronóstico en niveles:

$$\hat{Y}_{t+h|t}^{CI} = \Delta \hat{Y}_{t+h|t}^{CI} + \hat{Y}_{t+h-1|t}$$

Es de anotar, como se ha mencionado antes, que  $\hat{Y}_{t+h-1|t}$  es el valor observado  $Y_t$  en el horizonte uno y corresponde a un pronóstico de períodos anteriores en el caso de otros horizontes.

Esta técnica también puede aplicarse a la metodología de Hallman y Kamstra de forma análoga. Las únicas diferencias son el orden de integración de las series<sup>21</sup> y el hecho que los estimadores de los parámetros  $\mathbf{g}_i$  están sujetos a la restricción de que sumen uno.

---

<sup>21</sup> Por lo tanto no hay necesidad de integrar los pronósticos resultantes.

### 3.2.4 Combinación de pronósticos basada en la metodología de mínimos cuadrados flexibles.

Kalaba y Tesfatsion (1989, 1990) desarrollaron la metodología de mínimos cuadrados flexibles, MCF, la cual puede ser utilizada cuando se tienen modelos lineales con parámetros variables en el tiempo. El objetivo básico de la técnica MCF es determinar la frontera eficiente de costos, es decir, el conjunto de todas las trayectorias de los coeficientes ( $\gamma$ ) que son eficientes en el sentido de la minimización de la suma de los cuadrados de los errores de medida y de los errores dinámicos.

Esta metodología parte de dos especificaciones, la “ecuación” de medida y la “ecuación” dinámica. Para el modelo combinación de Hallman y Kamstra son las siguientes:

1. La especificación de medida

$$Y_t - f_t \Gamma_t \cong 0$$

2. La especificación dinámica

$$\Gamma_t - \Gamma_{t-1} \cong 0$$

donde  $\Gamma' = [g_t^0 \ g_t^1 \ g_t^2 \ \dots \ g_t^k]$  y  $f_t = [1 \ f_t^1 \ f_t^2 \ \dots \ f_t^k]$ <sup>22</sup>.

Estas dos especificaciones son similares a la ecuación de medida y transición del modelo EE. La especificación de medida equivale a la ecuación de medida donde se especifica el modelo H-K y la especificación dinámica es similar al supuesto de caminata aleatoria sobre el vector de parámetros que corresponde a la ecuación de transición del modelo EE. La diferencia entre las dos metodologías radica en la ausencia del término de error en la metodología MCF.

---

<sup>22</sup> El vector de parámetros  $\Gamma$  esta sujeto a la restricción  $g_t^1 + g_t^2 + \dots + g_t^k = 1$ .

El estimador de mínimos cuadrados flexibles,  $\Gamma^{MCF}$ , corresponde a:

$$\arg \min_{\Gamma} \left( \mathbf{j}_M^2(\Gamma) + m \mathbf{j}_D^2(\Gamma) \right)$$

donde  $\mathbf{j}_M^2(\Gamma) = \sum_{t=1}^T (Y_t - f_t \Gamma_t)^2$  y  $\mathbf{j}_D^2(\Gamma) = \sum_{t=2}^T (\Gamma_t - \Gamma_{t-1})'(\Gamma_t - \Gamma_{t-1})$  son las sumas de los cuadrados de los errores de medida y dinámicos, respectivamente. El parámetro  $m > 0$  indica la ponderación entre estos dos tipos de errores<sup>23</sup>.

#### 4. Resultados

En la Tabla 1 se presentan los siete modelos considerados en este trabajo para pronosticar la inflación colombiana. Estos son: el modelo de curva de Phillips (CPHIL), el de Precio relativo de los alimentos (PRAL), el P estrella (PE), el P estrella modificado (PEM), el ARIMA, un modelo no lineal de series de tiempo (modelo de regresión de transición suave, STR) y el escandinavo (ESC).

Los cinco modelos estructurales, CPHIL, PRAL, PE, PEM y ESC, son de frecuencia trimestral y los dos de series de tiempo, STR y ARIMA, de frecuencia mensual. Una descripción detallada de estos modelos se encuentra en Gómez *et al.* (2002), en Gómez y Betancourt (2003) y en Melo y Misas (2004).

Aunque los modelos considerados son estimados con datos desde la década de los ochenta, la base de datos utilizada para la combinación esta compuesta por pronósticos “*Rolling*” trimestrales<sup>24</sup> para cada uno de los siete modelos en el período 1991:IV – 2003:II, para

---

<sup>23</sup> La estimación de los modelos de combinación con el enfoque MCF se realiza utilizando el modulo TSM de GAUSS desarrollado por Roncalli (1996). El parámetro  $\mu$  es estimado mediante un método de “*búsqueda de malla*”, donde la función objetivo es el error cuadrático medio de pronóstico.

<sup>24</sup> En la metodología de combinación solo se consideran los pronósticos de los modelos ARIMA y STR del último mes correspondiente a cada trimestre, debido a que estos son estimados con frecuencia mensual.

Tabla 1.  
Modelos usados en la Combinación de Pronósticos

Curva de Phillips	$\Delta LIPC_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 DQ_{1,t} + \mathbf{b}_2 DQ_{2,t} + \mathbf{b}_3 DQ_{3,t} + \mathbf{b}_4 D86_t + \mathbf{b}_5 P1_t + \mathbf{b}_6 GAP_{t-1} + \mathbf{b}_7 \Delta LIPC_{t-4} + \mathbf{b}_8 \Delta LIPC_{t-6} + \mathbf{b}_9 \Delta LIPM_{t-2} + \mathbf{e}_t$
Precio Relativo de los alimentos	$\Delta LIPC_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_2 DQ_{2,t} + \mathbf{b}_3 DQ_{3,t} + \mathbf{b}_1 DQ_{4,t} + \mathbf{b}_4 D85_t + \mathbf{b}_5 D86_t + \mathbf{b}_6 \Delta LIPC_{t-1} + \mathbf{b}_7 \Delta LIPC_{t-4} + \mathbf{b}_8 \Delta LIPC_{t-6} + \mathbf{b}_9 \Delta LM1_{t-3} + \mathbf{b}_{10} \Delta LPRALI_t + \mathbf{b}_{11} \Delta LPRALI_{t-1} + \mathbf{b}_{12} \Delta LPRALI_{t-9} + \mathbf{b}_{13} GAP_t + \mathbf{e}_t$
P estrella	$\Delta LIPC_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 DQ_{1,t} + \mathbf{b}_2 DQ_{2,t} + \mathbf{b}_3 DQ_{3,t} + \mathbf{b}_4 D86_t + \mathbf{b}_5 \Delta LIPC_{t-1} + \mathbf{b}_6 \Delta LIPC_{t-4} + \mathbf{b}_7 \Delta LIPC_{t-6} + \mathbf{b}_8 P1_t + \mathbf{b}_9 GAPVELM1_{t-1} + \mathbf{b}_{10} GAPHP_{t-1} + \mathbf{e}_t$
Escandinavo	$\Delta LIPC_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 D85_t + \mathbf{b}_3 D86_t + \mathbf{b}_4 D99_t + \mathbf{b}_5 \Delta LIPC_{t-1} + \mathbf{b}_6 \Delta LIPC_{t-4} + \mathbf{b}_7 \Delta LIPC_{t-6} + \mathbf{b}_8 TCF_{t-3} + \mathbf{b}_9 SAL_{t-1} + \mathbf{b}_{10} SAL_{t-2} + \mathbf{b}_{11} SAL_{t-4} + \mathbf{e}_t$
P estrella modificado*	$\Delta LIPC_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 DQ_{1,t} + \mathbf{b}_2 DQ_{2,t} + \mathbf{b}_3 DQ_{3,t} + \mathbf{b}_4 D845_t + \mathbf{b}_5 D86_t + \mathbf{b}_6 \Delta LIPC_{t-4} + \mathbf{b}_7 \Delta LIPC_{t-6} + \mathbf{b}_8 P1_t + \mathbf{b}_9 GAPB_{t-9} + \mathbf{b}_{10} GAPIPR_{t-1} + \mathbf{e}_t$
Modelo no lineal (STR)	$\Delta p_t = \mathbf{b}_0 + \sum_{i=1}^{24} \mathbf{b}_i \Delta p_{t-i} + \sum_{i=1}^{24} \mathbf{g}_i \Delta VAM1_{t-i} + \left( \mathbf{a}_0 + \sum_{i=1}^{24} \mathbf{b}_i \Delta p_{t-i} + \sum_{i=1}^{24} \mathbf{d}_i \Delta VAM1_{t-i} \right) \left( 1 + e^{-\mathbf{g}(\Delta p_{t-18} - C)} \right) + \mathbf{e}_t$
ARIMA**	$(1 - \mathbf{f}_1 B - \mathbf{f}_2 B^4 - \mathbf{f}_3 B^6)(1 - B^{12})\Delta LIPC_t = (1 - \mathbf{q}_1 B^{12})\mathbf{e}_t$
<b>Definiciones</b>	
$\Delta$ :	Operador de diferencia, $DY_t = (1-B) Y_t$ , donde $B$ es el operador de rezago.
LIPC:	Logaritmo del índice de precios al consumidor.
$\pi$ :	Variación anual del logaritmo del índice de precios al consumidor.
DQ1, DQ2, DQ3 y DQ4:	Dummies estacionales.
D85:	Dummy asociada al primer y segundo trimestre de 1985.
D86:	Dummy asociada al segundo trimestre de 1986.
D845:	Dummy asociada al tercer y cuarto trimestre de 1984 y primero y segundo trimestre de 1985.
D99:	Dummy asociada al primer y segundo trimestre de 1999.
P1:	Probabilidad de inflación alta con variabilidad alta estimada con modelo “switching” de Melo y Misas (1998).
GAP:	Brecha del producto.
LIPM:	Logaritmo del Índice de Precios de Importados.
LM1:	Logaritmo de M1.
PRALI:	Precio Relativo de los Alimentos.
GAPVELM1:	Brecha de la velocidad de M1.
GAPHP:	Brecha del producto calculado por el método de Hodrick y Prescott.
TCF:	Tasa de Cambio Nominal al final del período deflactada por el IPC.
SAL:	Salarios nominales deflactados por el IPC.
GAPB:	Brecha de la Base Monetaria.
GAPIPR:	Brecha del Índice de Producción Industrial Real.
VAM1:	Variación Anual de M1.
$\mathbf{e}$ :	Término de perturbación.
* El modelo P estrella Modificado usa un VEC para determinar el GAP de la Base Monetaria. Las variables asociadas al vector de cointegración son: logaritmo de la base monetaria, logaritmo del IPC, logaritmo del Índice de Producción Industrial Real, tasa de los CDT promedio Trimestral y la tendencia determinística.	
** El modelo ARIMA incluye “dummies” de intervención para febrero de 1999 y marzo de 1995.	

horizontes de uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis trimestres<sup>25</sup>.

#### 4.1 Análisis de los errores de pronóstico

Antes de implementar las diferentes metodologías de combinación para los modelos considerados, se analizaron varias características de los errores de pronóstico para cada uno de los modelos en diferentes horizontes.

En las Tablas 2, 3 y 4, presentadas en el Anexo 2, se pueden analizar algunas de las características de los errores de pronóstico; el sesgamiento con la prueba de Holden y Peel (1989), la normalidad con la prueba de Jarque y Bera y la autocorrelación con la prueba de Ljung-Box. Los resultados obtenidos muestran que las propiedades de los pronósticos se deterioran a medida que se incrementa el horizonte. Para horizontes de 1 y 2 trimestres tres modelos presentan pronósticos insesgados y no autocorrelacionados, mientras que para horizontes mayores, seis de los siete modelos muestran evidencia de sesgo en sus pronósticos y todos presentan autocorrelación. Es de señalar que los resultados obtenidos en las pruebas de Jarque-Bera no presentan evidencia de no normalidad en la mayoría de los casos<sup>26</sup>.

Las pruebas anteriores solo consideran características individuales de los pronósticos de los modelos. En las tablas 5 y 6 del Anexo 2 se presentan los resultados de las pruebas de “*encompassing*” de Fair y Shiller (1989,1990) y de Harvey, Leybourne y Newbold (1998)<sup>27</sup>. Este tipo de pruebas permite determinar si los pronósticos de un modelo incorporan (o

---

<sup>25</sup> Adicionalmente, para algunos ejercicios se utilizó una base de datos de pronósticos *ex-ante* para los modelos CPHIL, PRAL, PE, ARIMA y STR en el período 2000:I – 2003:II para horizontes de uno, dos, tres y cuatro trimestres. Debido a que los modelos PE y PENM no eran estimados al inicio de la muestra, sus pronósticos solo son incluidos en la parte final.

<sup>26</sup> Esta prueba solo se rechaza claramente para los errores de pronóstico del modelo ARIMA para horizontes mayores a 3 y para el modelo escandinavo para horizontes mayores 2.

<sup>27</sup> Específicamente, se calcula la prueba  $R_2$  de Harvey, Leybourne y Newbold (1998), referenciada en el Anexo 1.

“*encompasan*”) toda la información relevante con respecto a los pronósticos de otro modelo.

Según los resultados del test de Fair y Shiller se puede concluir que no existe ningún modelo que “*encompase*” a todos los restantes en ningún horizonte considerado. Este mismo resultado se obtiene cuando se utiliza la prueba de Harvey, Leybourne y Newbold para los horizontes de uno, dos, tres y cuatro trimestres<sup>28</sup>. Sin embargo, para horizontes 5 y 6 este resultado no es claro, si se utiliza niveles de significancia del 5% la mayoría de los pronósticos de los modelos son *encompasados* por los restantes. Pero utilizando niveles de significancia del 10% los resultados son iguales a los de la prueba de Fair y Shiller, en la cual se indica que ningún modelo “*emcompasa*” a los otros.

En resumen, se puede concluir que no existe un modelo que “*encompase*” a todos los restantes en cada uno de los horizontes considerados<sup>29</sup>. Es decir, bajo este punto de vista se garantiza que las metodologías de combinación de pronósticos pueden proveer más información sobre el evento que esta siendo pronosticado y por consiguiente es posible mejorar los pronósticos individuales en términos de precisión.

#### **4.2 Quiebre estructural de los pronósticos.**

El nivel de la inflación colombiana disminuyó aproximadamente 10 puntos entre los años 1998 y 1999. Como se observa en la Gráfica 1, esta caída también se reflejó en algunos de los pronósticos de los modelos y en particular en sus errores de pronóstico<sup>30</sup>. Estos errores, definidos como los valores de la inflación observada menos sus pronósticos, presentaron en este período valores negativos muy grandes comparados con otros puntos de la muestra

---

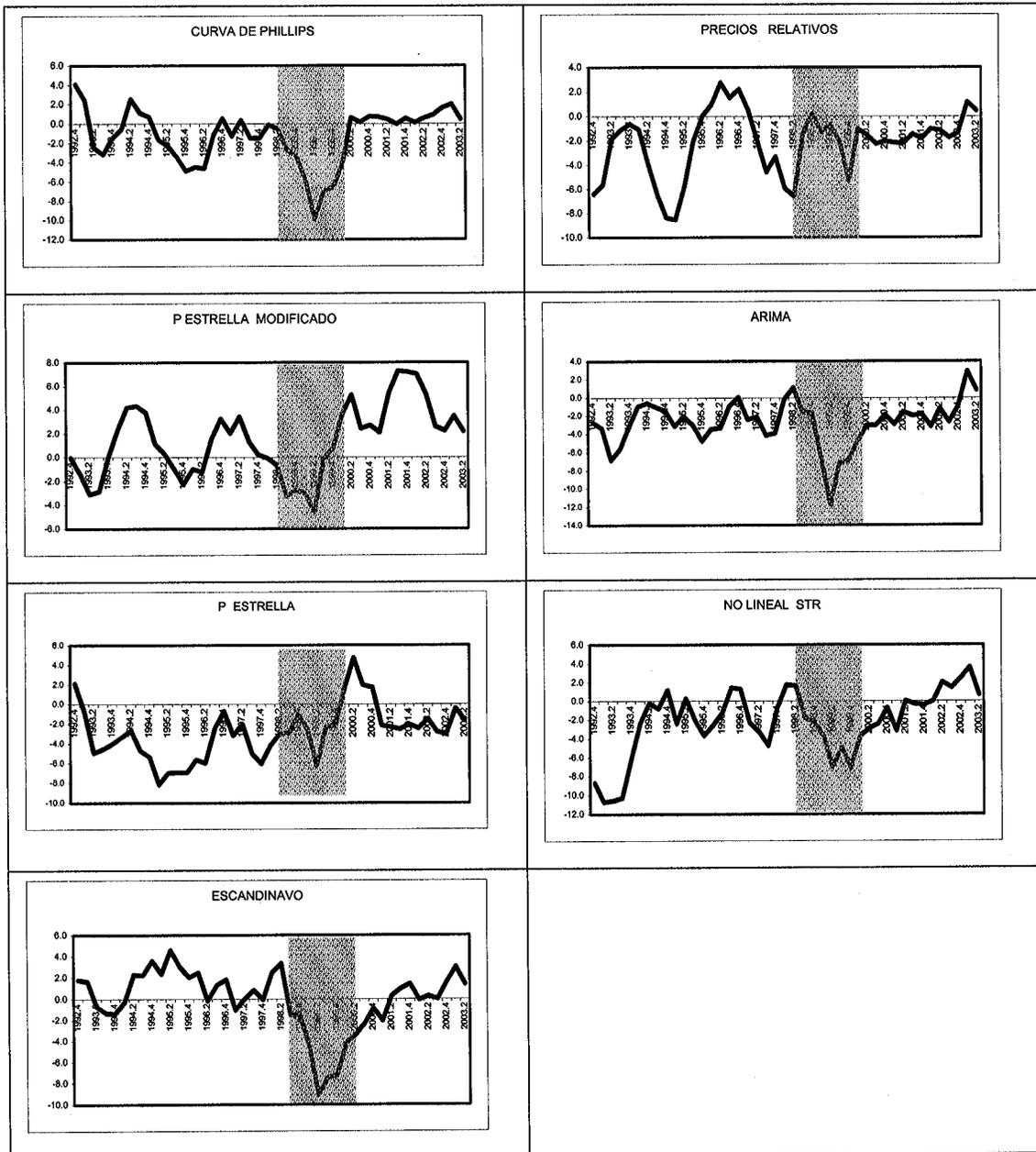
<sup>28</sup> Es este caso, algunas pruebas son aceptadas para ciertas parejas de modelos, pero en ningún caso, un modelo “*encompasa*” a todos los restantes.

<sup>29</sup> Teniendo en cuenta que la prueba de Harvey, Leybourne y Newbold presenta una decisión de borde para los horizontes 5 y 6.

<sup>30</sup> El período sombreado corresponde a 1998-1999.

debido a que la mayoría de los pronósticos de los modelos no capturaron el cambio de nivel de la inflación.

Gráfica 1.  
Errores de pronóstico para horizonte 4.



La presencia del posible quiebre estructural en los errores de pronósticos es más clara para algunos de los modelos que hacen parte del Gráfico 2 del Anexo 3. En esta figura se presentan las estimaciones de la prueba de Chow de pronósticos, calculadas para todos los posibles puntos de quiebre. Algunos de estos resultados muestran que esta estadística presenta un quiebre alrededor del período sombreado, el cual corresponde, como era de esperarse, a 1998 y 1999. Sin embargo, como se mencionó en la sección 2.1, los valores críticos propuestos por Chow, que permiten evaluar la significancia estadística, no se pueden aplicar en este caso.

Con el fin de evaluar estadísticamente la posible existencia de este tipo de quiebres, en la Gráfica 3 del Anexo 3 se presentan los resultados de la prueba de Andrews (1993)<sup>31</sup> sobre los errores de pronóstico de la inflación de horizonte 1. En la mayoría de los modelos la estadística de Andrews es superior al valor crítico para el período 1998-1999, lo cual indica que si existe evidencia de un cambio estructural en este período. Es de anotar, que para algunos modelos, también existe evidencia de cambios estructurales al comienzo de la muestra.

Debido a los cambios estructurales reconocidos anteriormente, el uso de métodos de combinación convencionales para el período de análisis puede producir pronósticos e inferencias imprecisas. Por lo tanto, es necesario utilizar metodologías econométricas que permitan incorporar cambios estructurales. En la sección 4.4 se presentan los resultados de este tipo de análisis.

---

<sup>31</sup> Específicamente, se utilizó la prueba de multiplicadores de Lagrange con el parámetro  $p$  igual a 20%. Es de señalar, que esta prueba no pudo ser calculada para los errores de pronóstico del modelo STR debido a que los niveles críticos de Andrews no se encuentran tabulados para series provenientes de este tipo de modelos.

### 4.3 Pronósticos “*Rolling*” y *Ex-ante*

Los pronósticos utilizados en los modelos de combinación son de dos tipos: “*rolling*” y *ex-ante*. Los pronósticos “*rolling*”, se definen como una serie de pronósticos fuera de muestra, donde el modelo es re-estimado en cada período. Por ejemplo, los pronósticos “*rolling*” de horizonte 3 del modelo STR para el período 1991:IV-2003:II se construyen de la siguiente forma: Inicialmente, se estima el modelo STR desde el primer dato disponible hasta 1991:I, con estas estimaciones se pronostica la inflación para 1991:IV. Posteriormente, se vuelve a estimar el modelo agregando una observación, es decir, con datos hasta 1991:II y se pronostica la inflación para 1992:I. Este proceso se repite sucesivamente, la última estimación se realiza con datos hasta 2002:III y se pronostica la inflación para el período 2003:II. El conjunto de todos estos pronósticos corresponde a los pronósticos “*rolling*” de horizonte tres.

Una desventaja de los pronósticos “*rolling*” es que estos pueden cambiar cuando se actualiza la información. Por ejemplo, el pronóstico “*rolling*” de horizonte cuatro de la inflación según el modelo de curva de Phillips para 1993:II, puede cambiar cuando se tiene una base de datos hasta 1995:IV o una hasta 2002:IV. Teóricamente, este resultado no debería suceder puesto que para ambas bases de datos solo se requiere la información hasta 1992:II, la cual debe ser idéntica en ambos casos. Sin embargo, cuando se actualizan las bases de datos, algunas veces la información pasada puede cambiar como sucede por ejemplo con el PIB. Una forma de evitar este problema es mediante el uso de pronósticos *ex-ante*.

Los pronósticos *ex-ante* son similares a los “*rolling*” en el sentido que son fuera de muestra y que requieren la re-estimación de los modelos correspondientes en cada período. Sin embargo, para evitar que estos puedan cambiar cuando se actualiza la información, los pronósticos *ex-ante* corresponden a los “*rolling*” observados históricamente. Por ejemplo, el pronóstico *ex-ante* de la inflación de la curva de Phillips para 2001:II de horizonte uno,

corresponde al pronóstico “*rolling*” de este modelo calculado en el período 2001:I, es decir, si se tienen archivos históricos, es el dato que se encuentra registrado en esta fecha.

Una evaluación de pronósticos realizada con base en pronósticos *ex-ante* es más adecuada puesto que esta basada en los pronósticos obtenidos y utilizados en períodos anteriores. Si se utilizan pronósticos “*rolling*” se está evaluando el desempeño de los pronósticos con base en información que aunque podría ser más reciente no corresponde a los pronósticos que se usaron en realidad en períodos anteriores<sup>32</sup>.

#### **4.4 Combinación de pronósticos en presencia de cambios estructurales**

En esta sección se implementan metodologías de combinación de los pronósticos para la inflación colombiana, las cuales han sido descritas en la sección 3.2. Estas metodologías están diseñadas de tal forma que permiten incorporar cambios estructurales.

Los métodos de combinación son estimados para 15 bases de datos de pronósticos “*rolling*” de la inflación de los modelos especificados en la Tabla 1 (CPHIL, PRAL, PE, PEM, ESC, STR y ARIMA) y para horizontes de 1, 2, 3 y 4 trimestres. Las 15 bases de datos contienen información desde 1991:IV hasta 1999:IV, 2001:I, 2001:II, ..., 2003:II, respectivamente. El uso de estas bases de datos permite construir pronósticos combinados *ex-ante* para el período 2000:I-2003:II y de igual forma, comparar su desempeño con respecto a los pronósticos de los modelos individuales y con respecto a los combinados de Castaño y Melo<sup>33</sup>, los cuales también son *ex-ante*.

Una etapa importante en la estimación de los modelos de combinación es su especificación, en ésta se determina para cada horizonte cuales de los siete pronósticos individuales son

---

<sup>32</sup> Sin embargo, los pronósticos *ex-ante* son más difíciles de estimar o conseguir debido a que requieren el registro de la información pasada.

<sup>33</sup> Los pronósticos combinados de Castaño y Melo (1998) hacen referencia a los que se han venido estimando, desde 1999, según la metodología propuesta por estos autores.

relevantes en el análisis. En la metodología de Castaño y Melo (1998) se utilizan técnicas tradicionales de selección de modelos, como el criterio de Akaike, la estadística  $C_p$  de Mallows o técnicas “*stepwise*”. El enfoque que se utiliza en este documento es exhaustivo en el sentido que para cada tipo de modelo de combinación y para cada horizonte analizado se estiman todas las combinaciones de pronósticos posibles. Es decir, todas las combinaciones de dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete modelos, en total 120<sup>34</sup>. Posteriormente, de los 120 candidatos se selecciona la combinación con menor error de pronóstico<sup>35</sup>, según el criterio RMSFE<sup>36</sup>.

Las técnicas de combinación consideradas en el ejercicio empírico son las siguientes<sup>37</sup>: i) la metodología de Diebold y Pauly, 1987 (Comb. DP), basada en mínimos cuadros ponderados, ii) los modelos de estado espacio, de los cuales se consideraron dos versiones, la primera supone que todos los parámetros del modelo pueden cambiar en el tiempo de acuerdo a una caminata aleatoria (Comb. EE) y la segunda, donde sólo el intercepto puede variar en el tiempo (Comb. EE-I), iii) la metodología de corrección del intercepto de Clements y Hendry, 1999 (Comb. CI), iv) la metodología de los mínimos cuadrados flexibles (Comb. MCF)<sup>38</sup>, v) la metodología de Castaño y Melo basada en métodos de especificación exhaustivos (Comb. CME)<sup>39</sup>. Adicionalmente, se consideró como punto de comparación la metodología propuesta por Castaño y Melo (1998), Comb. CM.

---


$$^{34} \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 2^7 - 8 = 120$$

<sup>35</sup> Estos pronósticos son estimados fuera de muestra y para un horizonte específico  $h$ . Para calcularlos se utilizan técnicas de estimación *rolling* a partir de 1997:I.

<sup>36</sup> Es de anotar que la combinación de Coulson y Robins (1993) requiere los pronósticos de los períodos inmediatamente anteriores para obtener los pronósticos en niveles, por lo tanto para horizontes mayores a 1, los pronósticos de los períodos anteriores se toman como los de una caminata aleatoria. Este supuesto es necesario debido a que las predicciones de estos períodos anteriores equivalen a pronósticos de un horizonte menor ( $\hat{Y}_{t+h|t} = \Delta \hat{Y}_{t+h|t} + \hat{Y}_{t+h-1|t}$ ), los cuales son obtenidos separadamente debido a que cada combinación se realiza independientemente para cada horizonte.

<sup>37</sup> Estas metodologías son explicadas en detalle en la sección 3.

<sup>38</sup> Debido a restricciones de tipo computacional y teniendo en cuenta las similitudes del método de mínimos cuadrados flexibles (MCF) con los modelos considerados de estado espacio (EE), los modelos MCF fueron estimados utilizando las mismas variables explicativas seleccionadas para los modelos EE.

<sup>39</sup> Es decir, basada en la estimación de los 120 modelos especificados anteriormente.

Por lo tanto, el ejercicio completo incluye la estimación de estas cinco metodologías de combinación de pronósticos para los modelos de Coulson y Robins y de Hallman y Kamstra y para los horizontes de 1, 2, 3 y 4 trimestres. Adicionalmente, para cada caso se estiman 120 combinaciones dependiendo de las variables explicativas que se incluyan. Finalmente, estos modelos son estimados con la información de cada una de las 15 bases de datos de pronósticos *rolling* <sup>40</sup>.

La evaluación de los resultados de cada una de las técnicas aplicadas se basa en el desempeño de sus pronósticos, el cual es calculado utilizando los siguientes criterios: *RMSFE*, *RMSPFE*, *MAFE*, *MAPFE*, *U-Theil* y *RAFE*<sup>41</sup>. Al comparar dos series de pronósticos, estos criterios toman valores menores cuando se tienen, en promedio, errores de pronóstico más pequeños.

En la tabla 7 del Anexo 2 se presentan los resultados de la evaluación de pronósticos para las seis metodologías de combinación y para los siete modelos individuales en diferentes horizontes. Estos cálculos se realizaron con base en una muestra de pronósticos *ex-ante*

---

<sup>40</sup> Las metodologías que utilizamos para modelar cambios estructurales pueden dar como resultado, eventualmente, pronósticos muy bajos o muy altos comparados con los valores observados de la inflación. Lo cual no es consistente con los valores observados, puesto que las variaciones porcentuales de la inflación observada en las últimas dos décadas, en valor absoluto, no son relativamente muy altas. Este resultado es evidente cuando se observa en ejercicios anteriores la evaluación de pronósticos de modelos de la inflación colombiana. En general, son pocos (o ninguno) los modelos que pueden superar las predicciones de una caminata aleatoria, donde los pronósticos están dados por el último valor observado.

Es posible imponer una restricción sobre cada una de las metodologías de combinación anteriormente reseñadas, de forma que se adapte mejor a quiebres o cambios estructurales graduales. Esta consiste en seleccionar aquellas especificaciones en las cuales las variaciones porcentuales de los pronósticos combinados en el período  $t$  se encuentran dentro del intervalo  $[-\mathbf{a}_{FPE}, \mathbf{a}_{FPE}]$ . El parámetro  $\mathbf{a}_{FPE}$  utilizado es 0.2 ó 0.3 y la variación porcentual del pronóstico,  $VP(\mathbf{p}_{t|t-h}^*)$ , se calcula de la siguiente forma:

$$VP(\mathbf{p}_{t|t-h}^*) = \left[ \frac{(\mathbf{p}_{t|t-h}^* - \mathbf{p}_{t-h})}{\mathbf{p}_{t-h}} \right]$$

donde  $h$  es el horizonte de pronóstico,  $\mathbf{p}_{t|t-h}^*$  es el pronóstico combinado de la inflación para el período  $t$  con información hasta  $t-h$  y  $\mathbf{p}_{t-h}$  corresponde al valor observado de la inflación en el período  $t-h$ . En las tablas 7 y 8, los números 20 y 30 al final del nombre de los métodos de combinación indican que estas metodologías fueron realizadas utilizando la anterior técnica de truncamiento con  $\mathbf{a}_{FPE}$  igual a 0.2 y 0.3, respectivamente.

<sup>41</sup> En el Anexo 1, sección A1.3 se encuentran las definiciones de estos criterios.

para el período 2000:I – 2003:II. En estos resultados se pueden resaltar dos puntos importantes:

- i) Los mejores desempeños, en términos de precisión de los pronósticos, se obtienen con métodos de combinación. Las menores estadísticas de evaluación se obtienen con las metodologías de Castaño y Melo<sup>42</sup>, de Diebold y Pauly y el modelo de estado espacio donde solo varia el intercepto. Sin embargo, tres modelos de combinación tienen, en general, un desempeño muy pobre: el modelo de combinación utilizando mínimos cuadrados flexibles<sup>43</sup>, el de corrección del intercepto y el modelo de estado espacio general.
- ii) Los modelos de combinación que pueden incorporar quiebres estructurales obtienen mejores resultados en horizontes mayores. Para horizontes de 1, 2 y 3 trimestres el modelo de combinación de Castaño y Melo sigue siendo el de mejor desempeño. Sin embargo, para horizontes mayores, como el de 4 trimestres, los mejores modelos corresponden a modelos de combinación propuestos en este documento. Resultado contrario al encontrado en el horizonte 1, donde el mejor de estos modelos se encuentra en cuarto lugar. Esto puede indicar que en horizontes mayores el cambio estructural tiene un mayor efecto en los métodos de combinación, lo que implica que los métodos que pueden capturar este tipo de cambios tiene un mejor desempeño en horizontes largos.

Para verificar si existe una ganancia significativa al utilizar los pronósticos de los métodos de combinación, en especial los propuestos en este documento, se realizaron las pruebas de Diebold y Mariano (1995) y Harvey, Leybourne y Newbold (1997). En la Tabla 8 del Anexo 2 se muestran los resultados obtenidos al comparar los pronósticos de cada uno de

---

<sup>42</sup> Se obtienen buenos resultados con la metodología propuesta por Castaño y Melo (1998) y con la metodología de Castaño y Melo basada en métodos de especificación exhaustivos, propuesta en este documento.

<sup>43</sup> Estos resultados contrastan con los de Melo y Misas (2004), donde se muestra que la metodología de mínimos cuadrados flexibles es apropiada para modelar quiebres estructurales en los modelos individuales de la inflación colombiana.

los modelos individuales<sup>44</sup> con respecto a los pronósticos derivados de los mejores métodos de combinación que incorporan cambios estructurales, el de Diebold y Pauly y el del modelo de estado espacio para el intercepto.

Estos resultados confirman el argumento descrito anteriormente. Para horizontes menores, en este caso el horizonte 1, los métodos de combinación que incorporan quiebres estructurales no muestran una ganancia significativa con respecto a los modelos individuales. Sin embargo, para horizontes mayores, 2, 3 y 4 trimestres, estos métodos de combinación superan significativamente, en términos de error cuadrático medio, a los pronósticos de los modelo individuales.

## **5. Comentarios finales**

La inflación colombiana, en términos anuales, presento una caída de aproximadamente 10 puntos entre 1998 y 1999. Es así como los resultados de la prueba de Andrews (1993) sobre los errores de pronóstico de los modelos de la inflación indican que existe evidencia de cambios estructurales en este período.

Debido a estos cambios estructurales, el uso de métodos de combinación convencionales para el período de análisis puede producir pronósticos e inferencias imprecisas. Por lo tanto, en este documento se plantearon diversas metodologías de combinación que permiten incorporar cambios estructurales. Posteriormente, se compararon el desempeño de los pronósticos de estas metodologías con las propuestas por Castaño y Melo (1998) y con las predicciones de los modelos individuales de la inflación.

---

<sup>44</sup> El modelo P estrella modificado no se incluyo debido a que el número de pronósticos *ex-ante* disponibles en su caso es muy reducido.

Para todos los casos analizados se observó que los pronósticos de los métodos de combinación presentan mejores resultados, en términos de precisión, con respecto a los de los modelos individuales.

También se observó que el tamaño del efecto de los quiebres estructurales aumenta a medida que se incrementa el horizonte. Es así como los modelos de combinación que pueden incorporar quiebres estructurales obtienen mejores resultados en horizontes mayores.

Para horizontes de 1, 2 y 3 trimestres el modelo de combinación de Castaño y Melo (1998) sigue siendo el de mejor desempeño. Sin embargo, para horizontes mayores, como el de 4 trimestres, los mejores modelos corresponden a modelos de combinación propuestos en este documento. Estos modelos son el de Diebold y Pauly (1987), el modelo de estado espacio, en el cual se supone que el intercepto pueden variar en el tiempo de acuerdo a una caminata aleatoria y los modelos de Castaño y Melo basados en métodos de especificación exhaustivos.

## Referencias

- Armstrong, J. S. and Collopy F. (1992), Error Measures for Generalizing About Forecasting Methods: Empirical Comparisons. *International Journal of Forecasting*, 8, 69-80.
- Andrews, D. W. K. (1993). Tests for parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point. *Econometrica*, Julio, 61:4, 821-856.
- Andrews, D. W. K. and Ploberger, W. (1994). Optimal tests when a Nuisance Parameter is Present only under the alternative. November, 62:6, 1383-1414.
- Barnard, G. A. (1963). New Methods of Quality Control. *Journal of the Royal Statistical Society (Ser. A)*, 126:255.
- Bates, J. and Granger C.W. (1969). The Combination of Forecasts. *Operational Research Quarterly*, Vol. 20, 451-468.
- Bera, A. and Jarque, C. (1981). Efficient Tests for Normality, Heteroscedasticity, and Serial Independence of regression residuals: Monte Carlo Evidence. *Economics Letters*, 7, 1981, 313-318.
- Bera, A. and Jarque, C. (1982). Model Specification Tests: A Simultaneous Approach. *Journal of Econometrics*, 20, 1982, 59-82.
- Castaño, Elkin y Melo V. Luis F. (1998). Métodos de Combinación de Pronósticos: Una Aplicación a la Inflación Colombiana. Borradores de Economía, No 109. Banco de la República, Colombia.
- Chow, G.C. (1960). "Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions". *Econometrica* 28:3, 591-605.
- Clemen, Robert (1989). Combining Forecasts: A review and annotated bibliography. *International Journal of Forecasting*. Vol. 5, 59-583.
- Clements, M. and Hendry, D (1999). *Forecasting Non-stationary Economic Time Series*. The MIT Press.
- Coulson, N. and Robins, R. (1993). Forecast Combination in a Dynamic Setting. *Journal of Forecasting*, Vol. 12, 63-67.
- Deutsch, M.; Granger C.W.; and Teräsvirta, T. (1994) The combination of Forecasts Using Changing Weights. *International Journal of Forecasting*. Vol. 10, 47-57.

- Diebold, F. and Chen, C. (1996). Testing Structural Stability with Endogenous Breakpoint: A Size Comparison of Analytic and Bootstrap Procedures. *Journal of Econometrics*, 70, 221-241.
- Diebold, F. and Lopez, J. (1996). Forecast Evaluation and Combination. NBER, Technical working paper 192.
- Diebold, F. and Mariano R. (1995). Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics*, Julio 1995, Vol. 13, No. 3.
- Diebold, F. and Pauly, P. (1987). Structural Change and the Combination of Forecast. *Journal of Forecasting*. Vol. 6, 21-40.
- Donaldson, R.G. and Kamstra, M. (1996a). Forecast Combining with Neural Networks. *Journal of Forecasting*. Vol. 15, 49-61.
- Donaldson, R.G. and Kamstra, M. (1996b). Neural Network Forecast Combining with Interaction Effects. Reprint from Proceedings of the Workshop on Foundations of Information / Decision Fusion with Applications to Engineering Problems. Washington D.C.
- Fair, R. and Shiller, R. (1989). The Informational Context of ex ante Forecasts. *The Review of Economics and Statistics*. 71, 325-331.
- Fair, R. and Shiller, R. (1990). Comparing Information in Forecast from Econometrics Models. *The American Economic Review*. 80, 375-389.
- Fang, Yue. (2003). Forecasting Combination and Encompassing Tests. *International Journal of Forecasting*. 19, 87-94.
- Fisher, F.M. (1970). Tests of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions: An Expository Note. *Econometrica*. 38, 361-366.
- Gómez, Javier; Uribe, José Darío and Vargas, Hernando. (2002). The Implementation of Inflation Targeting in Colombia. Borradores de Economía No 202. Banco de la República. Colombia.
- Gómez, Javier y Rocío Betancourt. (2003). El sistema de pronóstico de la inflación. *Revista del Banco de la República*. Vol. LXXVI No. 904, 14-23.
- Hallman, J. and Kamstra, M. (1989). Combining Algorithms Based on Robust Estimation Techniques and Co-integrating Restrictions. *Journal of Forecasting*. Vol. 8, 189-198.

- Hansen, B. (1997). Approximate Asymptotic P-Values for Structural Change Tests. *Journal of Business and Economic Statistics*. Vol. 15, 60-67.
- Harrald, P. and Kamstra, M. (1997). Evolving Artificial Neural Networks to Combine Financial Forecasts. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. Vol. 1 No 1.
- Harvey, D.; Leybourne S. and Newbold P. (1997). Testing the Equality of Mean Squared Errors. *International Journal of Forecasting*. 13, 281-291.
- Harvey, D.; Leybourne S. and Newbold P. (1998). Tests for Forecast Encompassing. *Journal of Business and Economic Statistics*. Vol. 16, No 2, 254-259.
- Holden, K. and Peel D.A. (1989). Unbiasedness, Efficiency and the Combination of Economic Forecast. *Journal of Forecasting*. Vol. 8, 175-188.
- Kalaba, R. and L. Tesfatsion, (1989), Time-Varying Linear Regression Via Flexible Least Squares, *Computers Math Applied*, Vol. 17, No.89, 1215-1244.
- Kalaba, R. and L. Tesfatsion, (1990), Flexible Least Squares for Approximately Linear Systems, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol 20, No.5, 978-989.
- Ljung, G. and Box, G. (1979). On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika*, 66, 265 – 270.
- Melo, L. F. y Misas, M (1998). Análisis del comportamiento de la inflación trimestral en Colombia bajo cambios de régimen: Una evidencia a través del modelo ‘Switching’ de Hamilton “. Borradores semanales de economía No. 86, Banco de la República, Colombia.
- Melo, L. F. y Misas, M (2004). Modelos Estructurales de Inflación en Colombia: Estimación a través de Mínimos Cuadrados Flexibles. Borradores de Economía No. 283 Banco de la República, Colombia.
- Roncalli, Thierry. (1996). TSM, Advanced Time Series Estimation. Global Design. Ritme Informatique.
- Sessions, D. and Chatterjee, S. (1989). The Combining of Forecasts Using Recursive Techniques with Non-stationary Weights. *Journal of Forecasting*. Vol. 8, 239-251.
- Schuh, Scott. (2001). An Evaluation of Recent Macroeconomics Forecast Errors. *New England Economic Review*. January/February.
- Trenkler, G. and Gotu, B. (1998). Combination of Forecast: A Bibliography. Department of Statistics, University of Dortmund, Discussion Papers.

## Anexo 1

### Pruebas de evaluación de los pronósticos

#### A1.1. Pruebas individuales.

*Contraste de insesgamiento.*

Holden y Peel (1989) proponen una prueba para verificar el insesgamiento de los pronósticos en el caso de series no estacionarias. Esta se basa en la siguiente ecuación:

$$Y_t - f_{t|t-h}^j = \mathbf{a} + u_t$$

o

$$Y_t - f_{t|t-h}^j = \mathbf{a} + \mathbf{I}'X_{t-1} + v_t$$

donde  $Y_t$  es el valor observado,  $f_{t|t-h}^j$  es el pronóstico del modelo  $j$  para el período  $t$  con información hasta  $t-h$ ,  $X_{t-1}$  es el conjunto de información rezagada y  $u_t$  y  $v_t$  son los errores del proceso. Entonces si la hipótesis  $\mathbf{a} = 0$  no se rechaza, el pronóstico es insesgado.

*Normalidad y Autocorrelación*

La normalidad y no autocorrelación de los errores de pronóstico pueden ser evaluadas mediante el uso de pruebas tradicionales. Por ejemplo, el test de Jarque-Bera (1981 y 1982) para el contraste de normalidad y la prueba Ljung-Box (1979) para la autocorrelación.

#### A1.2. Pruebas conjuntas.

##### A1.2.1 Pruebas de “Encompassing”

El contraste de “encompassing” permite determinar si cada uno de los pronósticos de los modelos individuales contienen información relevante, de forma que al combinarlos produzcan un pronóstico mejorado. Es decir, si algún modelo “encompasa” a todos los restantes, los demás modelos no estarían aportando información adicional sobre los eventos pronosticados y en este caso la combinación no sería necesaria.

#### A1.2.1.1 Contraste de “Encompassing” de Fair y Shiller.

Fair y Shiller (1989, 1990) desarrollan una prueba de “encompassing” para series integradas de orden uno. Para lo cual se considera la siguiente regresión:

$$(Y_t - Y_{t-h}) = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 (f_{t|t-h}^1 - Y_{t-h}) + \mathbf{b}_2 (f_{t|t-h}^2 - Y_{t-h}) + \mathbf{e}_t$$

Si la hipótesis conjunta  $\mathbf{b}_0 = \mathbf{b}_2 = 0, \mathbf{b}_1 = 1$  no se rechaza se dice que los pronósticos del modelo 1 ( $f_{t|t-h}^1$ ) “encompasan” a los pronósticos del modelo 2 ( $f_{t|t-h}^2$ ). Análogamente, si la hipótesis conjunta  $\mathbf{b}_0 = \mathbf{b}_1 = 0, \mathbf{b}_2 = 1$  no se rechaza entonces los pronósticos del modelo 2 “encompasan” a los del modelo 1. Para cualquier otro valor de  $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1$  y  $\mathbf{b}_2$  se dice que ningún modelo incorpora al otro, y por lo tanto, los dos pronósticos contienen información complementaria sobre  $Y_t$  <sup>45</sup>.

#### A1.2.1.2 Contraste de “Encompassing” de Harvey, Leybourne y Newbold.

Harvey, Leybourne y Newbold (1998) proponen varias pruebas de “encompassing” partiendo de los errores de pronóstico individuales del modelo  $j$ ,  $e_t^j = Y_t - f_{t|t-h}^j$  con  $j=1, 2$ . Estos autores plantean la siguiente ecuación:

$$e_t^1 = \mathbf{I} (e_t^1 - e_t^2) + \mathbf{e}_t$$

Cuando la hipótesis nula  $\mathbf{I} = 0$  no se rechaza se puede decir que los pronósticos del modelo 1 “encompasan” a los pronósticos del modelo 2. Esta prueba se puede realizar dentro del contexto de estimación por mínimos cuadrados ordinarios. Sin embargo, esta prueba sería apropiada si los dos errores de pronóstico son generados por una distribución normal bivariada.

---

<sup>45</sup> Fang (2003) realiza una extensión de la prueba de Fair y Shiller (1989, 1990) para series no estacionarias en frecuencias estacionales.

Si se relaja el supuesto de normalidad y se asume que los errores de pronóstico corresponden a una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, estos autores muestran que utilizando la siguiente estadística se puede construir otra prueba:

$$D = M^{-2}Q$$

donde  $M = E((e_t^1 - e_t^2)^2)$ ,  $Q = \text{var}(T^{-1/2} \sum (e_t^1 - e_t^2) \mathbf{e}_t)$  y  $T$  es el número de observaciones.

En este caso, la estadística para probar la hipótesis nula de “encompassing” es entonces:

$$R = \hat{D}^{-1/2} T^{1/2} \hat{\mathbf{I}}$$

donde  $\hat{D} = \hat{M}^{-2} \hat{Q}$ ,  $\hat{M} = T^{-1} \sum (e_t^1 - e_t^2)^2$ ,  $\hat{Q} = s^2 T^{-1} \sum (e_t^1 - e_t^2)^2$  y  $s^2$  es la varianza de los residuos de la ecuación donde se estima  $\mathbf{I}$ .

Bajo la hipótesis nula  $R$  tiene una distribución normal asintótica con media cero y varianza  $H^{-1}$ , con  $H = \left( E \left( (e_t^1 - e_t^2)^2 E((e_t^1)^2 | e_t^1 - e_t^2) \right) \right)^{-1} E((e_t^1)^2) E((e_t^1 - e_t^2)^2)$ <sup>46</sup>.

Si los errores de pronóstico están correlacionados Harvey, Leybourne y Newbold proponen calcular la anterior estadística utilizando estimadores robustos para la varianza. La estadística usada en este caso es la siguiente:

$$R_1 = T^{-1/2} \hat{Q}_1^{-1/2} \sum (e_t^1 - e_t^2)^2 \hat{\mathbf{I}} = T^{1/2} \hat{Q}_1^{-1/2} \bar{d}$$

donde:

---

<sup>46</sup> Adicionalmente, los autores simplifican la expresión de  $H$  para el caso de una distribución  $t$ .

$$Q_1 = T^{-1} \sum_{t=-(h-1)}^{h-1} \sum_{t=|t|+1}^T (e_t^1 - e_t^2) \mathbf{e}_t (e_{t-|t|}^1 - e_{t-|t|}^2) \mathbf{e}_{t-|t|}$$

y  $\bar{d}$  es la media muestral de la secuencia  $d_t = (e_t^1 - e_t^2)e_t^1$ .

Igualmente, construyen otra estadística  $R_2$  basada en  $R_1$ , en la cual  $Q_1$  es reemplazada por  $Q_2$ :

$$\hat{Q}_2 = T^{-1} \sum_{t=-(h-1)}^{h-1} \sum_{t=|t|+1}^T d_t d_{t-|t|}$$

Seguendo a Diebold y Mariano (1995) los autores construyen una estadística,  $DM$ , basada en  $R_2$ , donde se utiliza a  $Q_3$  en lugar de  $Q_2$  con base en la siguiente definición:

$$\hat{Q}_3 = T^{-1} \sum_{t=-(h-1)}^{h-1} \sum_{t=|t|+1}^T (d_t - \bar{d})(d_{t-|t|} - \bar{d})$$

Finalmente, se propone una modificación a la estadística  $DM$  siguiendo a Harvey, Leybourne y Newbold (1997):

$$MDM = T^{-1/2} [T + 1 - 2h + T^{-1}h(h-1)]^{1/2} DM$$

Bajo la hipótesis nula, la estadística  $DM$  se distribuye normal y las otras tres se distribuyen  $t$  con  $(T-1)$  grados de libertad.

### A1.3. Medidas de Evaluación de Pronósticos

Las medidas de evaluación de pronósticos miden la diferencia promedio entre los valores pronosticados de una serie y sus valores observados. Por lo tanto, valores menores indican que, en promedio, los pronósticos de los modelos son más cercanos los valores observados. Definiendo a  $Y_t$  como el valor observado de la serie en el período  $t$ , a  $f_{t|t-h}$  como el valor pronosticado de  $Y_t$  con información hasta  $t-h$  y  $n$  como el número de pronósticos, algunas medidas de evaluación son:

Raíz del Error Cuadrático Medio de los Errores de Pronóstico:

$$RMSFE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (f_{t|t-h} - Y_t)^2}$$

Raíz del Error Cuadrático Medio Porcentual de los Errores de Pronóstico:

$$RMSPFE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n ((f_{t|t-h} - Y_t) / Y_t)^2}$$

Promedio de los valores Absolutos de los Errores de Pronóstico:

$$MAFE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |f_{t|t-h} - Y_t|$$

Promedio porcentual de los valores Absolutos de los Errores de Pronóstico:

$$MAPFE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |(f_{t|t-h} - Y_t) / Y_t|$$

Adicionalmente, se pueden considerar medidas que comparan los pronósticos de un modelo con los pronósticos de una caminata aleatoria, como la *U-Theil* y la *RAFE*, ésta última propuesta por Armstrong y Collopy (1992):

$$U - Theil = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (f_{t|t-h} - Y_t)^2}{\sum_{t=1}^n (Y_t - Y_{t-h})^2}} ; \quad RAFE = \frac{\sum_{t=1}^n |f_{t|t-h} - Y_t|}{\sum_{t=1}^n |Y_t - Y_{t-h}|}$$

### A1.3.1 Contrastes de Reducción del Error Cuadrático Medio.

Cuando se comparan los errores cuadráticos medios de dos pronósticos es importante probar si la reducción en el error de uno de ellos es significativa. Para contrastar esta hipótesis se utilizaron la prueba de Diebold y Mariano (1995) y la de Diebold y Mariano modificada propuesta por Harvey, Leybourne y Newbold (1997).

#### A1.3.1.1 Contraste de Diebold y Mariano

Si se define a  $e_t^j$  como el error de pronóstico  $h$  pasos adelante para el modelo  $j$ ,  $j = 1, 2$ , Diebold y Mariano (1995) evalúan la hipótesis nula de igualdad de error cuadrático medio entre los pronósticos de los modelos 1 y 2 con la siguiente estadística:

$$S_1 = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{V}(\bar{d})}}$$

donde:  $\bar{d} = n^{-1} \sum_{i=1}^n d_i$ ,  $d_i = (e_i^1)^2 - (e_i^2)^2$ ,  $\hat{V}(\bar{d}) \approx n^{-1} \left( \mathbf{g}_0 + 2 \sum_{k=1}^{h-1} \mathbf{g}_k \right)$

y  $\mathbf{g}_k = n^{-1} \sum_{t=k+1}^n (d_t - \bar{d})(d_{t-k} - \bar{d})$ ,  $k = 0, 1, \dots, h-1$ .

Bajo la hipótesis nula la estadística  $S_1$  tiene una distribución asintótica normal estándar.

#### A1.3.1.2 Contraste de Diebold y Mariano Modificado

Diebold y Mariano muestran que el contraste basado en la estadística  $S_1$  tiene problemas asociados al tamaño de la prueba cuando se tienen muestras pequeñas y para horizontes

mayores que 1. Con el propósito de corregir estos problemas Harvey, Leybourne y Newbold (1997) sugieren la siguiente estadística:

$$S_1^* = \left[ \frac{n+1-2h+n^{-1}h(h-1)}{n} \right]^{1/2} S_1$$

donde  $h$  es el horizonte de pronóstico. Estos autores encuentran que bajo la hipótesis nula la distribución de la estadística  $S_1^*$  es  $t$  con  $(n-1)$  grados de libertad.

## Anexo 2

### Propiedades de los errores de pronóstico

**Tabla 2**<sup>47</sup>  
**Prueba de Inesgamiento de Holden y Peel**

		Horizonte (trimestres)	1	2	3	4	5	6
MODELO	CPHIL	MEDIA	-0.248	-0.523	-0.831	-1.244	-1.864	-2.590
		P-value	0.187	0.073	0.031	0.007	0.002	0.000
	PRAL	MEDIA	-0.467	-1.044	-1.598	-2.200	-3.075	-4.104
		P-value	0.009	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
	PEM	MEDIA	0.286	0.618	1.005	1.396	1.750	2.145
		P-value	0.093	0.028	0.009	0.004	0.002	0.001
	ARIMA	MEDIA	-0.519	-1.210	-1.937	-2.771	-3.236	-3.725
		P-value	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	STR	MEDIA	-0.518	-1.154	-1.589	-2.213	-2.603	-2.879
		P-value	0.008	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
	PE	MEDIA	-0.554	-1.241	-2.021	-2.881	-4.136	-5.594
		P-value	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	ESC	MEDIA	-0.026	-0.034	-0.040	-0.106	-0.217	-0.364
		P-value	0.896	0.904	0.915	0.816	0.720	0.613

**Tabla 3**  
**Prueba de Normalidad de Jarque-Bera**

		Horizonte	1	2	3	4	5	6
MODELO	CPHIL	JB-stat	3.858	3.088	2.354	6.180	2.296	2.30401
		P-value	0.145	0.213	0.308	0.045	0.317	0.316
	PRAL	JB-stat	4.894	1.085	1.853	2.706	0.889	0.26631
		P-value	0.087	0.581	0.396	0.258	0.641	0.87533
	PEM	JB-stat	0.344	1.351	0.661	0.835	0.818	1.04885
		P-value	0.842	0.509	0.718	0.659	0.664	0.5919
	ARIMA	JB-stat	0.894	0.366	1.601	17.342	21.413	22.6208
		P-value	0.639	0.833	0.449	0.000	0.000	1.2E-05
	STR	JB-stat	0.867	4.410	7.019	4.988	3.826	3.58667
		P-value	0.648	0.110	0.030	0.083	0.148	0.1664
	PE	JB-stat	2.050	3.135	3.527	1.699	2.336	2.38768
		P-value	0.359	0.209	0.171	0.428	0.311	0.30306
	ESC	JB-stat	1.220	4.948	9.671	13.610	10.172	9.22989
		P-value	0.543	0.084	0.008	0.001	0.006	0.0099

<sup>47</sup> Las abreviaturas son definidas en al Tabla 9.

**Tabla 4**  
**Prueba de Autocorrelación de Ljung-Box**

		Horizonte	1	2	3	4	5	6
MODELO	CPHIL	Q-stat	3.059	16.388	26.868	40.711	44.764	61.596
		P-value	0.990	0.127	0.005	0.000	0.000	0.000
	PRAL	Q-stat	7.807	20.722	36.551	52.759	50.314	60.668
		P-value	0.730	0.036	0.000	0.000	0.000	0.000
	PEM	Q-stat	6.193	20.445	34.624	51.776	61.338	69.217
		P-value	0.860	0.040	0.000	0.000	0.000	0.000
	ARIMA	Q-stat	6.776	16.333	26.535	27.031	31.218	41.313
		P-value	0.817	0.129	0.005	0.003	0.001	0.000
	STR	Q-stat	10.958	25.754	37.106	43.104	46.255	49.457
		P-value	0.447	0.007	0.000	0.000	0.000	0.000
	PE	Q-stat	3.533	15.564	26.253	37.127	44.188	61.237
		P-value	0.982	0.158	0.006	0.000	0.000	0.000
	ESC	Q-stat	5.472	23.605	45.117	62.413	67.541	89.663
		P-value	0.906	0.015	0.000	0.000	0.000	0.000

**Tabla 5**  
**Prueba de “encompassing” de Fair y Shiller**

Horizonte 1

<i>ENCOMPASA A --&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	F-stat P-value		20.224 2.5E-8	5.861 0.001	5.080 0.004	5.910 0.001	4.709 0.006	3.488 0.023
PRAL	F-stat P-value	18.914 5.67E-8		20.221 2.51E-8	20.326 2.35E-8	17.038 1.93E-7	19.223 4.67E-8	20.013 2.85E-8
PEM	F-stat P-value	2.399 0.080	15.425 5.90E-7		4.168 0.011	3.781 0.0170	3.578 0.021	4.252 0.010
ARIMA	F-stat P-value	4.252 0.010	20.155 2.61E-8	7.044 0.0005		4.907 0.005	5.610 0.002	4.258 0.010
STR	F-stat P-value	9.059 0.00009	23.346 4.00E-9	10.930 0.00001	8.891 0.0001		11.837 8.78E-6	8.715 0.0001
PE	F-stat P-value	5.820 0.001	22.579 6.20E-9	8.545 0.0001	7.714 0.0003	9.635 0.00005		7.851 0.0002
ESC	F-stat P-value	5.173 0.003	24.741 1.85E-9	10.218 0.00003	6.923 0.0006	7.498 0.0003	8.610 0.0001	

Horizonte 2

<i>ENCOMPASA A --&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	F-stat P-value		22.076 9.71E-9	5.932 0.001	3.865 0.015	5.363 0.003	6.414 0.001	5.237 0.003
PRAL	F-stat P-value	28.567 3.1E-10		26.516 8.7E-10	26.138 1.06E-9	20.141 3.04E-8	26.358 9.5E-10	28.084 3.9E-10
PEM	F-stat P-value	4.781 0.005	18.355 9.23E-8		5.951 0.001	5.276 0.003	7.553 0.0003	10.054 0.00004
ARIMA	F-stat P-value	8.011 0.0002	27.910 4.3E-10	12.087 7.73E-6		7.603 0.0003	12.402 6.05E-6	9.162 0.00008
STR	F-stat P-value	16.224 3.76E-7	31.164 9.1E-11	17.931 1.21E-7	13.369 2.89E-6		23.662 3.98E-9	16.545 3.02E-7
PE	F-stat P-value	11.419 0.00001	28.589 3.1E-10	14.481 1.27E-6	12.683 4.87E-6	16.045 4.25E-7		23.817 3.66E-9
ESC	F-stat P-value	3.600 0.021	18.632 7.73E-8	9.356 0.00007	3.200 0.032	3.904 0.015	13.787 2.12E-6	

Horizonte 3

<i>ENCOMPASA A --&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	F-stat P-value		25.371 1.92E-9	6.952 0.0006	7.063 0.0006	6.080 0.001	9.816 0.00005	5.417 0.003
PRAL	F-stat P-value	33.312 4.4E-11		28.225 4.5E-10	28.408 4.2E-10	21.220 1.8E-8	28.382 4.2E-10	30.800 1.3E-10
PEM	F-stat P-value	7.385 0.0004	21.876 1.28E-8		10.937 0.00002	7.340 0.0004	12.287 7.15E-6	11.483 0.00001
ARIMA	F-stat P-value	12.378 6.66E-6	30.261 1.7E-10	16.608 3.25E-7		11.624 0.00001	21.380 1.7E-8	13.272 3.39E-6
STR	F-stat P-value	17.613 1.68E-7	32.255 7.1E-11	18.923 7.38E-8	18.219 1.14E-7		29.430 2.5E-10	16.900 2.68E-7
PE	F-stat P-value	19.240 6.06E-8	35.299 1.9E-11	21.954 1.22E-8	25.423 1.85E-9	24.460 3.09E-9		39.117 4.2E-12
ESC	F-stat P-value	3.206 0.032	19.002 7.02E-8	8.110 0.0002	5.290 0.003	3.394 0.026	19.635 4.77E-8	

## Horizonte 4

<i>ENCOMPASA A --&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	F-stat P-value		30.843 1.7E-10	7.696 0.0003	8.344 0.0001	6.459 0.001	13.153 4.04E-6	6.090 0.001
PRAL	F-stat P-value	42.315 1.7E-12		35.680 2.1E-11	35.516 2.3E-11	28.818 4.3E-10	37.096 1.2E-11	40.076 3.9E-12
PEM	F-stat P-value	10.280 0.00003	30.358 2.1E-10		14.038 2.1E-6	9.669 0.00006	17.798 1.70E-7	13.226 3.83E-6
ARIMA	F-stat P-value	18.415 1.15E-7	43.461 1.1E-12	22.367 1.14E-8		16.811 3.21E-7	34.001 4.3E-11	18.0156 1.48E-7
STR	F-stat P-value	22.446 1.1E-8	47.156 3.3E-13	23.698 5.58E-9	23.873 5.08E-9		38.578 6.9E-12	19.851 4.85E-8
PE	F-stat P-value	29.867 2.6E-10	51.962 7.3E-14	31.885 1.0E-10	39.380 5.1E-12	33.504 5.3E-11		68.498 7.7E-16
ESC	F-stat P-value	4.262 0.0105	25.076 2.71E-9	8.094 0.0002	18.0156 1.48E-7	3.296 0.030	32.118 9.7E-11	

## Horizonte 5

<i>ENCOMPASA A --&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	F-stat P-value		36.257 2.3E-11	18.917 9.82E-8	19.114 8.73E-8	14.373 1.85E-6	28.480 6.3E-10	13.814 2.75E-6
PRAL	F-stat P-value	50.135 1.8E-13		52.089 1.0E-13	53.960 6.0E-14	45.513 8.2E-13	57.777 2.0E-14	49.887 2.0E-13
PEM	F-stat P-value	14.510 1.6E-6	30.769 2.2E-10		17.520 2.31E-7	14.609 1.57E-6	28.389 6.6E-10	15.638 7.83E-7
ARIMA	F-stat P-value	20.607 3.65E-8	41.669 3.0E-12	24.055 5.58E-9		20.247 4.49E-8	34.747 4.1E-11	20.357 4.21E-8
STR	F-stat P-value	22.370 1.36E-8	45.985 7.0E-13	28.389 6.6E-10	28.050 7.7E-10		41.915 2.8E-12	21.112 2.74E-8
PE	F-stat P-value	61.877 6.8E-15	86.677 0.000	62.969 5.2E-15	69.361 1.1E-15	63.719 4.3E-15		74.836 3.3E-16
ESC	F-stat P-value	11.022 0.00002	30.955 2.0E-10	16.767 3.74E-7	15.557 8.27E-7	10.652 0.00002	30.594 2.4E-10	

## Horizonte 6

<i>ENCOMPASA A --&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	F-stat P-value		48.502 4.5E-13	32.952 1.1E-10	34.656 5.7E-11	26.181 2.35E-9	55.483 5.9E-14	27.140 1.49E-9
PRAL	F-stat P-value	69.722 1.6E-15		73.541 6.6E-16	82.974 1.1E-16	69.005 1.8E-15	87.537 0.000	68.603 2.1E-15
PEM	F-stat P-value	21.422 2.73E-8	35.161 4.7E-11		24.500 5.40E-9	21.444 2.70E-8	33.879 7.8E-11	20.975 3.4E-8
ARIMA	F-stat P-value	27.269 1.40E-9	47.256 6.7E-13	29.306 5.5E-10		28.241 8.9E-10	43.533 2.2E-12	27.334 1.36E-9
STR	F-stat P-value	24.008 6.93E-9	44.579 1.5E-12	30.428 3.3E-10	33.098 1.0E-10		46.585 8.3E-13	24.784 4.68E-9
PE	F-stat P-value	128.714 0.000	141.671 0.000	116.556 0.000	125.490 0.000	117.534 0.000		127.546 0.000
ESC	F-stat P-value	21.231 3.03E-8	38.715 1.2E-11	25.671 3.01E-9	27.698 1.14E-9	21.114 3.23E-8	44.888 1.4E-12	

**Tabla 6**  
**Prueba de “encompassing” de Harvey, Leybourne y Newbold**

Horizonte 1

ENCOMPASA A ->		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	R P-value		3.015 0.002	2.267 0.014	2.340 0.011	2.428 0.009	1.688 0.049	3.316 0.0009
PRAL	R P-value	2.850 0.003		3.226 0.001	2.533 0.007	2.944 0.002	2.416 0.009	3.238 0.001
PEM	R P-value	1.676 0.050	3.779 0.0002		2.310 0.012	1.980 0.026	2.820 0.003	2.129 0.019
ARIMA	R P-value	1.903 0.031	3.328 0.0008	3.683 0.0003		1.747 0.043	1.982 0.026	2.312 0.012
STR	R P-value	2.719 0.004	2.989 0.002	3.651 0.0003	2.290 0.013		2.815 0.003	2.536 0.007
PE	R P-value	2.520 0.007	3.424 0.0006	3.588 0.0004	2.446 0.009	2.787 0.003		3.288 0.0009
ESC	R P-value	2.871 0.003	3.731 0.0002	3.9106 0.0001	3.345 0.0008	3.378 0.0007	3.425 0.0006	

Horizonte 2

ENCOMPASA A ->		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	R P-value		2.347 0.011	1.718 0.046	1.541 0.065	1.572 0.061	1.225 0.113	2.769 0.004
PRAL	R P-value	2.007 0.025		2.380 0.010	2.048 0.023	1.896 0.032	1.802 0.039	2.213 0.0160
PEM	R P-value	1.534 0.066	2.716 0.004		1.732 0.045	1.625 0.055	2.055 0.022	2.009 0.025
ARIMA	R P-value	2.129 0.019	2.497 0.008	2.647 0.005		1.039 0.152	1.423 0.080	2.422 0.009
STR	R P-value	1.492 0.071	1.968 0.027	2.105 0.020	1.330 0.095		1.824 0.037	1.555 0.063
PE	R P-value	2.084 0.021	2.477 0.008	2.633 0.005	1.634 0.054	1.997 0.026		2.547 0.007
ESC	R P-value	1.954 0.028	2.724 0.004	1.970 0.027	1.584 0.0601	2.253 0.014	2.388 0.010	

Horizonte 3

ENCOMPASA A ->		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	R P-value		1.944 0.029	1.474 0.073	1.338 0.093	1.472 0.074	1.041 0.151	1.801 0.039
PRAL	R P-value	1.852 0.035		2.029 0.024	1.649 0.053	1.233 0.112	1.7006 0.048	1.749 0.043
PEM	R P-value	1.502 0.070	2.183 0.017		1.638 0.054	1.563 0.062	1.714 0.046	1.899 0.032
ARIMA	R P-value	2.180 0.017	1.581 0.0605	2.162 0.018		0.591 0.278	1.046 0.150	2.215 0.016
STR	R P-value	1.134 0.131	1.612 0.057	1.684 0.049	0.951 0.173		1.424 0.080	1.216 0.115
PE	R P-value	1.796 0.039	2.009 0.025	2.190 0.016	1.573 0.061	1.840 0.036		1.933 0.029
ESC	R P-value	1.6007 0.058	2.126 0.019	1.484 0.072	1.522 0.067	1.931 0.030	2.064 0.022	

## Horizonte 4

<i>ENCOMPASA A -&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	R P-value		1.723 0.046	1.314 0.097	0.932 0.178	1.727 0.045	0.805 0.212	1.405 0.083
PRAL	R P-value	1.753 0.043		1.835 0.036	1.328 0.095	1.034 0.153	2.015 0.025	1.535 0.066
PEM	R P-value	1.444 0.078	1.829 0.037		1.449 0.077	1.414 0.082	1.518 0.068	1.636 0.054
ARIMA	R P-value	1.999 0.026	1.379 0.087	1.951 0.028		0.473 0.319	0.870 0.194	2.126 0.019
STR	R P-value	1.082 0.142	1.545 0.064	1.574 0.061	0.863 0.196		1.335 0.094	1.168 0.124
PE	R P-value	1.670 0.051	1.686 0.049	1.916 0.031	1.389 0.086	1.566 0.062		1.668 0.051
ESC	R P-value	1.343 0.093	1.849 0.035	1.260 0.107	1.092 0.140	1.703 0.047	1.795 0.039	

## Horizonte 5

<i>ENCOMPASA A -&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	R P-value		1.668 0.051	1.361 0.090	2.218 0.016	1.812 0.038	0.623 0.268	1.423 0.081
PRAL	R P-value	1.675 0.050		1.771 0.041	1.455 0.076	1.232 0.112	2.164 0.018	1.497 0.070
PEM	R P-value	1.401 0.084	1.5609 0.063		1.343 0.093	1.358 0.0908	1.432 0.079	1.450 0.077
ARIMA	R P-value	1.566 0.062	1.096 0.139	1.838 0.036		0.392 0.348	0.472 0.319	1.821 0.037
STR	R P-value	0.989 0.164	1.469 0.074	1.556 0.063	0.883 0.191		1.259 0.107	1.140 0.130
PE	R P-value	1.542 0.065	1.639 0.054	1.755 0.043	1.520 0.068	1.602 0.058		1.525 0.067
ESC	R P-value	1.318 0.097	1.679 0.0502	1.254 0.108	1.509 0.069	1.6393 0.054	1.644 0.053	

## Horizonte 6

<i>ENCOMPASA A -&gt;</i>		CPHIL	PRAL	PEM	ARIMA	STR	PE	ESC
CPHIL	R P-value		1.545 0.065	1.343 0.093	1.881 0.033	1.724 0.046	0.427 0.335	1.410 0.083
PRAL	R P-value	1.460 0.075		1.662 0.052	1.373 0.088	1.320 0.097	1.513 0.068	1.358 0.090
PEM	R P-value	1.344 0.093	1.374 0.088		1.262 0.107	1.303 0.099	1.386 0.086	1.276 0.104
ARIMA	R P-value	1.032 0.154	0.775 0.221	1.756 0.043		0.533 0.298	-0.010 0.504	1.564 0.062
STR	R P-value	0.818 0.208	1.363 0.090	1.540 0.065	0.827 0.206		1.035 0.153	1.065 0.146
PE	R P-value	1.455 0.076	1.493 0.071	1.609 0.057	1.442 0.078	1.5127 0.069		1.428 0.080
ESC	R P-value	1.217 0.115	1.529 0.067	1.177 0.122	1.473 0.074	1.482 0.073	1.547 0.064	

**Tabla 7**  
**Estadísticas de evaluación de pronósticos (2000:I - 2003:II)**  
 Ordenadas según RMSFE

<b>Horizonte 1</b>	<b>RMSFE</b>	<b>RMSFPE</b>	<b>MAFE</b>	<b>MAPFE</b>	<b>U-Theil</b>	<b>RAFE</b>
Comb. CM	0.693	10.053	0.512	7.126	1.054	1.039
ESC	0.847	12.178	0.607	8.771	1.080	1.003
Comb. CME 20	0.862	12.216	0.692	9.437	1.267	1.339
Comb. EE-I 20	0.862	12.216	0.692	9.437	1.267	1.339
CPHIL	0.894	13.146	0.739	10.470	1.360	1.500
Comb. DP 20	0.896	12.490	0.709	9.627	1.317	1.371
Comb. DP 30	0.896	12.490	0.709	9.627	1.317	1.371
Comb. DP	0.900	12.529	0.726	9.837	1.323	1.404
Comb. MCF C&R	0.924	12.975	0.769	10.310	1.405	1.487
Comb. CME	0.926	13.138	0.719	9.829	1.361	1.392
Comb. CME 30	0.926	13.138	0.719	9.829	1.361	1.392
Comb. EE-I 30	0.926	13.138	0.719	9.829	1.361	1.392
Comb. EE-I	0.931	13.138	0.719	9.829	1.416	1.392
Comb. MCF H&K	0.973	12.870	0.849	11.133	1.480	1.643
PEM	1.032	13.627	0.829	11.003	1.569	1.682
ARIMA	1.037	14.789	0.869	11.771	1.578	1.763
Comb. EE	1.053	14.216	0.874	11.537	1.547	1.692
STR	1.062	14.277	0.825	11.011	1.615	1.675
PE	1.139	18.581	0.826	12.681	1.452	1.364
PRAL	1.171	16.356	0.945	12.626	1.781	1.918
Comb. CI 20	1.201	16.332	1.109	14.669	1.765	2.145
Comb. CI	1.270	17.442	1.168	15.543	1.866	2.259

<b>Horizonte 2</b>	<b>RMSFE</b>	<b>RMSFPE</b>	<b>MAFE</b>	<b>MAPFE</b>	<b>U-Theil</b>	<b>RAFE</b>
Comb. CM	0.888	12.366	0.756	10.334	0.900	0.942
Comb. DP 20	0.960	12.361	0.712	9.202	0.938	0.862
Comb. CME 20	1.061	14.194	0.817	10.995	1.036	0.988
Comb. EE-I 20	1.141	15.401	0.998	13.397	1.114	1.207
Comb. EE-I 30	1.193	16.401	1.050	14.250	1.166	1.270
Comb. EE-I	1.204	17.191	1.078	14.655	1.221	1.304
Comb. DP 30	1.224	16.896	0.914	12.299	1.196	1.106
CPHIL	1.246	18.248	0.937	13.417	1.263	1.168
Comb. CME 30	1.287	17.915	0.957	13.067	1.257	1.158
Comb. DP	1.321	18.242	0.987	13.240	1.290	1.193
ESC	1.347	19.087	1.138	16.416	1.151	1.190
Comb. CME	1.355	18.922	0.991	13.548	1.324	1.198
STR	1.396	18.616	1.188	15.735	1.415	1.481
PEM	1.402	18.188	1.103	14.447	1.421	1.375
Comb. CI 20	1.415	18.563	1.193	15.853	1.382	1.444
ARIMA	1.535	22.000	1.312	18.228	1.556	1.636
Comb. MCF H&K	1.585	22.084	1.421	19.129	1.607	1.719
PE	1.755	27.722	1.413	21.702	1.499	1.477
Comb. CI	1.784	23.908	1.483	19.851	1.743	1.794
Comb. MCF C&R	1.951	26.424	1.741	23.364	1.978	2.106
PRAL	2.174	28.688	1.897	25.340	2.204	2.365
Comb. EE	2.532	30.095	1.883	24.021	2.473	2.278

<b>Horizonte 3</b>	<b>RMSFE</b>	<b>RMSFPE</b>	<b>MAFE</b>	<b>MAPFE</b>	<b>U-Theil</b>	<b>RAFE</b>
Comb. CM	1.264	16.575	1.040	13.798	0.987	0.938
Comb. EE-I 20	1.537	19.582	1.349	17.503	1.152	1.134
CPHIL	1.545	21.533	1.180	16.388	1.206	1.065
Comb. CME 20	1.618	20.852	1.417	18.579	1.213	1.190
Comb. DP 20	1.622	21.288	1.399	18.605	1.216	1.175
ESC	1.643	23.175	1.447	20.792	1.240	1.192
Comb. EE-I 30	1.718	22.370	1.534	20.091	1.288	1.288
PEM	1.775	23.501	1.435	19.195	1.385	1.295
STR	1.805	24.281	1.428	19.062	1.409	1.289
Comb. CI 20	1.806	24.293	1.632	21.882	1.354	1.371
Comb. CME 30	1.829	23.163	1.505	19.396	1.372	1.264
Comb. DP 30	1.870	24.300	1.549	20.168	1.402	1.301
ARIMA	1.914	26.815	1.694	23.384	1.493	1.528
Comb. EE	2.039	27.563	1.589	21.305	1.528	1.335
PE	2.040	32.368	1.714	26.423	1.540	1.411
Comb. CI	2.067	27.305	1.923	25.766	1.550	1.615
Comb. DP	2.234	29.672	1.894	25.095	1.675	1.591
Comb. CME	2.250	29.705	1.909	25.350	1.687	1.604
Comb. EE-I	2.372	29.836	1.988	25.813	1.851	1.670
Comb. MCF C&R	2.619	34.794	2.208	29.094	2.044	1.855
Comb. MCF H&K	2.639	34.449	2.101	27.136	2.059	1.765
PRAL	3.292	43.420	2.795	37.574	2.569	2.521

<b>Horizonte 4</b>	<b>RMSFE</b>	<b>RMSFPE</b>	<b>MAFE</b>	<b>MAPFE</b>	<b>U-Theil</b>	<b>RAFE</b>
Comb. CME 20	1.527	20.026	1.198	15.944	1.021	0.851
Comb. DP 20	1.601	21.132	1.276	17.148	1.070	0.907
Comb. EE-I 30	1.605	20.839	1.325	17.524	1.073	0.942
PE	1.708	26.650	1.385	20.976	1.316	1.059
Comb. CI 20	1.774	24.437	1.419	19.743	1.186	1.008
CPHIL	1.780	23.599	1.363	18.484	1.243	0.984
Comb. EE-I 20	1.793	25.283	1.525	21.227	1.198	1.084
Comb. CM	1.912	25.074	1.366	18.368	1.335	0.986
Comb. CI 30	2.039	27.407	1.601	21.760	1.363	1.138
ARIMA	2.063	29.730	1.885	26.529	1.440	1.361
Comb. DP 30	2.070	26.997	1.602	21.168	1.383	1.139
Comb. CME 30	2.271	29.426	1.632	21.305	1.518	1.160
STR	2.271	31.058	1.884	26.159	1.585	1.360
PEM	2.300	31.859	2.066	28.720	1.605	1.491
ESC	2.330	31.653	2.070	28.603	1.796	1.582
Comb. CI	2.473	33.581	2.246	30.911	1.653	1.597
Comb. EE-I	2.743	37.680	2.399	33.057	1.915	1.706
Comb. MCF H&K	2.862	36.412	2.128	29.332	1.998	1.513
Comb. DP	3.051	39.343	2.423	32.729	2.039	1.722
Comb. MCF C&R	3.150	40.296	2.326	30.759	2.199	1.654
Comb. CME	3.644	47.944	2.769	37.386	2.436	1.968
PRAL	4.020	53.582	3.418	46.551	2.806	2.468
Comb. EE	4.155	55.781	3.755	51.253	2.777	2.669

**Tabla 8****Pruebas de Reducción de MSFE****Horizonte 1**

## Test de Diebold y Mariano

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP 20	S1	0.077	-1.614	-0.630	-0.810	-0.796
	P-value	0.530	0.053	0.264	0.209	0.213
Comb. EE-I 20	S1	-0.192	-2.119	-0.803	-1.271	-0.997
	P-value	0.424	0.017	0.211	0.102	0.159

## Test de Diebold y Mariano Modificado

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP	S1*	0.074	-1.559	-0.609	-0.783	-0.769
	P-value	0.529	0.071	0.276	0.223	0.227
Comb. EE-I 20	S1*	-0.186	-2.047	-0.776	-1.228	-0.963
	P-value	0.428	0.030	0.225	0.120	0.176

**Horizonte 2**

## Test de Diebold y Mariano

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP 20	S1	-1.934	-2.349	-2.544	-1.976	-1.309
	P-value	0.027	0.009	0.005	0.024	0.095
Comb. EE-I 20	S1	-1.135	-2.141	-1.335	-1.446	-0.920
	P Val.	0.128	0.016	0.091	0.074	0.179

## Test de Diebold y Mariano Modificado

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP 20	S1*	-1.726	-2.096	-2.270	-1.763	-1.168
	P-value	0.054	0.028	0.020	0.051	0.132
Comb. EE-I 20	S1*	-1.013	-1.910	-1.191	-1.290	-0.821
	P-value	0.165	0.039	0.127	0.110	0.213

### Horizonte 3

#### Test de Diebold y Mariano

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP 20	S1	0.067	-1.825	-3.705	-1.283	-2.300
	P-value	0.527	0.034	0.000	0.100	0.011
Comb. EE-I 20	S1	-0.102	-1.925	-2.138	-1.224	-1.345
	P-value	0.459	0.027	0.016	0.111	0.089

#### Test de Diebold y Mariano Modificado

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP 20	S1*	0.054	-1.472	-2.989	-1.035	-1.856
	P-value	0.521	0.083	0.006	0.160	0.044
Comb. EE-I 20	S1*	-0.083	-1.553	-1.725	-0.987	-1.085
	P-value	0.468	0.073	0.055	0.171	0.150

### Horizonte 4

#### Test de Diebold y Mariano

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP 20	S1	-3.723	-1.724	-11.808	-1.613	-5.846
	P-value	0.000	0.042	0.000	0.053	0.000
Comb. EE-I 30	S1	-1.447	-1.797	-7.515	-1.485	-2.561
	P-value	0.074	0.036	0.000	0.069	0.005

#### Test de Diebold y Mariano Modificado

		CPHIL	PRAL	PE	ARIMA	STR
Comb. DP 20	S1*	-2.633	-1.219	-8.350	-1.141	-4.134
	P-value	0.012	0.124	0.000	0.139	0.001
Comb. EE-I 30	S1*	-1.023	-1.270	-5.314	-1.050	-1.811
	P-value	0.164	0.115	0.000	0.158	0.049

**Tabla 9**

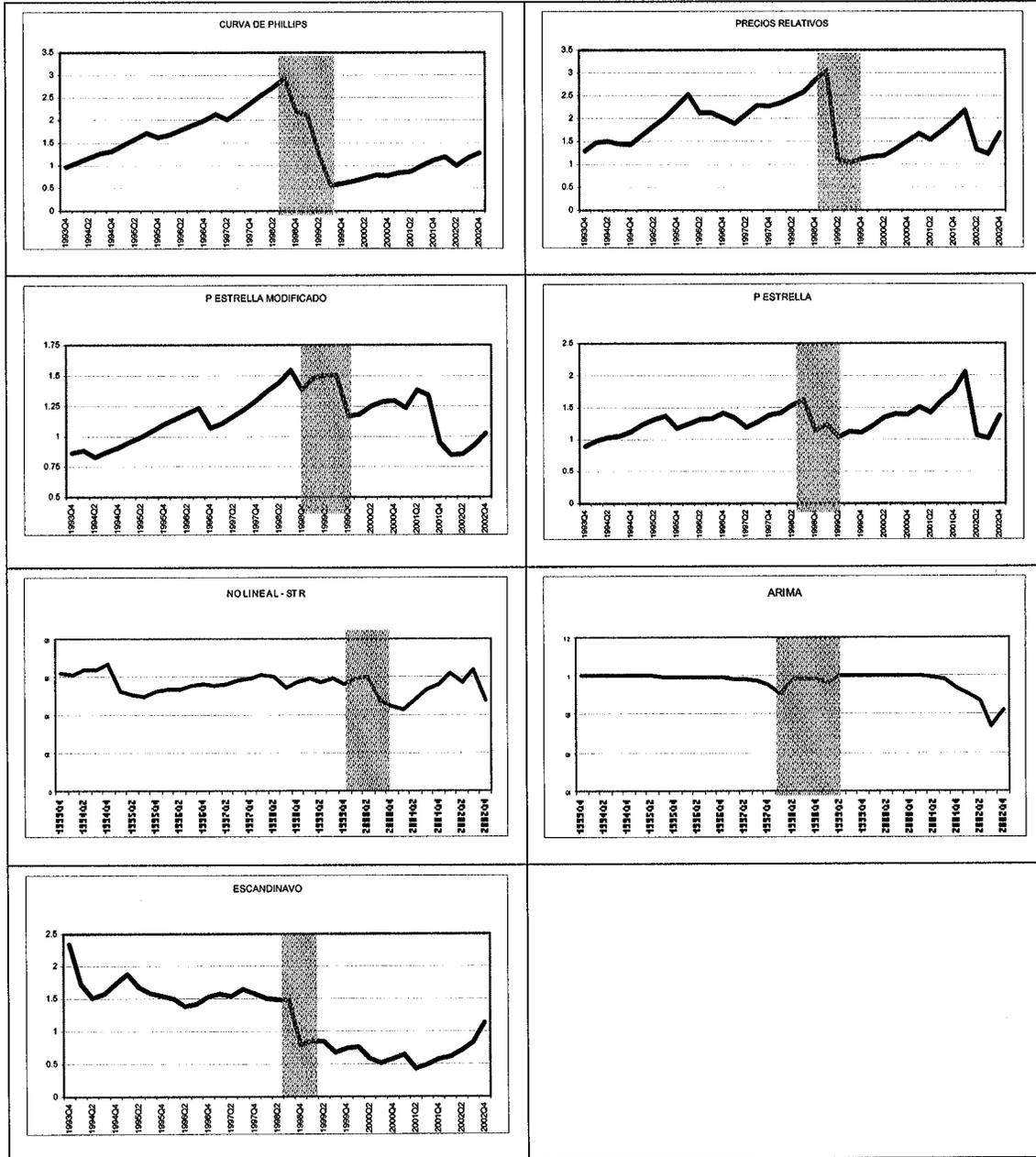
**Abreviaturas**

CPHIL:	Modelo de Curva de Phillips
PRAL:	Modelo de Precios Relativos
PE:	Modelo P estrella
PEM:	Modelo P estrella modificado
ARIMA:	Modelo ARIMA
STR:	Modelo no-lineal tipo STR (Modelo de Regresión de Transición Suave).
ESC:	Modelo Escandinavo
Comb.:	Combinación de pronósticos
Comb. CM:	Combinación de Castaño y Melo (1998).
Comb. CME:	Combinación de Castaño y Melo basada en métodos de especificación Exhaustivos.
Comb. EE:	Combinación basada en modelos de Estado Espacio
Comb. EE-I:	Combinación basada en modelos de Estado-Espacio donde sólo varía el intercepto
Comb. DP:	Método de combinación de Diebold y Pauly
Comb. MCF:	Combinación con Mínimos Cuadrados Flexibles
Comb. CI:	Combinación con Corrección de Intercepto
C&R:	Modelo de Coulson y Robins
H&K:	Modelo de Hallman y Kamstra

## Anexo 3

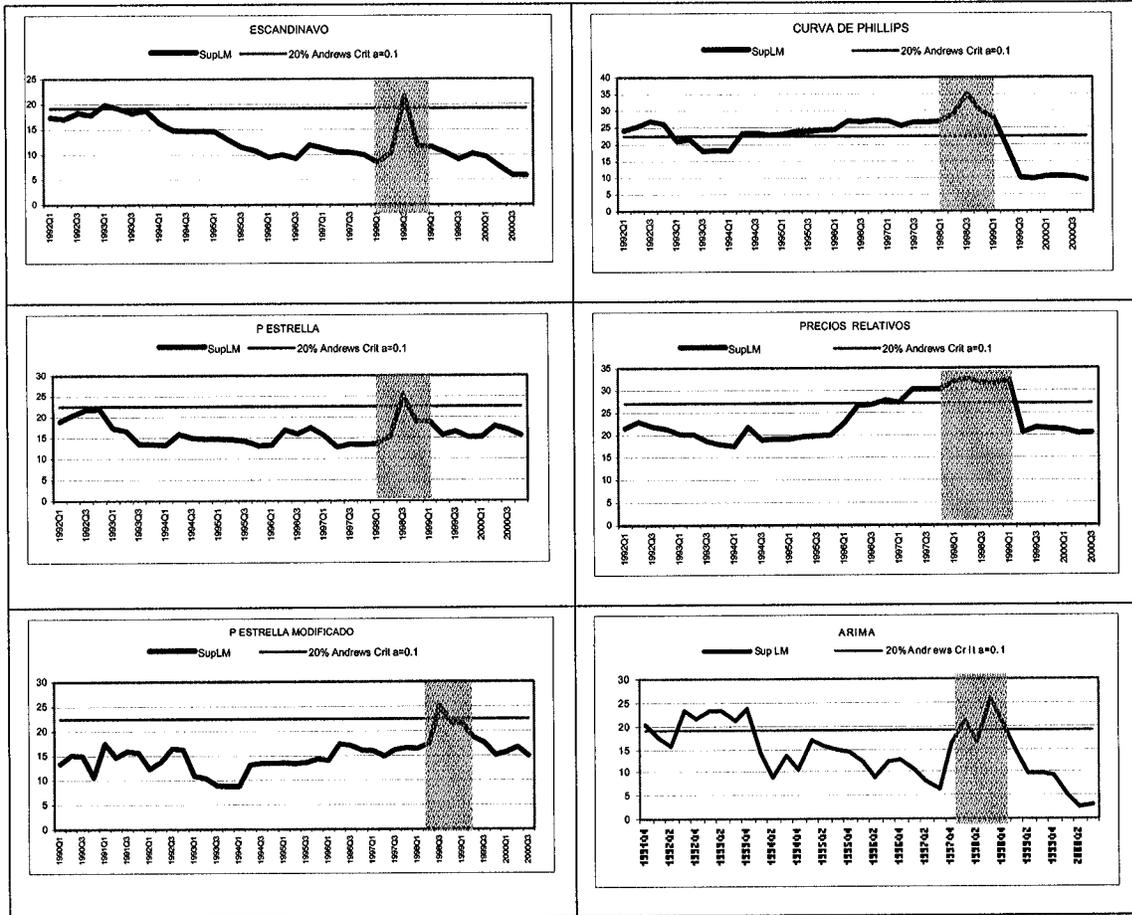
### Pruebas de cambio estructural en los errores de pronóstico

**Gráfica 2**  
**Estadística de Chow de pronóstico**



### Gráfica 3

#### Test de Andrews<sup>48</sup>



<sup>48</sup> Prueba de Andrews (1993) y Andrews y Ploberger (1994) tipo SupLM sobre los errores de pronóstico de horizonte 1,  $\pi = 20\%$ , nivel crítico del 10%.