

Expectativas: Una aproximación a través de modelos de escogencia discreta.

Hugo Oliveros C*
Subgerencia de Estudios Económicos
BANCO DE LA REPUBLICA

December 20, 1999

Abstract

En este documento se presentan los resultados de la estimación de medidas de expectativas, así como, el desempeño de modelos probabilísticos utilizados para describir las preferencias de individuos, a partir de encuestas de carácter cualitativo, empleadas frecuentemente en la investigación de expectativas.

Los ejercicios que se presentan en este documento tienen como base la extracción de la respuesta cualitativa implícita en la simulación de la respuesta de una encuesta cuantitativa de expectativas. La estimación de los parámetros y de las medidas de expectativas se hace a través de: Modelos Multinomiales Logísticos (MML), Modelos de Fricción, (MF), conteos derivados a partir de la respuesta cualitativa implícita en la encuesta cuantitativa y el nivel observado de la variable de referencia. El desempeño de los modelos permite concluir que a partir de la respuesta cualitativa es factible: (i) derivar estimativos similares a los que se obtendrían si se hiciese una encuesta cuantitativa, sin estar sujeto a los "indeseables efectos de valores extremos", totalmente en el caso de MML y parcialmente en

*El autor agradece muy especialmente los comentarios y sugerencias de Martha Misas y Enrique Lopez a una versión preliminar de este documento. Se agradecen también los comentarios, a una segunda versión del trabajo, de Luis F. Melo. Como es usual en estos casos, los errores y omisiones son responsabilidad del autor y no comprometen al Banco de la República, ni a su Junta Directiva.

el caso de MF; (ii) usar y evaluar diferentes mecanismos de formación de expectativas, desde el proceso de formación mismo y (iii) obtener medidas de consenso de la opinión de los encuestados.

Los ejercicios presentados en este documento dependen significativamente del alto grado de homogeneidad, respecto del conjunto de información, que tienen los agentes que contestan la encuesta.

1. Introducción

La formación de expectativas de inflación tiene un papel importante en la determinación de los precios de la economía y adicionalmente, efectos sobre el grado de efectividad de la política económica, (Madsen 1996, Mishkin 1983). En general, la solución de los problemas asociados con las expectativas depende de los supuestos que se consideren sobre los mecanismos que las generan. Dichos mecanismos juegan un papel fundamental en la discusión y solución de los modelos econométricos que las involucran, (MEBE), como parte de sus argumentos¹, (Nerlove et all 1979, Bronze y Szafarz 1987, Holly y Hughes 1989, entre otros) y en la estimación de modelos basados en *experimentos "controlados"*—encuestas cualitativas o cuantitativas, (Dasgupta y Lahiri, 1992).

En este documento se muestran las ventajas que ofrece la construcción de la variable de expectativas a partir de encuestas cualitativas, en la medida en que esta alternativa permite: (i) reducir, total o considerablemente, el efecto que tienen los valores extremos y los problemas de medición en los resultados de la estimación de las expectativas al usar encuestas cuantitativas; (ii) determinar si existe o no consenso acerca de la tendencia futura de la variable de interés; (iii) encontrar en las estimaciones de las expectativas propiedades estadísticas similares a las que se obtendrían a partir de una encuesta cuantitativa y (iv) obtener ventajas sobre otros métodos de construcción de la variable de expectativas que adolecen de problemas similares.

El documento ha sido dividido en cinco secciones incluida esta sección introductoria. En la segunda sección, que a su vez se fracciona en tres partes, se presentan y discuten las posibles alternativas de estimación de las expectativas, se hace una revisión de la literatura sobre el problema de estimación de expectativas de inflación a partir de encuestas y se introducen los modelos de escogencia discreta, finalizando, con los métodos de estimación disponibles para obtener resultados a partir de cortes transversales o datos de panel. La tercera sección está dedicada a presentar los mecanismos de simulación usados para contrastar el desempeño de las encuestas cualitativas versus las cuantitativas, así como, los resultados de la estimación de la variable de expectativas bajo diferentes mecanismos y métodos de estimación. En la cuarta sección, se introducen los tests usados para comprobar la racionalidad de las expectativas y se presentan los resultados de dichas pruebas

¹En el caso de los MEBE el costo que se tiene que pagar al introducir los supuestos se refleja en las restricciones adicionales que se imponen al proceso generador de los datos, (PGD), de la variable de precios que se examina.

para la variable de expectativas derivada de la encuesta cualitativa. Finalmente, en la quinta sección, se presentan algunas conclusiones.

2. Expectativas: derivadas de modelos o de encuestas?.

En este contexto, el estimar, en algún momento del tiempo, el valor futuro de una variable está más allá de la simple generación de un pronóstico. Así, el problema desde un punto de vista econométrico y estadístico ofrece, además de un gran reto, un sinnúmero de alternativas de solución y un conjunto de elementos interesantes de introducir y discutir. Es evidente que, el problema no solo está asociado con el cómo estimar, puntualmente o por intervalos, el valor que prevén (que esperan) los agentes económicos de la inflación para el periodo $(t + k)$ con base en la información hasta el periodo (t) , (I_t) , sino también, con la definición de cuál, o cuáles, de los posibles mecanismos de construcción de dicho valor podrían ser considerados plausibles para su estimación. En la literatura aparecen cuatro alternativas para derivar medidas de expectativas de inflación:

(i) El uso de encuestas cuantitativas y/o cualitativas, (Fishe y Lahiri 1981, Caskey 1985, Kanoh y Dong Li 1990, Dasgupta y Lahiri 1992)².

(ii) La derivación de medidas a partir del análisis de la estructura de términos de las tasas de interés, (Kandel et al 1991, Ragan 1995, entre otros).

(iii) La descomposición de la variable a partir de procedimientos de extracción de señales, (Nerlove et al 1979, Harvey 1989).

(iv) La solución recursiva de modelos que involucran variables de expectativas, (Broze y Szafarz 1987, Holly y Hughes 1989).

Adicionalmente, es importante señalar que si el mecanismo escogido para la construcción de la expectativa permite involucrar de una manera explícita un proceso de aprendizaje, que de facto podría surgir al considerar la construcción de las expectativas por parte de los agentes, la solución sería aún más atractiva.

En este documento se presenta la discusión sobre la construcción de la variable de expectativas a partir de encuestas cualitativas en la medida en que:

- Ejercicios que involucran el examen de las curvas de rendimientos, [opción (ii)], requieren la construcción y búsqueda de un conjunto de información

²La separación entre cualitativas y cuantitativas resulta oportuna, sobre todo, en el caso de reformular o formular una encuesta de expectativas de inflación como alternativa de seguimiento de dicho fenómeno. Este documento hace parte de una serie de documentos que se están llevando a cabo con el propósito de reformular la encuesta de expectativas de inflación de la SGEE del Banco de la República.

que permita examinar los rendimientos de documentos de deuda a través del tiempo y para diferentes periodos de maduración, lo cual de por sí es ya un trabajo de singulares proporciones en el caso colombiano.

- Como lo señalan Nerlove et al (1979) y Maravall (1993,1996), las dificultades que ofrece un método como el de extracción de señales, en el que se separa entre componente esperado (expectativa) y el no—esperado de una variable, está asociado con la veracidad del supuesto que se hace acerca del PGD de la componente no—observada. El PGD de dicha componente se asume conocido y con una forma específica³, o en su defecto, es factible derivarlo a partir de la estructura del modelo ARIMA que describe a la serie observada. En consecuencia, la extracción de la señal dependerá de los supuestos que se hagan sobre el PGD de la componente no—observada y/o de las restricciones que se impongan al tratar de hacer la descomposición de la serie no—observada compatible con la aproximación ARIMA de la serie observada. Otra alternativa, que se usa en un contexto similar al descrito para el AMBA exige la construcción de modelos estructurales VAR, (SVAR), para descomponer las fluctuaciones de las *tasa de interés de largo plazo* en la *componente esperada* de inflación y una tasa de interés real ex—ante⁴. En este caso, los choques de carácter estructural se identifican a partir de considerar un efecto permanente de las expectativas de inflación sobre la tasa de interés de largo plazo, St-Amant (1996)⁵.
- Dado que las expectativas son variables no—observables, para Bronze y Szafarz (1987), es necesario hacer una reducción econométrica completa del modelo que las involucra, de tal forma que, se logre una representación del problema que no dependa de ellas. Sin embargo, aún en el caso más simple, esto conduce a un problema de identificación al tener múltiples soluciones

³En Nerlove et al 1979, el procedimiento es conocido como ARIMA—Model based Approach, (AMBA) y en Harvey 1989, como Structural Time Series Approach, (STSA).

⁴Este ejercicio para Colombia adolece de las dificultades mencionados en la construcción de la variable de expectativas a partir del análisis de la estructura de términos de la tasa de interés.

⁵St-Amant considera un SVAR en lugar de una aproximación del tipo Beveridge—Nelson, clasificable esta última como perteneciente al AMBA. Utiliza información mensual del periodo 1957—1995 derivada de los promedios diarios de los rendimientos de los bonos del gobierno americano de maduraciones de 1 año y 10 años; la inflación anual es una inflación tipo core proveniente de la desestacionalización de un indicador de precios al consumidor que excluye alimentos y energía.

de la representación del PGD de la variable de precios⁶.

- La estimación de las expectativas de inflación usando encuestas de carácter cualitativo resulta mucho más sencilla puesto que es más fácil preguntar por la tendencia futura de la inflación que por su nivel esperado. Así mismo, ésta resulta tan eficiente como la hecha a partir de encuestas de carácter cuantitativo⁷ si se pueden soportar los siguientes supuestos: (i) que el conjunto de información, I_t , que usan los encuestados es el mismo y (ii) que la manera como utilizan los encuestados I_t al construir sus expectativas es similar⁸.

En la literatura sobre formación de expectativas regularmente se encuentra un mayor énfasis en la evaluación y caracterización de su naturaleza⁹, a partir de la comparación entre lo esperado (expectativa) y lo observado, (Bakhsi y Yates 1998, Razzak 1997) que en su construcción misma. Esta tendencia está asociada con la idea de que el grado de habilidad que tienen los modelos económicos, para explicar

⁶En el caso más simple del modelo de Muth se tiene:

$$(i) D_t = \gamma * p_t + \delta + v_t, \quad \gamma < 0$$

$$(ii) S_t = \alpha * \hat{p}_{t/t-1} + \beta + w_t, \quad \alpha > 0$$

donde: S_t y D_t son oferta y demanda; $\hat{p}_{t/t-1}$ es la expectativa de precios para el momento t formada en el momento $(t - 1)$; w_t y v_t son términos de error.

Si $S_t = D_t$ se tiene:

$$(iii) p_t = a * \hat{p}_{t/t-1} + b + u_t$$

$$a = \frac{\alpha}{\gamma}; \quad b = \frac{(\beta - \delta)}{\gamma}; \quad u_t = \frac{1}{\gamma} * (w_t - v_t)$$

En consecuencia, el modelo que sigue p_t , es decir, su estructura dinámica, depende: (i) del supuesto que se haga acerca de la formación de expectativas (previsión perfecta, "naive", adaptativa, extrapolativa, racional) y (ii) del comportamiento de u_t . Por consiguiente, las sendas de precios que se derivan no necesariamente serán las mismas (más de una).

Nótese que el problema de identificación surge en la medida en que lo único que se conoce (se observa) es p_t , sin embargo, existen soluciones de (iii) que podrían ser compatibles con un p_t que no necesariamente proviene del mismo mecanismo generador de expectativas. Basta con acomodar a u_t para obtener un resultado de esta naturaleza.

⁷Como se observará más adelante, los resultados de ejercicios de simulación de encuestas de carácter cualitativo en las que se deriva de la simulación de una respuesta cuantitativa la respuesta cualitativa implícita, ofrecen comportamientos similares, en sus primeros cuatro momentos, entre la estimación de la expectativa derivada de la encuesta cualitativa y la respuesta cuantitativa promedio de los agentes simulados.

⁸Los modelos que se encuentran en la literatura son relativamente simples: expectativas adaptativas o extrapolativas, racionales, estos últimos en algunos casos usan fundamentales.

⁹En la mayoría de los casos, el interés se centra en discriminar los mecanismos de generación de expectativas, por ejemplo, discernir si estos son de carácter racional o no—racional.

el comportamiento de ciertas variables, no sólo es una función del mecanismo de formación de expectativas que se adopte, sino también, de la ecuaciones de comportamiento que se usen.

La pregunta implícita en el punto anterior está vinculada con una vieja discusión acerca de la validez de comprobar los supuestos, y/o de probar sólomente las teorías que los utilizan, (Keane y Runkle 1990). Para aquellos que optan por alguna de esas alternativas, la validación del modelo necesariamente involucra la evaluación de: (i) las ecuaciones de comportamiento o (ii) la manera como se forman las expectativas. Sin embargo, las causas por las cuales el modelo puede fallar en la explicación del fenómeno pueden ser atribuidas a una mala especificación de las ecuaciones de comportamiento **y/o** de la forma como se construyen las expectativas, hechos que generan un típico problema de identificación¹⁰. De otro lado, si dos modelos son igualmente apropiados (observational equivalence problem) en la explicación de un fenómeno, la decisión acerca de cuál es más adecuado sólo depende de qué tan plausibles son los mecanismos considerados en la formación de expectativas. En consecuencia, el uso de encuestas para derivar una medida de expectativas de inflación aparece como una alternativa "*lícita*" en la medida en que sea factible reconocer, o probar, la existencia de un mecanismo específico de formación en su construcción.

2.1. Encuestas: Cualitativas o Cuantitativas?

El siguiente interrogante a resolver está asociado con el tipo de encuesta que se debe utilizar. En la literatura se encuentra, como un hecho frecuentemente citado, que las encuestas cuantitativas son mucho más susceptibles a mantener niveles de error y problemas de medición superiores a aquellas en las cuales se interroga acerca de la dirección futura que seguirán algunas variables¹¹.

La percepción general es que los encuestados (agentes económicos, académicos,

¹⁰Como lo señalan Keane y Runkle (1990), "Many economist have assumed the validity of the rational expectations hypothesis and regarded joint test of behavioral equations and this particular expectations formation mechanism as identified test of behavioral equations. This willingness to assume the validity of Muth's rational expectations hypothesis perhaps results from a wide spread view that forming expectations rationally **is simply the logical consequence** of optimizing behavior. Yet there are many reasons why the rational expectations hypothesis does not follow from the assumption of optimizing behavior...Bayesian learners in a nonstationary environment are not. ...Or perhaps information necessary to form expectations on the basis of the true economic model may be impossible or too costly to obtain".

¹¹Dasgupta y Lahiri 1992, encuentran, por ejemplo, que se observa la tendencia a preferir encuestas de tipo cualitativo.

especialistas, o el público en general) encuentran mucho más sencillo y práctico, a partir de información que tienen disponible en el momento t , hacer una conjetura acerca de la evolución futura de una variable, o un fenómeno, en términos de su tendencia, que asignarle magnitudes a éste. El Cuadro 1 permite ilustrar un problema de esta naturaleza al examinar el grado de incertidumbre (asociado con la estadística $\sigma_{\bar{x}_t}$) que los encuestados señalan tener en la Encuesta de Inflación Cuantitativa de la SGEE del Banco de la República en el año 97 y 98. En el Cuadro, \bar{x}_t es el valor estimado del promedio de la inflación anual esperada en cada momento t y $\sigma_{\bar{x}_t}$ es la desviación estándar del promedio. Esta última, por ejemplo, no se comporta como se espera. Es decir, no se observa que sistemáticamente el momento $(t + 1)$ presente una mayor incertidumbre respecto del momento t .

Cuadro 1
Resultados Encuesta Cuantitativa de Expectativas de Inflación
Banco de la República - SGEE
Variación Anual
(Porcentaje)

Fecha de la Encuesta	t	$t + 1$	\bar{x}_t	\bar{x}_{t+1}	$\sigma_{\bar{x}_t}$	$\sigma_{\bar{x}_{t+1}}$
sep-97	dic-1997	dic-1998	19.28	18.72	0.14	0.19
dic-97	dic-1998	dic-1999	17.95	16.56	0.12	0.16
mar-98	dic-1998	dic-1999	18.55	17.00	0.19	0.16
jun-98	dic-1998	dic-1999	20.16	17.68	0.17	0.17
sep-98	dic-1998	dic-1999	19.20	17.03	0.14	0.15
dic-98	dic-1999	dic-2000	15.79	14.43	0.13	0.23
Inflación Anual Obs. fin de: 1997 : 17.7; 1998 : 16.7						
Inflación Anual Meta fin de: 1997 : 18.0; 1998 : 16.0 ; 1999 : 15.0						

En el caso de las encuestas cualitativas, las alternativas (choices) que regularmente se ofrecen a los encuestados están asociadas con preguntas en las cuales, a partir de un momento de referencia específico en el tiempo, momento t , los encuestados escogen, de un menu finito (discrete), cual será la evolución futura de la variable de interés. Por ejemplo, la encuesta de inflación del Survey Research Center de la universidad de Michigan, (SRC), mezcla ambos tipos de preguntas. La primera pregunta del SRC evalúa la percepción que tienen los *hogares* acerca de la *tendencia* de los precios de la economía *en el siguiente año*; las opciones que ofrece son: (a) se incrementarán, \uparrow , (b) permanecerán estables, $=$, y (c) dis-

minuirán, ↓, respecto al nivel que tienen ahora¹². La segunda pregunta del SRC investiga sobre la *magnitud* en la que se incrementarán los precios y ofrece unos intervalos para ser escogidos. Las opciones descritas para la primera pregunta regularmente pueden ser vistas a partir de un problema de escogencia discreta, Bierlaire (1997), el cual tiene implícito un modelo probabilístico que permite describir las preferencias de los individuos.

2.2. Modelos probabilísticos de escogencia

Maddala (1983) y Bierlaire (1997) entre otros, plantean la posibilidad de obtener una mejor descripción y un mayor conocimiento de los problemas que enfrentan aquellos que toman decisiones bajo escenarios de alternativas "finitas" mediante la introducción y asignación de: (i) atributos, tanto a las opciones (alternativas), como a los individuos que las toman y (ii) reglas para tomar decisiones.

Así, el problema de decisión que enfrenta un individuo al dar respuesta a una encuesta de expectativas tiene del lado de las opciones un número finito de estas, [3 en el ejemplo de inflación anterior, ↑, =, ↓] y unos umbrales de percepción de éstas (los cuales por simplicidad se suponen similares para todos los individuos) que permiten la separación entre opciones. Los individuos pueden ser agrupados (muestreados estratificadamente) y/o en concordancia con la variable de interés¹³. Las reglas de decisión, que están asociadas con la caracterización de la función de utilidad que cada individuo tiene al contestar la encuesta, tienen, al menos, dos elementos comunes a todos los individuos: el primero, vinculado con el concepto de reputación¹⁴ y el segundo, asociado con un problema de incertidumbre implícito en el problema de expectativas.

Bierlaire (1997) señala los inconvenientes de utilizar la teoría económica neo-

¹²La encuesta cualitativa usada por Kanoh y Dong Li (1990) para investigar las expectativas de inflación en Japón tiene opciones similares a las presentadas por el SRC en la pregunta 1. De igual forma, una de las ramas de una pregunta sobre expectativas de crecimiento en precios de la economía colombiana de la Encuesta de Opinión Empresarial de Fedesarrollo, (EOEF), ofrece similares opciones.

¹³Por ejemplo, en el caso de inflación, se podrían hacer preguntas sobre crecimiento en precios: de la economía en general, del productor, o de un sector en particular, etc.

¹⁴Con relación a este punto, es conveniente señalar que los individuos al dar respuesta a la encuesta se exponen (se comprometen), ésto en la medida en que ellos ofrecen sus propias "conjeturas" sobre el futuro de una variable, por lo tanto, algo de su reputación se pone en juego. En este sentido, uno de los inconvenientes que existe es que, en el caso de las encuestas, no existen claros incentivos para hacer un esfuerzo por producir un resultado "correcto" (Keane y Runkle 1990).

clásica en problemas de escogencia discreta, dada su limitación para introducir el problema de incertidumbre en la caracterización de la función utilidad y sugiere el uso de modelos como el de Luce o los de utilidad aleatoria. Estos últimos permiten introducir el concepto de incertidumbre al utilizar el siguiente esquema: en lugar de identificar una alternativa como la escogida (teoría neoclásica), se asigna a cada alternativa una probabilidad, distinta de cero, de ser escogida.

El modelo de Luce postula:

$$\frac{P_C(a)}{P_C(S)} = P_S(a) = \frac{v(a)}{\sum_{b \in S} v(b)} \quad (2.1)$$

Siendo C el conjunto de todas las posibles opciones y $S \subseteq C$; $P_C(a)$ es la probabilidad de escoger la opción a del conjunto C y $v(a)$ es la utilidad de dicha opción. En este contexto, $P_S(a)$ es el peso relativo que la opción a tiene dentro de S al considerar la función de utilidad v .

Los modelos de utilidad aleatoria, en los cuáles se supone que los agentes que toman las decisiones tienen una capacidad "perfecta" de discriminación¹⁵, permiten considerar dos componentes en la función de utilidad: uno determinístico (V) y otro aleatorio (ε), tal que, la utilidad de un individuo l al tomar la opción a , denotada como U_a^l , cumple con $U_a^l = V_a^l + \varepsilon_a^l$. Así, dado que el individuo l es racional se tiene que la probabilidad de escoger la opción a esta dada por la siguiente regla:

$$P_C(a) = P[U_a^l = \max_{b \in C} U_b^l] \quad (2.2)$$

De la expresión anterior, se desprende que es factible usar diferentes modelos probabilísticos para calcular $P_C(a)$ al considerar distintas especificaciones para los dos componentes de la función de utilidad U_a^l . En particular, dependiendo del tipo de distribución asociada a la componente (ε) es posible derivar diferentes familias de modelos probabilísticos de escogencia. De igual manera, al considerar distintas

¹⁵A pesar de su "perfecta" capacidad de discriminación, el individuo no posee toda la información. Por lo tanto, su respuesta esta sujeta a incertidumbre. Las fuentes de incertidumbre en este caso pueden estar asociadas con: atributos no—observados de las opciones, o de los individuos; errores de medición, o utilización de variables "proxy", o uso de variables instrumentales, Bierlaire (1997).

formas del componente determinístico V , hace posible introducir distintos atributos (características asociadas) tanto para las opciones como para los individuos. Es decir, incluir una función que permita a los atributos, (x) , explícitamente afectar el comportamiento de V . En este caso, se tiene que para el l^{esimo} individuo es posible definir un vector x_a^l que considere tanto sus atributos como los de la opción a , tal que, V_a^l tome la siguiente forma:

$$V_a^l = V_a^l(x_a^l) = \sum_{j=1}^k \beta_j x_a^l(j) \quad (2.3)$$

donde los β_j 's son parámetros desconocidos. Si la distribución del error considerada es Gumbel, $G(0, \mu)$, se tiene que la probabilidad de que un individuo l escoja la opción a de C , conociendo, por ejemplo, que existen sólo dos opciones, (a, b) , está dada por la siguiente expresión al usar (2.1):¹⁶

$$P_C^l(a) = \frac{\exp[\mu V_a^l]}{\exp[\mu V_a^l] + \exp[\mu V_b^l]} = \frac{1}{1 + \exp(-\mu (V_a^l - V_b^l))} \quad (2.4)$$

Para los modelos asociados a las encuestas de inflación, se supone que el conjunto de información que usan los individuos y la manera como lo aplican (el modelo) son similares, de tal forma que el superíndice l en (2.3) y (2.4) desaparece, es decir, (2.3) se convierte en:

$$V_a(x_a) = V_a = \sum_{j=1}^k \beta_j x_a(j) \quad (2.5)$$

Al igual que Bierlaire (1997), Maddala (1983) citando los desarrollos de McFadden (1973,1974,1982) incluye el concepto de incertidumbre a partir de la consideración de que los encuestados, a pesar de ser individuos racionales, es decir, individuos que hacen un uso óptimo de I_t , están sujetos a las ventajas y

¹⁶Con dos opciones, (a, b) , se está interesado en conocer $P[U_a^l \geq U_b^l] = P[V_a^l - V_b^l \geq \varepsilon_b^l - \varepsilon_a^l]$ si se supone que $\varepsilon_a^l, \varepsilon_b^l$ se distribuyen Gumbel, $G(0, \mu)$ se tiene que la diferencia $\varepsilon_{a/b}^l = (\varepsilon_b^l - \varepsilon_a^l)$ se distribuye Logística, es decir, la distribución F en x tiene la siguiente forma: $F(x) = (1 + e^{-\mu x})^{-1}$, así, si $V_{a/b}^l = (V_a^l - V_b^l)$ se tiene que:

$$P[\varepsilon_{a/b}^l \leq V_{a/b}^l] = F(V_{a/b}^l) = (1 + e^{-\mu V_{a/b}^l})^{-1}$$

$$P[\varepsilon_{a/b}^l \leq V_{a/b}^l] = \frac{1}{1 + e^{-\mu V_{a/b}^l}}$$

lo cual es equivalente a tomar el segundo término de (2.4) y dividir el numerador y denominador por $e^{\mu V_a^l}$.

desventajas que I_t ofrece. En consecuencia, se depende del grado de imperfección (\Rightarrow incertidumbre) de los conjuntos de información. Por ejemplo, es posible que I_t (i) sea incompleto y/o (ii) que existan problemas de medición de las variables relevantes.

En tales circunstancias, un individuo enfrenta el problema de escoger una alternativa de las m posibles ($m = 3$ para la encuesta de inflación) sujeto a una función de utilidad que está asociada a una variable latente, Y_k^* , la cual, en este caso debe tener argumentos que permiten establecer una conexión entre los atributos y el grado de incertidumbre asociados a la opción k . La presencia de la variable latente se manifiesta en el hecho de que la decisión del individuo, la cual se recoge a partir de una variable dicótoma Y_k^{17} mantiene la siguiente relación con Y_k^* al operar bajo la siguiente regla:

$$Y_k = \begin{cases} 1 & \text{si } \arg \max\{U(Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_m^*)\} = Y_k^* \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.6)$$

Así, si se cumple que $Y_k^* = V_k(x_k) + \varepsilon_k$ donde: x_k es un vector de atributos asociados con la k -ésima opción, ε_k es un residual que captura las variaciones no—observadas en los atributos de las opciones o los problemas de percepción y optimización de los encuestados, y se supone que: (i) ε_k sigue una distribución *Gumbel*(0, 1), es decir, $F(\varepsilon_j < \varepsilon) = \exp[-\exp[-\varepsilon]]$ y (ii) $V_k(x_k) = V_k = \beta'x_k$, se tiene que la probabilidad de que la opción k sea escogida es dada por la siguiente expresión:

$$P[Y_k = 1/X] = \frac{\exp[V_k]}{\sum_{j=1}^m \exp[V_j]} = \frac{\exp[\beta'x_k]}{\sum_{j=1}^m \exp[\beta'x_j]} \quad (2.7)$$

la cuál es equivalente a la expresión (2.4) y es conocida como modelo multinomial logístico.

2.3. Modelo Multinomial Logístico (MML)

Con el propósito de introducir el MML para resolver el problema de formación de expectativas de inflación es necesario hacer explícito el tipo de pregunta que será

¹⁷La preferencia de los individuos por la opción k en el momento t se puede derivar de la $\sum Y_{kt}$, es decir, de la agregación de las repuestas, lo cual es conocido como conteo.

utilizada en la encuesta de expectativas y presentar las componentes de (2.7) o (2.4).

En relación con la frecuencia con que se envía la encuesta, se puede optar por un despacho trimestral recogiendo información en las primeras semanas de enero, abril, julio, y octubre de cada año y exigir a los encuestados contestar antes de conocer el dato del mes en que se envía la encuesta. Por ejemplo, la pregunta que los encuestados responderían para el mes de enero de 1999 sería la siguiente:

- P1. ¿Que espera usted que suceda con la **inflación anual dentro de tres (3)**¹⁸ **meses**, es decir, al finalizar Marzo de 1999, si el último dato conocido, el de diciembre de 1998, indica que ésta se situó en 16.8% ?
[Marque con una X la opción que usted considere más adecuada].
(A) que se sitúe por encima del último dato conocido.
(B) que se mantenga alrededor del último dato conocido.
(C) que se sitúe por debajo del último dato conocido.

Las componentes de (2.7) son las siguientes:

- P_{t+1}^e : expectativa de inflación (o de crecimiento de sus propios precios¹⁹) para el periodo $(t + 1)$ formada por los encuestados al momento t .
- N_t : número de personas que responden la encuesta en el momento t ;
- n_{it} : número de personas que escogen la opción i en el momento t , donde

$$\sum_{i=1}^M n_{it} = N_t$$

- π_{it} : es la proporción de individuos que perciben que la inflación se situará en la categoría i en el momento $(t + 1)$, con $i = 1, \dots, M$, ($M = 3$), donde:

¹⁸Nótese que en este caso es posible cambiar el horizonte de 3 meses a 6 o 12 meses. Sin embargo, esto tiene efectos importantes en la especificación del modelo de expectativas.

¹⁹Por ejemplo, si la encuesta se hace en el sector industrial, es posible preguntar sobre la evolución futura de los precios de diferentes bienes industriales, (preferiblemente, de tantos como encuestados se tengan) y luego considerar un indicador de referencia, un índice de precios de la industria, para construir las expectativas de crecimiento en precios de la industria a partir de la agregación de las repuestas de los encuestados.

$$\sum_{i=1}^{M=3} \pi_{it} = 1 \quad \forall t.$$

- f_{n_t} función de densidad conjunta de las respuestas de los encuestados en cada momento del tiempo, la cual toma la siguiente forma:

$$f_{n_t} = f_{(n_{1t}, n_{2t}, n_{3t})} = \frac{N_t!}{\underbrace{n_{1t}! n_{2t}! n_{3t}!}_{c_t}} (\pi_{1t})^{n_{1t}} (\pi_{2t})^{n_{2t}} (\pi_{3t})^{n_{3t}} \quad (2.8)$$

donde la probabilidad de que la opción i sea escogida en el momento t , π_{it} , depende de la frecuencia con que los encuestados asignen un valor a P_{t+1}^e tal que los conduzca a escoger la i -ésima opción. Es decir, existe una función h que permite establecer un vínculo entre π_{it} y P_{t+1}^e , $\pi_{it} = h_i(P_{t+1}^e)$. En la literatura de MML es frecuente el uso del logaritmo de los puntos de ventaja (log odds) para establecer un mecanismo que permite hacer depender a los π_{it} de la función, h (log—lineal), que establece una relación entre las probabilidades con sus determinantes y cuya forma es descrita a continuación²⁰:

$$\begin{aligned} \lg \left(\frac{\pi_{1t}}{\pi_{2t} + \pi_{3t}} \right) &= k_1 + \beta P_{t+1}^e \\ \lg \left(\frac{\pi_{1t} + \pi_{2t}}{\pi_{3t}} \right) &= k_2 + \beta P_{t+1}^e \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde $\beta > 0$ y los k_j ($j = 1, 2$ con $k_1 < k_2$) están asociados con los umbrales que los encuestados deben considerar al tomar una opción específica y que

²⁰Existen otras alternativas para describir esta característica que permiten establecer una relación entre las probabilidades de dos o mas eventos en el caso de MML. La propiedad que se tiene que cumplir está vinculada con la necesidad de garantizar que los eventos que se examinen no permitan establecer una relación de sustitución entre ellos. La propiedad es conocida como IIA (Independence of Irrelevant Alternatives) y garantiza el éxito en el uso del MML. En Judge et al (1980), se postula, por ejemplo, la siguiente función log—lineal.

$$\log \left\{ \frac{P_{ik}}{P_{i1}} \right\} = \exp[x_i(\beta_k - \beta_1)]$$

producen la separación entre las diferentes alternativas de la pregunta P1²¹. Así, usando (2.9) y el hecho de que la suma de los π_{it} es igual a uno se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\pi_{1t} &= \frac{\exp(k_1 + \beta P_{t+1}^e)}{1 + \exp(k_1 + \beta P_{t+1}^e)} \\ \pi_{2t} &= \frac{[\exp(k_2) - \exp(k_1)] \exp(\beta P_{t+1}^e)}{[1 + \exp(k_1 + \beta P_{t+1}^e)][1 + \exp(k_2 + \beta P_{t+1}^e)]} \\ \pi_{3t} &= \frac{1}{1 + \exp(k_2 + \beta P_{t+1}^e)}\end{aligned}\tag{2.10}$$

Abordar el problema de estimación de (2.8) usando (2.10) no es factible, en la medida que los π_{it} dependen de P_{t+1}^e la cual es una variable no—observada. Si se introduce algún mecanismo de construcción de expectativas, de tal forma que, π_{it} pueda ser expresado a partir de variables observadas, el problema de estimación puede ser resuelto. Por ejemplo, si los encuestados forman su expectativas autorregresivamente, siguiendo un modelo como el presentado a continuación se tiene que, para valores de c_h que decaen exponencialmente, el modelo de formación de expectativas más adecuado es uno de carácter adaptativo²².

²¹Es conveniente señalar que las opciones de la pregunta tienen implícito el siguiente argumento. Al responder la encuesta el l -ésimo individuo tiene en mente, por ejemplo, el siguiente esquema de decisión, D_l :

$$D_l = \begin{cases} (A) & \text{si } P_{t+1}^e > a + \delta_U \\ (B) & \text{si } a - \delta_L \leq P_{t+1}^e \leq a + \delta_U \\ (C) & \text{si } P_{t+1}^e < a - \delta_L \end{cases}$$

Para Kanoh y Dong Li (1990), se supone para el l -ésimo individuo que su percepción acerca de la evolución futura debe cumplir con $c_{i-1}^l < P_{t+1}^e < c_{i-1}^l$, donde (c_{i-1}^l, c_i^l) es el intervalo de umbrales donde la opción i es escogida. Como se verá más adelante, en el caso de los modelos de fricción usados, por ejemplo, para estimar niveles esperados de crecimiento en precios, a menudo se introduce una restricción de simetría $\delta_U = \delta_L = \delta$, la cual hace más sencillo el proceso de estimación.

²²Los modelos que soportan una especificación de esta naturaleza son de carácter, estático, extrapolativo [(el pasado se repite) o (el pasado se revierte)] y adaptativo. De otro lado, si se introducen otras variables en la especificación del proceso de formación de expectativas y/o, se acepta que estas entren conjuntamente con algunos rezagos de P_t^e , es factible entonces involucrar modelos similares a los que se utilizan para describir el comportamiento de la inflación a partir de fundamentales, es decir, a partir de modelos que usan variables sugeridas por la teoría económica (Madsen 1996).

$$\begin{aligned}
P_{t+1}^e &= \sum_{h=0}^H c_h P_{t-h}^o \text{ con } \sum_{h=0}^H c_h = \tau, \quad (0 < \tau \leq 1) \Rightarrow \\
\beta P_{t+1}^e &= \sum_{h=0}^H \beta c_h P_{t-h}^o = \sum_{h=0}^H d_h P_{t-h}^o
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Con las condiciones descritas por (2.10) y (2.11) y reemplazando en (2.8) se tiene que f_{n_t} toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
f_{n_t} &= \tag{2.12} \\
&\left[\frac{\exp(k_1 + \sum_{h=0}^H d_h P_{t-h}^o)}{1 + \exp(k_1 + \sum_{h=0}^H d_h P_{t-h}^o)} \right]^{n_{1t}} \times \\
&\left[\frac{[\exp(k_2) - \exp(k_1)] \exp(\sum_{h=0}^H d_h P_{t-h}^o)}{[1 + \exp(k_1 + \sum_{h=0}^H d_h P_{t-h}^o)][1 + \exp(k_2 + \sum_{h=0}^H d_h P_{t-h}^o)]} \right]^{n_{2t}} \times \\
&\left[\frac{1}{1 + \exp(k_2 + \sum_{h=0}^H d_h P_{t-h}^o)} \right]^{n_{3t}} \times \underbrace{\frac{N_t!}{n_{1t}! n_{2t}! n_{3t}!}}_{c_t}
\end{aligned}$$

Así, la estimación de los parámetros de interés y la construcción de la variable de expectativas a partir de la estimación de c_h , (\hat{c}_h), puede hacerse usando

$$\hat{P}_{t+1}^e = \sum_{h=0}^H \hat{c}_h P_{t-h}^o \text{ con } \hat{c}_h = \frac{\hat{d}_h}{\sum_{h=0}^H \hat{d}_h} \tag{2.13}$$

Es de señalar que, el modelo descrito en (2.8) no ofrece la posibilidad de involucrar mecanismos de aprendizaje en la medida en que los parámetros

de interés no reflejan condiciones asociadas con ese tipo de procesos. Sin embargo, es factible introducirlos a partir de la consideración de una forma funcional que permita hacer la descripción del mecanismo con el que los encuestados aprenden²³. La estimación de (2.8) usando (2.10) puede hacerse empleando métodos numéricos no—lineales convencionales dado que no existe una solución analítica y la forma de la función de verosimilitud, (L) , o de su logaritmo es no—lineal. En este caso el logaritmo de la función de verosimilitud permite ver la función a partir de una expresión mucho más simple en cada momento t :

$$\log \left[L(\underbrace{k_1, k_2, d_0, \dots, d_H}_{\theta}; n_t) \right] = \log(L_t) = \log(c_t) + \sum_{i=1}^3 n_{it} \log(\pi_{it}) \quad (2.14)$$

en consecuencia, el estimador máximo verosimil²⁴ de θ , denotado como $\tilde{\theta}$, es

²³Kanoh y Dong Li 1990, ofrecen esa alternativa al considerar (i) el modelo como de parámetros variantes, es decir, al transformar (2.9) como sigue:

$$\begin{aligned} \lg \left(\frac{\pi_{1t}}{\pi_{2t} + \pi_{3t}} \right) &= k_{1t} + \beta_t P_{t+1}^e \\ \lg \left(\frac{\pi_{1t} + \pi_{2t}}{\pi_{3t}} \right) &= k_{2t} + \beta_t P_{t+1}^e \end{aligned}$$

y (ii) al considerar un proceso de Markov de orden 1 para describir la manera como los encuestados incorporan el efecto del pasado reciente en la determinación de sus parámetros. En este caso, el mecanismo que describe el proceso es el siguiente:

$$\Theta_t = \Theta_{t-1} + \xi_t \text{ con } \xi_t \sim N_{M+H}(0, \Omega)$$

$$\Theta_t = [k_{1t} \quad k_{2t} \quad d_{0t} \quad d_{1t} \quad \dots \quad d_{Ht}]^T : (M + H) \times 1$$

La estimación de Θ se puede hacer a partir de un proceso recursivo y haciendo uso del teorema de Bayes. La distribución inicial de Θ_t es $\Theta_0 \sim N(\hat{\Theta}_0, \hat{\Sigma}_{0/0})$ y se deriva de la estimación inicial bajo parámetros invariantes; la distribución a—priori del siguiente periodo es $\Theta_1 \sim N(\hat{\Theta}_0, \hat{\Sigma}_{1/0})$ con $\hat{\Sigma}_{1/0} = \hat{\Sigma}_{0/0} + \Omega$, se usa Bayes para construir la a—posteriori, y así recursivamente se estima para todos los momentos.

²⁴En este ejercicio se utiliza para solucionar el problema métodos de estimación no—lineales los cuales pueden ser implementados a partir de las subrutinas de optimización de SAS/IML. Con el propósito de obtener una aproximación de los errores estándar asintóticos de los parámetros

aquel que cumple con la siguiente condición:

$$\tilde{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Theta} \left\{ \underbrace{\sum_{t=1}^T \log(L_t)}_{L(\theta, \eta)} \right\} \quad (2.15)$$

2.4. Modelo de Fricción (MF)

Como se mencionó en la segunda sección, existe la posibilidad de obtener una medida de expectativas a partir de la combinación de encuestas de carácter cualitativo y cuantitativo. Los requerimientos, desde el punto de vista estadístico están asociados con la mantenimiento de un tamaño de muestra "adecuado" y el mantenimiento de los supuestos descritos en secciones anteriores. En Maddala (1983) la discusión se presenta en el contexto de modelos de regresión bajo censura y truncamiento y está motivada a partir de un argumento muy sencillo que sostiene que la respuesta de una variable, (Y), a otra, (X), en muchas ocasiones, se presenta (es percibida) si X toma valores extremos. En consecuencia, el modelo puede ser visto, por ejemplo, de la siguiente forma:

$$Y_i = \begin{cases} (Y_i^* - \delta_1) < 0 & \text{si } Y_i^* < \delta_1 \\ 0 & \text{si } \delta_1 \leq Y_i^* \leq \delta_2 \\ (Y_i^* - \delta_2) > 0 & \text{si } \delta_2 < Y_i^* \end{cases} \quad (2.16)$$

$$Y_i^* = \beta' X_i + \varepsilon_i$$

donde:

- δ_i son los umbrales (thresholds) desconocidos con ($\delta_1 < 0, \delta_2 > 0$);

- Y_i^* corresponde al nivel no—observado por el i -ésimo individuo de la variable

Y

- $\varepsilon_i \sim NI(0, \sigma^2)$ ²⁵

se usa la matriz hessiana y se derivan estos a partir del cómputo de dicha matriz considerando los valores "óptimos", es decir,

$$\frac{\partial L(\theta, \eta)}{\partial \theta \partial \theta'} \Big|_{\theta = \tilde{\theta}}$$

²⁵En este caso y dado que se supone que los ε_i son normales independientes se tiene que la función de verosimilitud depende de la función de distribución normal acumulativa, Φ .

La segunda pregunta²⁶ de la encuesta del SRC, que investiga por la magnitud esperada del incremento en precios, puede ser modelada usando un argumento como el descrito para construir (2.16). En este caso, como lo plantea Maddala (1983) se puede suponer que aquellos que perciben que la inflación no cambiará en el siguiente periodo, (señal de =) están ubicados dentro de un umbral $[-\delta, \delta]$ con $\delta > 0$, en el cual se está incapacitado para discernir si la inflación subirá \uparrow , o bajará, \downarrow , significativamente.

El uso de sólo una de las opciones, por ejemplo, la correspondiente a ascenso, permite describir el fenómeno en términos del siguiente esquema para el *iésimo* individuo: sean Y_i^o y Y_i^e el nivel reportado y esperado de incremento en precios en la segunda pregunta, respectivamente. Si se supone que el nivel esperado está sujeto a incertidumbre y que sigue un modelo de la forma:

$$Y_i^e = \mu + \xi_i; \text{ con } V(\xi_i) = \sigma^2 \text{ y } E(\xi_i) = 0 \quad (2.17)$$

y adicionalmente, se considera que Y_i^o cumple con la siguiente regla:

$$Y_i^o = \begin{cases} Y_i^e & \text{si } \delta < Y_i^e \equiv (\delta - \mu) < \xi_i \\ 0 & \text{si } -\delta \leq Y_i^e \leq \delta \equiv (-\delta - \mu) \leq \xi_i \leq (\delta - \mu) \\ 0 & \text{si } -\delta > Y_i^e \equiv (-\delta - \mu) > \xi_i \end{cases} \quad (2.18)$$

se tiene que la distribución probabilística de Y_i^o está determinada por el supuesto que se haga acerca de la distribución de ξ_i . Así, si $\xi_i \sim NI(0, \sigma^2)$ la distribución conjunta de las n respuestas definidas en el vector $y^o = (y_1^o, \dots, y_n^o)$ puede ser vista como $L(\theta : y^o)$ con $\theta = (\delta, \mu, \sigma^2)$; $S = \frac{\delta - \mu}{\sigma}$; $I = \frac{-\delta - \mu}{\sigma}$

$$L(\theta : y^o) = \prod_{i \in \{\uparrow\}} \phi \left[\frac{y_i^o - \mu}{\sigma} \right] \prod_{i \in \{=\}} [\Phi(S) - \Phi(I)] \prod_{i \in \{\downarrow\}} \Phi(I) \quad (2.19)$$

donde ϕ y Φ corresponden, respectivamente, a la funciones de densidad y acumulativa de una distribución normal estándar²⁷. Al igual que en el caso anterior, el estimador de ML de θ , $\tilde{\theta}$, se puede derivar a partir de logaritmo de (2.19) y usando métodos numéricos es posible solucionar el problema de optimización, de

²⁶La cual es contestada por los individuos cuya respuesta a la pregunta P1, (similar a la presentada en la sección 2.2), significa que estos esperan que la inflación del siguiente periodo va a ser mayor a la observada en el periodo presente.

²⁷Nótese que

$$-\delta \leq Y_i \leq \delta = (-\delta - \mu) \leq \xi_i \leq (\delta - \mu)$$

tal forma que se deriven conjuntamente valores para δ, μ , y σ^2 los cuales cumplen con la siguiente condición:

$$\tilde{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Theta} \{\log [L(\theta : y^o)]\} \quad (2.20)$$

3. Simulación de formación de expectativas

Con el proposito de examinar de qué tipo y qué tan fuertes son las diferencias que se producen al considerar diferentes mecanismos de formación de expectativas al tratar de construir la variable de expectativas a partir de una encuesta de carácter cualitativo y compararlas con la que se obtienen de una encuesta cuantitativa, se hace necesario establecer un punto de referencia que está asociado, no solo, con el tipo de mecanismo de formación (extrapolativo, adaptativo, racional), sino también, con el nivel de variabilidad usado en cada simulación.

Los ejercicios que se presentan en este documento parten de la simulación de la respuesta cuantitativa de los encuestados de la cual se deriva una respuesta cualitativa. Esta última se deriva del uso de reglas similares a las descritas en (2.6), (2.16) o (2.18). De esta forma, es posible conformar los conteos, n_{it} , que luego son utilizados para estimar (2.10) o (2.19).

Los supuestos que se hacen para este tipo de encuestas y que en este caso se cumplen en su totalidad, son los siguientes: (i) el $100\pi_{it}$ % de los individuos potencialmente comparten la opinion de que la inflación cae en la *iésima* opción en el momento t , (ii) las alternativas de carácter discreto ofrecidas son mutuamente excluyentes, de tal forma que, la escogencia de alguna opción por parte de los individuos es creible y (iii) existe un umbral donde los encuestados no pueden discriminar que sucede, en términos de ascenso y descenso, dando paso a la conformación de la opción de no cambio.

y es equivalente a

$$\underbrace{\frac{(-\delta - \mu)}{\sigma}}_I \leq \underbrace{\frac{\xi_i - 0}{\sigma}}_{\leq Z \leq} \leq \underbrace{\frac{(\delta - \mu)}{\sigma}}_S$$

pero $Z \sim N(0, 1)$. El procedimiento es similar si se considera otro tipo de distribución para los ξ_i .

3.1. Modelos de formación de expectativas usados

Los modelos de formación de expectativas considerados en este trabajo son los siguientes:

(A) Expectativas extrapolativas:

En este caso P_{t+1}^e se comporta de la siguiente forma:

$$P_{t+1}^e = \sum_{h=0}^H c_h P_{t-h}^o \text{ con } \sum_{h=0}^H c_h = 1 \quad (3.1)$$

por ejemplo, cuando $H = 2$, Nerlove et all (1979) usan la siguiente representación:

$$P_{t+1}^e = P_t^o + \lambda_1(P_t^o - P_{t-1}^o) + \lambda_2(P_{t-1}^o - P_{t-2}^o) \quad (3.2)$$

la cual es equivalente a :

$$P_{t+1}^e = \underbrace{(1 + \lambda_1)}_{c_0} P_t^o + \underbrace{(\lambda_2 - \lambda_1)}_{c_1} P_{t-1}^o - \underbrace{\lambda_2}_{c_2} P_{t-2}^o \quad (3.3)$$

y en consecuencia se tiene que: $\lambda_1 = (c_0 - 1)$ y $\lambda_2 = -c_2$ para cumplir con la condición descrita en (3.1). Así, por ejemplo, si la pareja $(c_0, c_2) = (1, 0)$ el modelo es estático, con $(c_0 > 1, c_2 < 0)$ el modelo extrapola la tendencia pasada [el pasado se repite] mientras que con $(c_0 < 1, c_2 > 0)$ el modelo reversa la tendencia que sigue la serie [el paso se revierte]. Con el propósito de simular la respuesta del j^{esimo} encuestado de acuerdo con la información disponible hasta el momento t , definida está como $P_{t+1}^{e(j)}$ se considera la siguiente expresión:

$$P_{t+1}^{e(j)} = \sum_{h=0}^H c_h P_{t-h}^o + \omega_t^{(j)} \text{ con } \sum_{h=0}^H c_h = 1 \quad (3.4)$$

para $\omega_t^{(j)} \sim N(0, \sigma_\omega^2)$. En este caso, el ejercicio de simulación consiste en: (i) simular la variable de inflación²⁸ o de precios de referencia que será usada en (3.3)

²⁸Se usa un modelo $AR(2)$ que genera ciclo (fases de ascenso y descenso determinadas por los parámetros del modelo autorregresivo) el cual permite confrontar el desempeño de la respuesta cualitativa y de los mecanismos de formación de expectativas, en la medida en que la variable observada presenta ascensos y descensos que se deben reflejar en los conteos y en la estimación de la componente de expectativas, dependiendo del proceso de formación simulado. Los parámetros y los residuos del modelo $AR(2)$ simulado cumplen con los requerimientos básicos de una buena estimación (residuos normales y no autocorrelacionados, parámetros significativos).

y (3.4); (ii) muestrear n observaciones de una distribución $N(0, \sigma_\omega^2)$ para cada período con el fin de obtener realizaciones de $\omega_t^{(j)}$; (iii) construir la secuencia de $\left\{ P_{t+1}^{e(j)} \right\}_{j=1, \dots, n}$ usando los pasos anteriores y (iv) repetir el proceso anterior para T periodos de tal manera que se tenga un panel de tamaño $n \times T$.

(B) Expectativas Adaptativas:

El modelo adaptativo tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_{t+1}^e - P_t^e &= \gamma(P_t^o - P_t^e) \text{ con } 0 < \gamma < 1 \\ (1 - \varphi B)P_{t+1}^e &= \gamma P_t^o \text{ con } \varphi = (1 - \gamma) \end{aligned} \quad (3.5)$$

con el propósito de simular la respuesta del j^{esimo} individuo es necesario hacer los mismos supuestos y pasos descritos para construir la variable de expectativas bajo modelos de carácter extrapolativo, la ecuación que se utiliza en este caso es la siguiente:

$$P_{t+1}^{e(j)} = (1 - \gamma)P_t^e + \gamma P_t^o + \omega_t^{(j)} \quad (3.6)$$

donde $P_0^e = E[P_0^o] = \mu_p$ en el caso en que P_t^e sea estacionario²⁹. Al igual que en que el caso anterior P_t^o es generado bajo un esquema $AR(2)$. Al introducir (3.5) o (3.6) en (2.8) o (2.10) el problema de estimación de los parámetros no se puede resolver puesto que P_t^e no es observado. Sin embargo, en la medida en que existe una representación infinita de (3.5) o (3.6) cuya forma general es:

$$P_{t+1}^e = \gamma \sum_{l=0}^{\infty} \varphi^l P_{t-l}^o + \varepsilon_t \quad (3.7)$$

es factible entonces para efectos de solucionar el problema de estimación de (2.10) usar un número finito de rezagos para aproximar a P_{t+1}^e . El número de rezagos requeridos en P_t^o para aproximar a P_{t+1}^e depende de la magnitud de la velocidad de ajuste γ . Por ejemplo, si γ tiende a 1 es necesario usar un número grande de rezagos.

²⁹Es importante mencionar que si P^o es $I(1)$, P^e heredará esta propiedad puesto que depende contemporánea y rezagadamente de P^o . En Bakhshi y Yates (1998), en el contexto de una encuesta cuantitativa para el Reino Unido, se encuentra una discusión acerca de las propiedades estadísticas deseadas en P^e cuando P^o es $I(1)$. Por ejemplo, si las expectativas se forman racionalmente se espera que $(P_{t/t-h}^e, P_t^o)$, (donde h es el horizonte de pronóstico que se investiga en la encuesta) estén cointegradas con vector de cointegración $(1 - 1)$ y que no se reconozca la existencia de alguna componente de tendencia.

(C) Expectativas Racionales

Un mecanismo comunmente usado para comprobar que las expectativas que forman los encuestados son racionales, en el contexto de algún esquema de formación de expectativas, es examinar si el error de predicción es insecgado y no depende (no está correlacionado) del conjunto de información disponible hasta el momento $(t - 1)$, $I_{t-1}^* = \{I_{t-1}, I_{t-2}, \dots\}$. Si las expectativas son racionales, el estimador será (i) óptimo, (respecto al conjunto de información I_{t-1}^*), o (ii) insecgado, o (iii) de varianza mínima. Como se señaló en la discusión de los MEBE en la segunda sección, es necesario considerar algún tipo de restricción al PGD tal que se produzca un P_{t+1}^e que cumpla con las características descritas previamente. Por ejemplo, en Nerlove y Schuermann (1995) se usa un proceso de formación de expectativas de carácter adaptativo, como el descrito en (3.5) y se impone una restricción sobre P_t^o que implica que éste sea no—estacionario, y siga un modelo de media móvil de la forma:

$$(1 - B)P_t^o = u_t; \text{ con } u_t = \varepsilon_t + (\gamma - 1)\varepsilon_{t-1} \quad (3.8)$$

de tal manera que P_{t+1}^e derivado a partir de un mecanismo adaptativo genere expectativas que cumplen con la condiciones descritas anteriormente³⁰. Con el

³⁰En $P_{t+1}^e - P_t^e = \gamma(P_t^o - P_t^e)$ se tiene un modelo de la forma

$$\begin{aligned} (i) \quad P_{t+1}^e &= P_t^e + \gamma(P_t^o - P_t^e) \\ (ii) \quad P_{t+1}^e &= \frac{\gamma}{[1 - (1 - \gamma)B]} P_t^o \end{aligned}$$

bajo expectativas racionales se espera que la variabilidad en los cambios de $P_{t+1}^e, \nabla P_{t+1}^e$, sea mínima. Así, se tiene que (ii) puede ser visto como,

$$\begin{aligned} (iii) \quad \nabla P_{t+1}^e &= \frac{\gamma}{\phi(B)} \nabla P_t^o, \text{ con} \\ \phi(B) &= [1 - (1 - \gamma)B] \end{aligned}$$

si ∇P_t^o sigue un modelo $MA(1)$ de la forma:

$$(iv) \quad \nabla P_t^o = \eta_t - (1 - \gamma)\eta_{t-1} = \phi(B)\eta_t$$

se tiene que la varianza de ∇P_{t+1}^e es mínima. [Por simplicidad considere $E[\nabla P_t^o] = 0$, en consecuencia, si no es posible generar un reducción de términos de la expresión del lado derecho de (iii) al calcular el valor

$$E \left[\left\{ \frac{\gamma}{\phi(B)} \nabla P_t^o \right\}^2 \right] = V[\nabla P_t^e]$$

propósito de generar la respuesta cuantitativa y derivar la cualitativa implícita, el procedimiento que se usa es el siguiente: se genera $(1 - B)P_t^o$, como el $MA(1)$ descrito en (3.8), se integra la serie, es decir, se genera P_t^o , y luego se construye la serie de expectativas siguiendo lo señalado en la sección 3.1 (B).

3.2. Resultados de la simulación y estimación bajo MML.

Dado que las estimaciones de los parámetros están sujetas al valor del umbral que se utilice se decidió usar el mismo δ ($\delta = 0.5$) en todos los casos y se optó por cambiar la desviación estandar del término de error usado en la simulación de la respuesta cuantitativa, $\sigma_\omega = (0.25, 0.50, 0.75) = (\frac{1}{2}\delta, \delta, \frac{3}{2}\delta)$, para evaluar el efecto de cambios en la variabilidad de este sobre la estimación de P_{t+1}^e . En todos los casos se consideran las respuestas cuantitativas de 250 individuos para construir la respuesta cualitativa.

Es importante señalar que, para efectos de la estimación: (i) la única información que se utiliza es la correspondiente al nivel observado, P_t^o , y los conteos n_{it} ; (ii) la estimación se presenta para los 3 grados de incertidumbre mencionados anteriormente, de tal forma que, se pueda tener una idea del efecto de estos cambios sobre la estimación de P_{t+1}^e y (iii) se consideran las restricciones implícitas en los mecanismos descritos en la sección anterior.

(A) Expectativas Extrapolativas

En el Cuadro 2 se presentan, a manera de ilustración, los resultados de la simulación (los conteos) de 20 encuestas usando un modelo de carácter extrapolativo donde las expectativas que forman los agentes se constituyen siguiendo la tendencia que observan en P_t^o . En el mismo cuadro se presenta una estadística de

se tendría que considerar una expresión de la siguiente forma:

$$\left\{ \frac{1}{\phi(B)} \nabla P_t^o \right\}^2 = \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} (1 - \gamma)^j \nabla P_{t-j}^o \right\}^2$$

la cual produce claramente una varianza mayor y se reduce a un valor mínimo si $\nabla P_t^o = \phi(B)\eta_t$.

Cuadro 2
 Simulación Formación de Expectativas
 Modelo: Extrapolativo
 Primeras 20 Encuestas
 ($c_0 > 1, c_2 < 0$)

t	P^o_t	n_{1t}	n_{2t}	n_{3t}	balance
1	20.54	63	124	63	0.0
2	20.51	65	119	66	-0.4
3	20.71	70	127	53	6.8
4	20.34	60	129	61	-0.4
5	20.08	28	106	116	-35.2
6	20.66	53	147	50	1.2
7	20.58	123	102	25	39.2
8	21.14	79	123	48	12.4
9	20.75	101	113	36	26.0
10	20.50	30	105	115	-34.0
11	21.72	100	116	34	26.4
12	22.71	222	27	1	88.4
13	23.17	181	65	4	70.8
14	23.68	137	93	20	46.8
15	23.47	104	104	42	24.8
16	22.16	15	85	150	-54.0
17	20.19	0	9	241	-96.4
18	18.12	0	3	247	-98.8
19	16.77	0	1	249	-99.6
20	15.98	0	28	222	-88.8

balance³¹, comúnmente usada en encuestas de carácter cualitativo.

Cuadro 3
Parámetros Estimados y usados en la simulación
Modelo Extrapolativo $c_0 > 1, c_2 < 0$
[Entre () errores estándar]

c_i	σ_ω			c_i^S
	0.25	0.5	0.75	
c_0	1.064 (0.17)	1.258 (0.16)	1.149 (0.17)	1.400
c_1	0.936 (0.28)	0.614 (0.27)	0.851 (0.29)	0.400
c_2	-1.000 (0.17)	-0.872 (0.16)	-1.000 (0.17)	-0.800

El Cuadro 3 reporta los valores estimados de los parámetros de interés, así como, los valores usados en la simulación, (c_i^S), para las 3 opciones de σ_ω ya mencionadas, cuando un modelo extrapolativo, que sigue la tendencia observada, es simulado.

En el Cuadro 4³² se presenta el desempeño de la estimación usando (2.10) al derivar la respuesta cualitativa para cada uno de los valores de σ_ω manteniendo el umbral fijo y simétrico. En la figura 3.1 se presenta la estimación de la diferencia entre el valor estimado de las expectativas encontradas a partir de la encuesta cuantitativa y la cualitativa implícita para $\sigma_\omega = \delta^{33}$ a lo largo de las 97 encuestas simuladas.

³¹El balance es una medida que relaciona el porcentaje de repuestas de una señal con el de su respectiva señal opuesta. El cómputo se hace de la siguiente forma:

$$\left[\frac{100 * (n_{1_t} - n_{3_t})}{N_t} \right]$$

Esta medida ofrece una información acerca de hacia donde se inclina la balanza \uparrow, \downarrow teniendo en cuenta la opinión de los consideran que en el futuro las cosas van a permanecer igual a lo que se observa hoy. Valores positivos (negativos) grandes significan que entre los encuestados existe un censo respecto de la señal de $\uparrow (\downarrow)$.

³²En los Cuadros 4, 7, 9 y 12 en el primer panel se presenta información de los cuatro primeros momentos de la serie de expectativas simulada cuantitativamente (Cuant) y la serie cualitativa (Cuali) construida usando la estimación de (2.10). En el segundo panel se reportan los resultados de pruebas de normalidad sobre ambas series, en tanto que en el tercer panel se examina si existen diferencias significativas entre dichas series.

³³Los valores que se presentan en la figura (3.1) corresponde a la diferencia entre el promedio que se estimaría a partir de una encuesta cuantitativa de n individuos (equivalente a \bar{x}_t del

Cuadro 4
Modelo: Extrapolativo $c_0 > 1, c_2 < 0$

	$\sigma_\omega = 0.25$		$\sigma_\omega = 0.50$		$\sigma_\omega = 0.75$	
Estadística	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali
Media	20.350	20.358	20.350	20.354	20.351	20.356
Mediana	20.351	20.254	20.362	20.421	20.336	20.382
Max	27.588	27.479	27.601	27.503	27.612	27.673
Min	13.645	13.684	13.664	13.683	13.664	13.604
Std	3.079	3.072	3.079	3.062	3.084	3.119
Sk	-0.059	-0.060	-0.057	-0.062	-0.063	-0.055
Ku	2.353	2.363	2.352	2.355	2.353	2.364
Pruebas de Normalidad						
BJ	1.745	1.697	1.748	1.741	1.755	1.685
P-Value	0.418	0.428	0.417	0.419	0.416	0.431
N	97	97	97	97	97	97
Test de Wald $\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 1$ $P^e_{Cuant} = \alpha_0 + \alpha_1 P^e_{Cuali} + n_t$						
Coefficientes	1	0.995	1	1.005	1	0.985
F-Test		0.062		0.283		1.101
P-Value		0.940		0.753		0.337

En este caso, y dado que el modelo que se simula es el mismo, se optó por la estimación de los parámetros de interés usando todas las encuestas. Sin embargo, en la práctica, un ejercicio de esta naturaleza requiere que la estimación se haga momento a momento³⁴, y en consecuencia, es posible que los parámetros estimados cambien, sistemáticamente o no, a través del tiempo³⁵. Los resultados del Cuadro 4 confirman que en promedio los valores estimados a partir de la encuesta

Cuadro 1) y el valor estimado a partir de los conteos y el nivel observado de P_t^o (encuesta cualitativa) usando $T = 97$ encuestas.

³⁴En este ejercicio se hicieron estimaciones parciales, con diferentes tamaños de muestra, que generan distintas estimaciones del nivel esperado de P_{t+1}^e . Como era de esperar, los resultados no difieren significativamente de un tamaño de muestra a otro, es decir, no existe un sesgo respecto del nivel promedio derivado de la encuesta cuantitativa ("benchmark").

³⁵En el caso de que éstos cambien sistemáticamente, el uso de un modelo con parámetros variantes como el sugerido en Kanoh y Dong Li (1990) podría resultar adecuado si la regla que gobierna los cambios en los parámetros es similar a la sugerida por los autores.

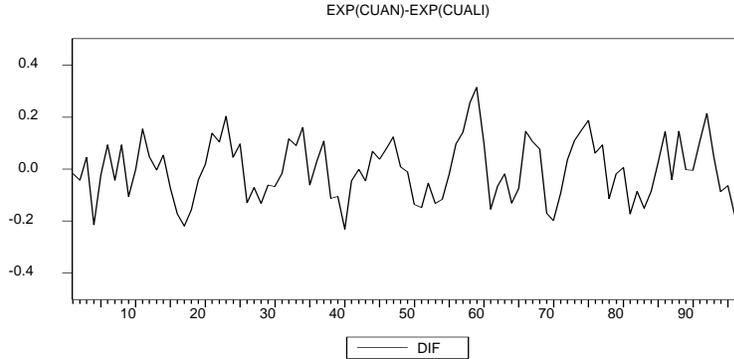


Figure 3.1:

cuantitativa son tan buenos como los que se derivarán de la cuantitativa. La figura 3.1 apoya también el argumento anterior.

Los resultados obtenidos usando un modelo en el cual los encuestados forman sus expectativas de acuerdo con un mecanismo extrapolativo en el cual se "reversa" la tendencia observada, se presentan a continuación. Las respuestas simuladas de los encuestados para las primeras 20 encuestas se presentan en el Cuadro 5, en el cual se observa que mientras $P_t^o \uparrow$ o \downarrow los conteos se mueven en la dirección contraria.

Los valores de la pareja (c_0, c_2) que se usó para la simulación, que cumplen con la condición $(c_0 < 1, c_2 > 0)$, y su respectiva estimación son presentados en el Cuadro 6. Al igual que en el caso anterior, se observa que a partir de la encuesta de carácter cualitativo es posible encontrar valores estimados de los parámetros cercanos a los simulados independientemente de valor de σ_ω usado.

La estimación de las expectativas permite señalar que la encuesta cualitativa es tan eficiente como la cuantitativa, véase Cuadros 7. En la figura 3.2, para $\sigma_\omega = \delta$, se presenta la diferencia entre el nivel promedio de las expectativas bajo la encuesta cuantitativa y el que se deriva de la encuesta cualitativa. Salvo algunos puntos (3 puntos), se observa que las diferencias entre éstas son mínimas³⁶.

³⁶Es importante señalar que, en este caso, solo para $\sigma_\omega = \frac{3}{2} \delta$ se pueden obtener residuos normales en la ecuación que relaciona el valor promedio estimado de las expectativas de la encuesta cualitativa con el derivado de la estimación de (2.10). El gráfico 3.2, el cual puede ser considerado como el equivalente al de los residuos de un modelo de regresión donde se impone la restricción del test de Wald presentado en el tercer panel del Cuadro 7, permite observar

Cuadro 5
 Simulación Formación de Expectativas
 Modelo: Extrapolativo
 Primeras 20 Encuestas
 ($c_0 < 1, c_2 > 0$)

t	P^o_t	n_{1t}	n_{2t}	n_{3t}	balance
1	20.54	32	190	28	1.6
2	20.51	53	169	28	10
3	20.71	29	162	59	-12
4	20.34	68	159	23	18
5	20.08	90	148	12	31.2
6	20.66	10	155	85	-30
7	20.58	23	162	65	-16.8
8	21.14	13	140	97	-33.6
9	20.75	43	165	42	0.4
10	20.50	93	144	13	32
11	21.72	0	73	177	-70.8
12	22.71	0	18	232	-92.8
13	23.17	2	81	167	-66
14	23.68	4	115	131	-50.8
15	23.47	32	170	48	-6.4
16	22.16	208	42	0	83.2
17	20.19	249	1	0	99.6
18	18.12	250	0	0	100
19	16.77	247	3	0	98.8
20	15.98	219	28	3	86.4

Cuadro 6
 Parámetros Estimados y usados en la simulación
 Modelo Extrapolativo $c_0 < 1, c_2 > 0$
 [Entre () errores estándar]

c_i	σ_ω			c_i^S
	0.25	0.5	0.75	
c_0	0.296 (0.13)	0.298 (0.13)	0.266 (0.13)	0.30
c_1	0.296 (0.22)	0.298 (0.22)	0.266 (0.22)	0.30
c_2	0.408 (0.13)	0.405 (0.13)	0.467 (0.13)	0.40

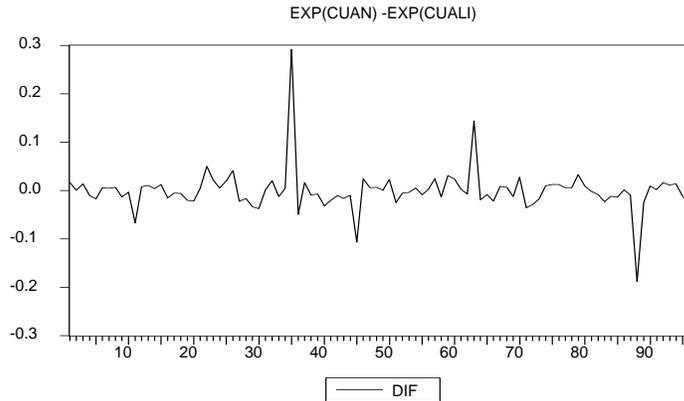


Figure 3.2:

(B) Expectativas Adaptativas

Al igual que en el caso anterior, la evaluación se hace usando el mismo mecanismo descrito para el caso extrapolativo. Como se mencionó en la sección 3.1, en este caso, la aproximación finita de (3.5) o (3.6), definida en (3.7) depende de la velocidad de ajuste que se utilice. Se considera un valor de $\gamma = 0.8$, para el cual se optó por un número de rezagos igual a 3, los cuales unidos con el efecto contemporáneo recogen teóricamente el 99.8% de la respuesta total.

la presencia, por ejemplo, de un valor atípico en $t = 35$, que sesga el resultado del test de normalidad. Parte de esta discrepancia esta asociada con la senda que sigue P_t^o previamente, véase figura 5.1 Obs.

Cuadro 7
Modelo: Extrapolativo $c_0 < 1, c_2 > 0$

Estadística	$\sigma_\omega = 0.25$		$\sigma_\omega = 0.50$		$\sigma_\omega = 0.75$	
	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali
Media	20.372	20.372	20.372	20.372	20.373	20.372
Mediana	20.545	20.542	20.559	20.543	20.564	20.562
Max	24.166	24.161	24.193	24.160	24.186	24.183
Min	15.490	15.506	15.532	15.508	15.500	15.473
Std	2.031	2.032	2.038	2.032	2.035	2.032
Sk	-0.226	-0.223	-0.217	-0.223	-0.222	-0.223
Ku	2.519	2.512	2.499	2.512	2.502	2.512
Pruebas de Normalidad						
BJ	1.763	1.768	1.778	1.769	1.799	1.764
P-Value	0.414	0.413	0.411	0.413	0.407	0.414
N	97	97	97	97	97	97
Test de Wald $\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 1$ $P^e_{Cuant} = \alpha_0 + \alpha_1 P^e_{Cuali} + n_t$						
Coefficientes	1	1.000	1	1.002	1	0.999
F-Test		ND		ND		0.078
P-Value		ND		ND		0.925

Cuadro 8
Parámetros Estimados y usados en la simulación
Modelo Adaptativo $\gamma = 0.8$
[Entre () errores estándar]

c_i	σ_ω			c_i^S
	0.25	0.50	0.75	
c_0	0.779 ND	0.804 (0.028)	0.758 (0.028)	0.800
c_1	0.174 ND	0.158 (0.053)	0.186 (0.053)	0.160
c_2	0.039 ND	0.031 (0.054)	0.045 (0.054)	0.032
c_3	0.009 ND	0.006 (0.027)	0.011 (0.028)	0.006

Cuadro 9
Modelo: Adaptivo $\gamma = 0.80$

Estadística	$\sigma_\omega = 0.25$		$\sigma_\omega = 0.50$		$\sigma_\omega = 0.75$	
	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali
Media	20.361	20.361	20.362	20.360	20.369	20.361
Mediana	20.542	20.537	20.560	20.555	20.511	20.548
Max	24.136	24.140	24.166	24.151	24.161	24.128
Min	15.344	15.364	15.377	15.355	15.391	15.373
Std	2.152	2.145	2.150	2.157	2.153	2.134
Sk	-0.201	-0.202	-0.203	-0.200	-0.207	-0.204
Ku	2.411	2.415	2.396	2.409	2.432	2.420
Pruebas de Normalidad						
BJ	2.034	2.021	2.119	2.034	1.975	2.009
P-Value	0.362	0.364	0.347	0.362	0.372	0.366
N	96	96	96	96	96	96
Test de Wald $\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 1$ $P^e_{Cuant} = \alpha_0 + \alpha_1 P^e_{Cuali} + n_t$						
Coefficientes	1	1.005	1	0.996	1	1.010
F-Test		ND		ND		1.906
P-Value		ND		ND		0.154

En el Cuadro 8 se presentan los resultados de la estimación de los parámetros³⁷, en tanto que en el Cuadro 9, se ofrece una comparación de los resultados entre la encuesta cualitativa y la encuesta cuantitativa para algunas medidas de tendencia central y dispersión.

En la figura 3.3, para $\sigma_\omega = \delta$, se presentan los resultados de la diferencia entre

³⁷La estimación con $\sigma_\omega = \frac{1}{2}\delta$ se ve afectada por la presencia de un salto significativo en la P^o en la observación 58 ($P_{57} = 18.40, P_{58} = 21.73$) la cual afecta sistemáticamente los conteos hacia adelante, (en la medida en que la componente esperada es una suma ponderada) siendo obviamente el más susceptibles aquel donde la regla que discrimina es más fuerte, es decir, en el umbral más pequeño.

Es importante anotar: (i) que a pesar de que algunos de los parámetros en la estimación resultan no significativos, la tasa de decrecimiento que se observa en la estimación es la correspondiente a la de un modelo en el que los valores de los parámetros decaen a una tasa constante, $(1 - \hat{\gamma})$, como lo exige un modelo de esta naturaleza y (ii) que la estimación de los parámetros puede verse sesgada en la medida en que sólo se utiliza una aproximación finita de (3.6).

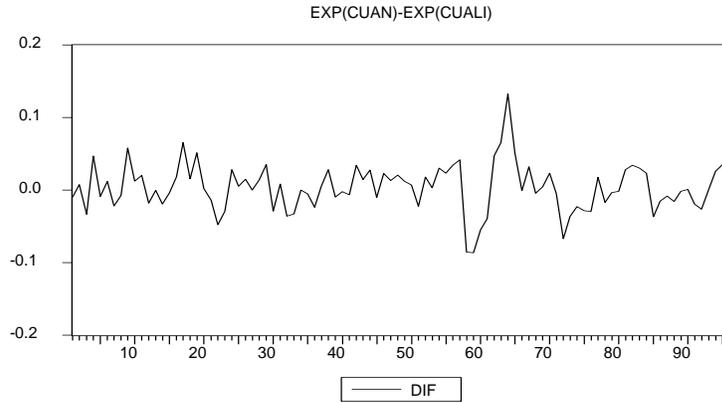


Figure 3.3:

las expectativas construidas a partir de la encuesta cuantitativa y la cualitativa, de nuevo, se confirma que la discrepancia entre la series es mínima.

(C) Expectativas Racionales

El proceso de simulación bajo el esquema propuesto en la sección 3.1 (C) genera resultados similares a los descritos para las otras alternativas. En este caso por comodidad se usa un valor de $\gamma = 0.8$ y se generan separadamente cada uno de los $MA(1)$ que describen $(1 - B)P_t^o = u_t$; con $u_t = \varepsilon_t + (\gamma - 1)\varepsilon_{t-1}$ para los tres ejercicios de simulación propuestos, a diferencia del caso anterior donde se mantuvo el mismo DGP de la serie observada en todos los casos. En el Cuadro 10 se presentan los resultados de las pruebas de raíz unitaria tanto para las series de expectativas construidas como para sus respectivas series observadas. Los test (PP: Phillips y Perron, ADF: Augmented Dickey Fuller, τ) confirman la existencia de una tendencia estocástica en los datos.

En los Cuadros 11 y 12 se presentan los resultados de las estimaciones de los parámetros de interés, así como, la estimación de los primeros cuatro momentos para las series de cambios provenientes de la simulación de la encuesta cuantitativa y cualitativa. Al igual que en casos anteriores, se observa claramente que tanto la encuesta cualitativa permite obtener estimativos que no difieren significativamente de los que se alcanzarían con la encuesta cuantitativa. La figura 3.4 asociada con la estimación bajo $\sigma_w = \delta$ confirma también ese resultado.

Los resultados obtenidos, usando diferentes alternativas de construcción de la variable de expectativas y estimados bajo el MML, permiten concluir que la

Cuadro 10
Pruebas de Raíz Unitaria
Expectativas Racionales Modelo Adaptativo $\gamma = 0.80$
Valor Crítico (0.05) : -1.944

Variable	$\sigma_\omega = 0.25$		$\sigma_\omega = 0.50$		$\sigma_\omega = 0.75$	
	PP	ADF	PP	ADF	PP	ADF
P^e_{CUANT}	-0.0120	-0.0042	-0.6014	-0.6927	-1.5614	-1.5779
P^e_{CUALI}	-0.1764	-0.2247	-0.7502	-0.8414	-1.5439	-1.5354
P^o	0.0360	-0.0630	-0.5310	-0.6663	-1.6209	-1.3476

Cuadro 11
Parámetros Estimados y usados en la simulación
Expectativas Racionales Modelo Adaptativo $\gamma = 0.8$
[Entre () errores estándar]

c_i	σ_ω			c_i^S
	0.25	0.50	0.75	
c_0	0.759 (0.051)	0.759 (0.035)	0.779 (0.028)	0.800
c_1	0.185 (0.061)	0.185 (0.043)	0.174 (0.034)	0.160
c_2	0.045 (0.060)	0.045 (0.043)	0.039 (0.034)	0.032
c_3	0.011 (0.050)	0.011 (0.034)	0.009 (0.028)	0.006

estimación de (2.10), a partir de los conteos, es tan eficiente como la cuantitativa misma, en la extracción de la señal y la estimación del nivel de la variable de expectativas. Es importante mencionar que, los resultados bajo MML permiten concluir que los cuatro primeros momentos de las series de expectativas, derivadas de la simulación cuantitativa y la extracción de la respuesta cualitativa implícita, son similares.

3.3. Resultados de la simulación y estimación bajo MF.

En esta sección se presentan los resultados de la estimación de los parámetros de interés en el caso del modelo descrito en (2.18) únicamente para 2 modelos de formación de expectativas: el extrapolativo y el adaptativo, este último supone que los encuestados son racionales. En este caso, y para ser consistentes con lo

Cuadro 12
Expectativas Racionales - Modelo: Adaptivo $\gamma = 0.80$
(1 - B)P^e

	$\sigma_\omega = 0.25$		$\sigma_\omega = 0.50$		$\sigma_\omega = 0.75$	
Estadística	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali	Cuant	Cuali
Media	0.004	0.004	-0.022	-0.022	-0.066	-0.066
Mediana	-0.002	0.009	0.014	0.001	-0.085	-0.088
Max	0.843	0.810	0.846	0.814	0.902	0.937
Min	-1.553	-1.469	-1.063	-1.014	-0.966	-0.978
Std	0.437	0.416	0.377	0.361	0.432	0.417
Sk	-0.468	-0.490	-0.184	-0.160	0.129	0.128
Ku	3.591	3.568	2.911	2.888	2.419	2.534
Pruebas de Normalidad						
BJ	4.858	5.084	0.570	0.454	1.600	1.123
P-Value	0.088	0.079	0.752	0.797	0.449	0.570
N	95	95	95	95	95	95

presentado en las secciones anteriores, se utilizan los resultados individuales de las simulaciones de las encuestas presentadas en la sección anterior para los casos extrapolativo—reversivo y adaptativo—racional. Para la estimación de los parámetros del modelo de fricción se mezcla la información de encuestas consecutivas³⁸. Las componentes de (2.19), implícitas en la discusión, bajo las dos representaciones tienen entonces la siguiente forma:

$$y_{i_t}^o = (P_{i_{t+1}}^e - P_t^o) \quad (3.9)$$

$$\mu_t = \begin{cases} \left\{ \sum_{h=0}^2 c_h P_{t-h}^o - P_t^o \right\} & \text{si } P_{i_{t+1}}^e \rightarrow \text{Modelo Extrapolativo} \\ \left\{ \sum_{h=0}^3 w_h P_{t-h}^o - P_t^o \right\} & \text{si } P_{i_{t+1}}^e \rightarrow \text{Modelo Adaptativo} \end{cases} \quad (3.10)$$

³⁸Un argumento a favor de este tratamiento es la posibilidad de disminuir tamaño de muestra y ofrecer un mecanismo más eficiente (en términos de que el conjunto de información I_t que se usa es distinto en cada encuesta) para estimar los parámetros y sus errores estandar.

Cuadro 13
 Modelo: Extrapolativo
 $(c_0 > 1, c_2 < 0); \delta = 0.50 : \sigma_w = 0.75$

Adicionando 2 encuestas más: 750 obs							
Parámetros	Encuesta:15		Encuesta:30		Encuesta:69		Simulado
θ	$\hat{\theta}$	$\hat{\sigma}_\theta$	$\hat{\theta}$	$\hat{\sigma}_\theta$	$\hat{\theta}$	$\hat{\sigma}_\theta$	θ
c_0	0.291	0.052	0.277	0.056	0.253	0.041	0.300
c_1	0.320	0.060	0.276	0.076	0.328	0.046	0.300
c_2	0.389	0.049	0.447	0.059	0.419	0.031	0.400
Estadísticas de la serie y_{it}^o							
No. Ascensos	324		177		218		
Media	1.163		1.004		1.062		
Std	0.501		0.421		0.429		
Min	0.508		0.508		0.505		
Max	2.862		2.336		2.696		
Adicionando 5 encuestas más: 1500 obs							
c_0	0.298	0.036	0.284	0.031	0.271	0.031	0.300
c_1	0.279	0.029	0.305	0.051	0.306	0.030	0.300
c_2	0.424	0.033	0.411	0.050	0.423	0.027	0.400
Estadísticas de la serie y_{it}^o							
No. Ascensos	457		399		462		
Media	1.096		1.067		1.067		
Std	0.472		0.449		0.442		
Min	0.503		0.502		0.503		
Max	2.862		2.701		3.307		

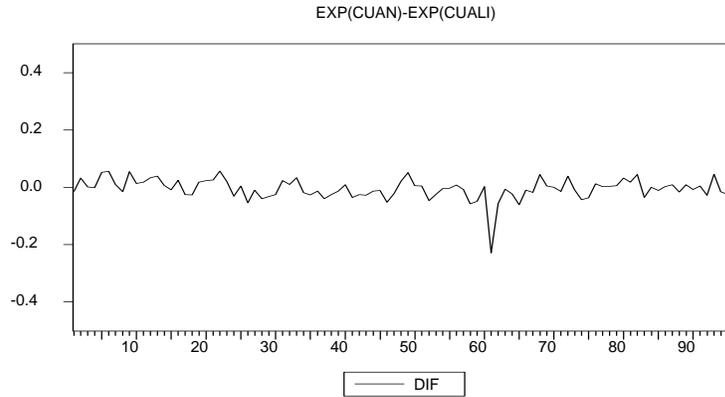


Figure 3.4:

En el Cuadro 13 se presenta la estimación de los parámetros de interés de (2.19), utilizando (3.9) y (3.10) y diferentes puntos de inicio para encuestas consecutivas para el modelo extrapolativo, así como algunas estadísticas de y_{it}^o . Los resultados de la estimación de los parámetros permiten concluir que es posible derivar estimativos de éstos a partir del MF. Es importante señalar que, debido a que el ejercicio se llevo a cabo considerando las simulaciones anteriores, la estimación de δ y σ no se efectuó. En este caso se consideraron dos restricciones ($\delta = 0.5$) y ($\sigma = \sigma_w = 0.75$)³⁹.

Los resultados de la estimación para el modelo adaptativo—racional, que se presentan en el Cuadro 14, permiten concluir que es factible reproducir de una manera aceptable algunos de los párametros involucrados en el mecanismo de generación de expectativas.

³⁹En la práctica esta condición no se cumple. De hecho, los individuos no mantienen el mismo valor del umbral, en consecuencia, es necesario estimar tanto su valor como la variabilidad implícita en la escogencia de alguna de las alternativas. Para efectos de la "estimación" se optó por utilizar ambas restricciones. En una primera etapa se hicieron las estimaciones restringiendo a δ únicamente, luego se introdujo la restricción adicional sobre σ . Los resultados del test de cociente de verosimilitud ($LR^C > 57.6$ en todos los casos) favorecen el uso de ambas restricciones en lugar de una sola.

Cuadro 14
 Modelo: Adaptativo Racional
 $\delta = 0.50 : \sigma_w = 0.75$

Adicionando 5 encuestas más: 1500 obs							
Parámetros	Encuesta:15		Encuesta:55		Encuesta:75		Simulado
θ	$\hat{\theta}$	$\hat{\sigma}_\theta$	$\hat{\theta}$	$\hat{\sigma}_\theta$	$\hat{\theta}$	$\hat{\sigma}_\theta$	θ
c_0	0.724	0.057	0.783	0.053	0.701	0.065	0.800
c_1	0.192	0.054	0.168	0.044	0.203	0.057	0.160
c_2	0.075	0.089	0.036	0.127	0.071	0.057	0.032
c_3	0.020	0.068	0.013	0.162	0.026	0.065	0.006
Estadísticas de la serie y_{it}^o							
No. Ascensos	366		400		373		
Media	0.961		0.989		0.973		
Std	0.377		0.379		0.402		
Min	0.502		0.502		0.501		
Max	2.521		2.557		2.756		

4. Pruebas de Racionalidad

Existen varias alternativas para probar la existencia de mecanismos de formación de expectativas cuya característica es su naturaleza racional. La idea básica de las pruebas es la siguiente. Si las expectativas son de carácter racional, la información que esta variable contiene exige el mantenimiento de una relación específica entre ella y su respectiva componente observada. Por lo tanto, la estimación de modelos en los cuales se examina la relación entre el valor estimado de P_t^e y el valor observado de P_t^o debe cumplir con algunas condiciones.

La forma como se establecen las condiciones está asociada con el hecho de que las expectativas formalmente son esperanzas condicionales, es decir:

$$P_{t+1}^e = E(P_{t+1}^o / \Omega_t) \quad (4.1)$$

en consecuencia, su error de predicción $\varepsilon_{t+1} = (P_{t+1}^e - P_{t+1}^o)$ debe ser insesgado, ortogonal al conjunto de información Ω_t [$\Omega_t = \{P_t^o, P_{t-1}^o, \dots, X_t, X_{t-1}, \dots\}$] y cumplir con condiciones de varianza mínima. Lo anterior implica, por ejemplo, que al considerar la existencia de una relación lineal entre P_t^o y P_t^e (que es equivalente a examinar la relación entre P_{t+1}^o y P_{t+1}^e) la cual puede ser expresada de la siguiente

forma:

$$P_{t/t-h}^e = P_t^e = \rho_0 + \rho_1 P_t^o + \vec{\rho}_2 W_{t-1} + \varepsilon_t; \text{ donde } W_{t-1} \in \Omega_{t-1} \quad (4.2)$$

bajo la hipótesis de expectativas racionales, (HER), (Bakhshi y Yates 1998, Smyth 1992), se debe cumplir que:

$$H_0 : \rho_0 = 0, \rho_1 = 1, \vec{\rho}_2 = \vec{0} \quad (4.3)$$

Otra forma equivalente de examinar el problema es considerar la siguiente ecuación: (Pearce 1987; Keane y Runkle 1990 y Nerlove y Schuermann (1995)

$$P_t^o = \alpha_0 + \alpha_1 P_t^e + \vec{\alpha}_2 Z_{t-1} + u_t; \text{ donde } Z_{t-1} \in \Omega_{t-1} \quad (4.4)$$

y evaluar si la siguiente hipótesis se mantiene:

$$H_0 : \alpha_0 = 0, \vec{\alpha}_2 = \vec{0}, \alpha_1 = 1. \quad (4.5)$$

al igual que en el caso anterior, Z_{t-1} representa una variable o un vector de variables que estan en $\Omega_{t-1} = \{P_{t-1}^o, \dots, X_{t-1}, \dots\}$, ($\vec{\alpha}_2$ será un escalar si Z contiene una sola variable); P_t^e es la expectativa para el momento t formada en $(t-h)$.

En algunas oportunidades resulta razonable probar sólo la hipótesis de ins-esgamiento, en consecuencia, se espera que no exista suficiente evidencia para rechazar:

$$H_0 : \rho_0 = 0, \rho_1 = 1 \text{ o } H_0 : \alpha_0 = 0, \alpha_1 = 1 \quad (4.6)$$

Los resultados de las pruebas acerca de la HER , para los ejercicios desarrollados en este documento, son presentados para el caso donde se simuló bajo expectativas racionales, puesto que para los otros ejercicios, la HER será rechazada dado que

$$\hat{P}_t^e = \sum_{h=0}^H \hat{c}_h P_{t-h-1}^o \quad (4.7)$$

así, la estimación de (4.2) generará valores distintos de cero para los parámetros vinculados con el vector $\vec{\rho}_2$ y un valor de cero para ρ_0 y ρ_1 . La evaluación de la ecuación (4.4) no es adecuada en este caso, ésto en la medida en que en todos los casos los mecanismos simulados en este ejercicio involucran expresiones como (4.7).

Para el caso adaptativo—racional, en el cual las variables que se simularon son $I(1)$, el problema de la relación lineal entre P_t^o y P_t^e debe ser resuelto a partir de análisis de cointegración. Los resultados del análisis de cointegración usando el procedimiento sugerido por Johansen, en el que se establece la relación de largo plazo entre P_t^o y P_t^e a partir de un sistema, del cual se deriva un representación uniecuacional, dado que P_t^o no depende de P_t^e ⁴⁰, son presentados en el Cuadro 15.

Cuadro 15
Pruebas de Cointegración
Expectativas Racionales - Modelo Adaptativo $\gamma = 0.8$

Número de Vectores de Cointegración						
	$\sigma_w = 0.25$		$\sigma_w = 0.50$		$\sigma_w = 0.75$	
Vectores	r>0	r=1	r>0	r=1	r>0	r=1
Test Traza	68.79	0.01	73.84	0.32	69.37	3.41
Test sobre Restricciones: Valor - Pvalue						
$LR1 : \beta' = (1 - 1)$	0.00	0.97	0.02	0.90	0.03	0.85
$LR2/LR1 : P_t^o exo$	0.40	0.82	0.61	0.74	0.77	0.68
Test de Normalidad: Valor - Pvalue						
Q(4)	7.70	0.10	3.64	0.46	5.57	0.23

Los resultados de las pruebas de cointegración, así como, los resultados de las pruebas que conducen a un sistema parcial, son presentados en el primer panel del Cuadro 15⁴¹. En el segundo panel, se presentan la estimación de la relación de largo plazo entre P_t^o y P_t^e y los resultados de los test de exogenidad debil. Las pruebas confirman que β' (LR1) es el esperado y se verifica la existencia de una variable exógena, P_t^o , manteniendo la restricción de largo plazo (LR2/LR1).

⁴⁰El uso del test bajo procedimientos uniecuacionales, en este caso, generaría resultados similares. Sin embargo, es importante señalar que los resultados de análisis de cointegración basados en test residuales tienen baja potencia respecto a procedimientos en los cuales se estiman conjunta y multivariadamente los efectos de corto y largo plazo.

⁴¹La escogencia del tipo de componente determinística que gobierna el proceso es hecha con base en el siguiente argumento: en todos los casos al 5% con una estructura de rezagos que genera residuos normales (2 o 3 rezagos) se rechaza la hipótesis de que no hay vectores de cointegración y no se rechaza la de la existencia de más de uno, en consecuencia, como lo sugiere Harris (1995), el proceso con menores restricciones en lo que respecta a la componente determinística es el escogido, en este caso y como era de esperar, es aquel que no tiene componente determinística alguna.

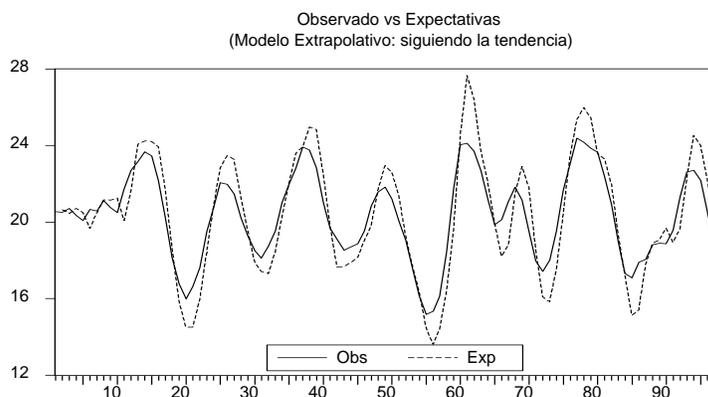


Figure 5.1:

En el tercer y último panel del cuadro, se presenta una prueba de normalidad multivariada de los errores. Es importante señalar que, si bien los residuos de los modelos son normales y estacionarios están autocorrelacionados.

5. Conclusiones

Es importante recordar que, el problema de formación de expectativas está más allá de la simple generación de un pronóstico, y que la posibilidad que ofrecen las encuestas de carácter cualitativo es la de posibilitar la derivación de medidas cuantitativas de expectativas, a partir de la evaluación de los diferentes mecanismos de formación de éstas a través del tiempo.

La medida derivada debe recoger adecuadamente la percepción de los agentes encuestados, sin embargo, en muchas oportunidades esas opiniones tienen implícito discrepancias respecto del observado de la variable de interés. Con el propósito de ilustrar este punto, se presenta la figura 5.1. En ella se observan algunas discrepancias significativas entre lo que sería el nivel observado de una serie de inflación y el que se derivaría del uso de toda la información de la encuesta⁴².

En la figura 5.2 se presenta un resultado similar al comentado anteriormente⁴³.

⁴²Los datos usados en este caso están asociados con los presentados en el Cuadro 3 para $\sigma_w = 0.75$.

⁴³Las diferencia que se observan entre Obs y Exp, es estacionaria y normal con valor esperado cero, como era de esperarse. Sin embargo en algunos momentos, por ejemplo, alcanza en valor

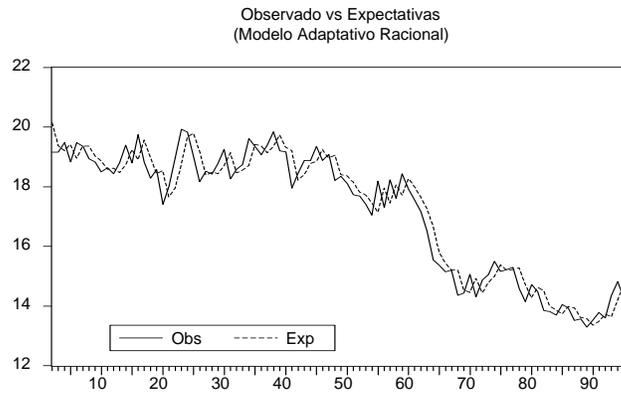


Figure 5.2:

En este caso se tiene un mecanismo de formación de expectativas de carácter adaptivo—racional, discutido en la tercera sección [3.1 (C)] y en la cuarta sección.

En este ejercicio se ha presentado el desempeño que tiene la estimación de expectativas usando la respuesta cualitativa implícita en la respuesta de una encuesta cuantitativa. Se ha descartado el uso de otros métodos, de carácter directo o indirecto, para obtener una medida de expectativas de inflación (o de otras variables), en algunos casos, por los problemas de identificación descritos en la segunda sección y en otros, por los problemas de recolección (reconstrucción) y manejo de la información⁴⁴.

En lo que se refiere a los resultados de la estimación de las expectativas, como a la correspondiente a los parámetros de interés de los distintos mecanismos utilizados en este documento para formar expectativas, es necesario resaltar lo siguiente:

- A diferencia de la encuesta cuantitativa, bajo la encuesta cualitativa es posible probar diferentes mecanismos de generación de expectativas y escoger cuál es el que recoje adecuadamente, al mismo tiempo, las percepciones de los agentes (los conteos) y la evolución observada recientemente de la variable sobre la cual se generan expectativas⁴⁵.

absoluto 1.25 puntos.

⁴⁴En este caso, un ejemplo típico es el descrito para el caso colombiano en el contexto de análisis de la estructura de términos de las tasas de interés.

⁴⁵Un argumento a favor, en este caso, está asociado con el hecho de que los intentos por

- Los resultados obtenidos usando diferentes alternativas de construcción y estimación de la variable de expectativas⁴⁶, permiten concluir que la estimación de los parámetros de interés, asociados con los diferentes mecanismos de generación de expectativas considerados en este documento, es satisfactoria.
- En particular, en los ejercicios donde se usa el modelo multinomial logístico es posible recuperar los parámetros vinculados con el mecanismo de formación de expectativas considerado, así como, los niveles y primeros 4 momentos similares a los que se derivarían de la encuesta cuantitativa.
- Al considerar la posibilidad de que los encuestados formen sus expectativas usando un modelo adaptativo e imponiendo una restricción al proceso generador de los datos de la variable observada, se introdujo al mecanismo de formación el carácter de racionalidad. Los resultados de las pruebas, acerca de si la hipótesis de expectativas racionales (HER) se cumple en este caso, confirman no solo su existencia, sino también la presencia de insesgamiento y ortogonalidad, propiedades esperadas en este ejercicio.
- En el caso de los modelos de fricción, en donde se mezcla información cualitativa y cuantitativa, es posible derivar una estimación de los parámetros de interés adecuada, a partir de la restricción de los parámetros asociados con el umbral y su variabilidad implícita. En este sentido, si bien los resultados van en la dirección esperada, las limitaciones del ejercicio de simulación, en este contexto, impiden ir más allá de lo presentado.
- A diferencia de la encuesta cuantitativa, donde no es necesario contar con un modelo para construir la variable de expectativas, la encuesta cualitativa exige definir algún mecanismo de formación. En este caso, se configura un problema de identificación, similar al señalado en los modelos econométricos que involucran variables de expectativas. Este puede ser resuelto a partir de la evaluación misma de los diferentes modelos, (Medidas de bondad de Ajuste: Pseudo R^2 , $\max \{\log(L_t)_i : i = 1, 2, \dots \text{modelos}\}$, etc.) y/o a partir de tests conjuntos como los propuestos por Nerlove y Schuermann (1995).

estimar otro tipo de modelo distinto del simulado terminaron no siendo exitosos. Sin embargo, es evidente que en la práctica es necesario desarrollar pruebas de hipótesis o simulaciones para decidir sobre cuál es el verdadero mecanismo, Nerlove y Schuermann (1995).

⁴⁶Empleando diferentes modelos multinomiales logísticos y modelos de fricción, estos últimos bajo restricciones en algunos de sus parámetros.

- Si bien estos ejercicios no se ven seriamente afectados por cambios en los tamaños de muestra (Kanoh y Dong Li 1990), es conveniente mantener criterios y tamaños de muestra que permitan garantizar homogeneidad y representividad de los encuestados, sobre todo en el caso de los modelos donde se mezcla información cualitativa y cuantitativa.
- Los ejercicios que usan modelos como los descritos en este documento requieren de un número relativamente pequeño de encuestas para comenzar a encontrar convergencia entre los resultados de la encuesta cuantitativa y la cualitativa. Sin embargo, en ambos casos, se depende significativamente del grado de homogeneidad, respecto del conjunto de información, que tengan los agentes que contestan la encuesta. Es importante recordar que, en los ejercicios presentados en este documento, los agentes son totalmente homogéneos.
- De otro lado, es importante señalar que, la construcción de la variable de expectativas sobre horizontes de previsión más largos, P_{t+h}^e con $h > 1$, requiere claramente, de un examen minucioso del mecanismo de generación de expectativas⁴⁷. Para el caso colombiano, por ejemplo, hay que considerar la meta de inflación como elemento dado que las autoridades regularmente no la anuncian sino hacia finales de año. Así, resulta razonable suponer que la expectativas de inflación de los agentes 4 trimestres adelante se ven afectadas por: (i) la percepción acerca del cumplimiento de la meta actual y (ii) por el nivel que las autoridades le fijen a la meta en el siguiente año.
- Finalmente, es importante señalar que, el uso de preguntas adicionales para evaluar consistencia de la percepción de la evolución futura de la inflación, así como, el de otras variables, y la relación entre ellas, es factible de establecer y probar en el contexto cualitativo (Fienberg 1987).

⁴⁷Esto en la medida en que es necesario definir el mecanismo de formación a partir de variables observadas en las cuales su estructura de rezagos dependerá del valor de h .

De igual forma, ejercicios que utilicen fundamentales se verían afectados por el problema del horizonte de pronóstico.

REFERENCIAS

- Bierlaire, M.** (1997), "Discrete choice models," *Massachusetts Institute of Technology*, (mimeo).
- Broze, L. and Szafarz, A.** (1987), On econometric models with rational expectations. In *Advances in Econometrics Fifth World Congress, Volume I*, Cambridge University Press.
- Bakshi, H. and Yates A.** (1998) "Are UK inflation expectations rational?," *Bank of England, WP 81*.
- Caskey, J.** (1985), "Modeling the Formation of Prices Expectations: A Bayesian Approach," *The American Economic Review*, 768—775.
- Dasgupta, S and Lahiri, K.** (1992), "A comparative Study of Alternative Methods of Quantifying Qualitative Survey Responses Using NAPM Data", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 391—400.
- Fishe, R. and Lahiri, K.** (1981), "On the estimation of inflationary expectations from qualitative responses," *Journal of Econometrics* 16, 89—102.
- Fienberg, S.** (1987), *Analysis of Cross—Classified Categorical Data*. The MIT Press.
- Harvey, A.** (1989), *Forecasting, structural time series models and Kalman filter*. Cambridge University Press.
- Holly, S. and Hughes, A.** (1989), *Optimal control, expectations and uncertainty*. Cambridge University Press.
- Judge et all** (1980), *The Theory and Practice of Econometrics*. John Wiley and Soon.
- Kandel, S., Ofer, A., and Sarig, O.** (1991), "Expected inflation, unexpected inflation and relative price dispersion," *Economic Letters* 37, 383-390.
- Kanoh, S. and Dong Li, Z.** (1990), "A Method of Exploring the Mechanism of Inflationary Expectations Based on Qualitative Survey Data," *Journal of Business & Economic Statistics*, 8, 395—403.
- Keane M. and Runkle, D.** (1990) "Testing the Rationality of Price Forecasts: New evidence from Panel Data," *The American Economic Review*, 80,4, 715—735.
- Mishkin, F.** (1983), *A Rational Expectations Approach to Macroeconometrics*, The University of Chicago Press, NBER
- Maddala, G.** (1983), *Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press.
- Madsen, J.** (1996), "Formation of inflation expectations: from the simple to the rational expectations hypothesis," *Applied Economics*, 28, 1331—1337.

- Maravall, A.** (1993), "Stochastic Linear trends: Models and Estimators," *Journal of Econometrics* 56, 5—37.
- (1993), "Unobserved Components in Economic Time Series," *Banco de España, Documento de Trabajo 9609*.
- Nerlove, M.** (1983) "Expectations, Plans, and Realizations in Theory and Practice," *Econometrica*, 51, 1251—1279.
- Nerlove, M., Grether, D., and Carvalho, J.** (1979), Analysis of Economic Time Series, *Academic Press*.
- Nerlove, M. and Schuermann, T.** (1995), Expectations: Are they Rational, Adaptive, Or Naive? An Essay in Simulation—based Inference. In *Advances in Econometrics and Quantitative Economics. Blackwell Publisher Inc.*
- Pearce D.** (1997), "Short-term inflation expectations: Evidence from a monthly survey," *Journal of Money Credit and Banking*, 19, 3, 389–395.
- Ragan, C.** (1995), "Deriving Agent's Inflation Forecast from the term Structure of Interest Rates", *Bank of Canada, WP95-1*.
- Razzak, W.** (1997) "Testing the Rationality of the National Bank of New Zealand's Survey Data", *National Bank of New Zealand*.
- Smyth, D.** (1992), "Measurement errors in survey forecasts of expected inflation and the rationality of inflation expectations" *Journal of Macroeconomics*, 14, 3, 439–448.
- St-Amant, P.** (1996), "Decomposing US Nominal Interest Rates into Expected Inflation and Ex-ante real interest rates using Structural VAR Methodology," *Bank of Canada, WP96-2*.