

La serie "Borradores Semanales de Economía" es una publicación de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Los Trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y sus contenidos no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

**INCERTIDUMBRE ECONOMICA E INVERSION PRIVADA  
EN COLOMBIA**

**Por:  
Zeinab Partow**

**1996**

**No. 56**

Para comentarios favor dirigirse al autor:  
Fax: 2865936 - Teléfono 3421111 Ext. 4417

# **INCERTIDUMBRE ECONOMICA E INVERSION PRIVADA EN COLOMBIA**

**Zeinab Partow\***

**Santafé de Bogotá, agosto de 1996**

---

\*Quiero agradecer a Juan Carlos Echeverry, Martha Misas y Mauricio Olivera por sus comentarios, sugerencias y ayuda con los datos. También agradezco los comentarios de los participantes en los seminarios del Banco de la República y FEDESARROLLO.

## I. Introducción

En la literatura económica, la importancia de la inversión privada para el crecimiento económico ya es una idea ampliamente aceptada (véase, por ejemplo, De Long y Summers (1993); Levine y Renelt (1992)). La necesidad de aumentar la participación del sector privado en la formación de capital total, permitiendo de esta manera que los recursos de inversión pública se destinen al suministro de bienes y servicios públicos, es también cada vez más aceptada. No obstante, depender de una estrategia de crecimiento liderada por la inversión privada es difícil si esta inversión forma una proporción relativamente pequeña del PIB y si la tasa de inversión no es especialmente dinámica.

Infortunadamente, esta falta de dinamismo parece ser una descripción bastante exacta de la inversión privada en Colombia durante las últimas décadas<sup>1</sup>. En general las explicaciones para esta característica de la economía Colombiana han enfatizado la hipótesis del acelerador. Los resultados han sido ambiguos, con algunos trabajos encontrando una relación positiva entre variables de demanda e inversión (por ejemplo, Chica 1984 y 1988; Ocampo et al. 1988). Sin embargo, Fainboim (1990) concluye que aunque puede ser contemporánea, esta relación no se mantiene en el largo plazo. Otras variables que se muestran generalmente significativas en determinar la tasa de inversión son el efecto negativo del precio relativo del capital, tradicionalmente alto en Colombia, la disponibilidad de divisas y de recursos internos y la tasa de cambio real (Cárdenas, 1996; Cárdenas y Olivera 1995; Ocampo et al. 1988; Reyes 1978). Pocos estudios incluyen la tasa de interés entre las variables que puedan incidir en la inversión, y cuando se ha incluido, los resultados han sido ambiguos (Cárdenas y Olivera, 1995; Echeverry, 1993; Fainboim, 1990)<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Mientras que las tasas de inversión privada se recuperaron a principios de los noventa, todavía son relativamente bajas comparadas con muchos otros países, y aún cuando se comparan a las tasas en Colombia durante los años cincuenta y sesenta. Indicaciones recientes señalan que otra vez las tasas de inversión están mostrando una tendencia a la baja.

<sup>2</sup> Fainboim (1990), por ejemplo, encuentra que la tasa de interés real ha tenido poco efecto sobre las tasas de inversión en el país, tal vez por la deducibilidad tributaria de los intereses, combinado con el efecto de las altas tasas de inflación. Por otro lado, Echeverry (1993) concluye que choques a la tasa de interés tienen un efecto negativo sobre el nivel de la inversión real en maquinaria y equipo nacional,

Este trabajo contribuye al estudio del comportamiento de la inversión en Colombia a través de otro canal, concretamente los efectos de la incertidumbre económica en la inversión irreversible. Este enfoque relativamente nuevo ha ayudado en el análisis del conducto de la inversión tanto en países industrializados como en vía de desarrollo, y parece ser de particular interés al caso de un país como Colombia, sujeto a un grado de volatilidad considerable en los ámbitos económicos y políticos. Los resultados del trabajo apoyan la conclusión de que ciertos índices de inestabilidad han tenido un impacto significativo y negativo en las tasas de inversión. Antes de pasar al modelo teórico (la sección III) y a los resultados econométricos (sección IV), se presenta un resumen breve de los hechos estilizados de la inversión colombiana.

## **II. La Inversión en Colombia**

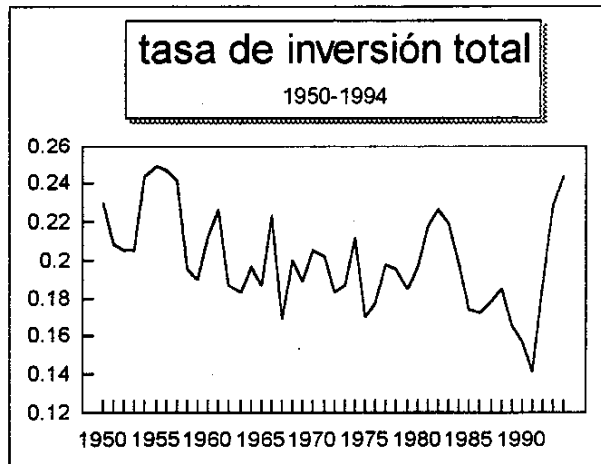
La gráfica 1 resume la evolución de la inversión en Colombia desde 1950. Se ve claramente que hasta principios de los noventa la tasa de inversión total está caracterizada por una tendencia secular decreciente. Al descomponer la inversión en sus componentes públicos y privados (gráfica 2), la razón por el descenso se vuelve clara. La disminución en las tasas de inversión privada, desde niveles mayores al 20% a menos de 10%, ha sido responsable por la baja en la inversión total. De manera similar, la recuperación reciente en la tasa de inversión total es el resultado del mayor dinamismo de su componente privado.

Otro hecho interesante ilustrado en la gráfica 2 es que hasta mediados de los años ochenta, las inversiones públicas y privadas siguieron trayectorias opuestas, con la primera experimentando un aumento continuo, mientras la inversión privada disminuía. No obstante, desde mediados de la década anterior, la parte de la inversión pública en la inversión total ha disminuido ligeramente, mientras que la de la inversión

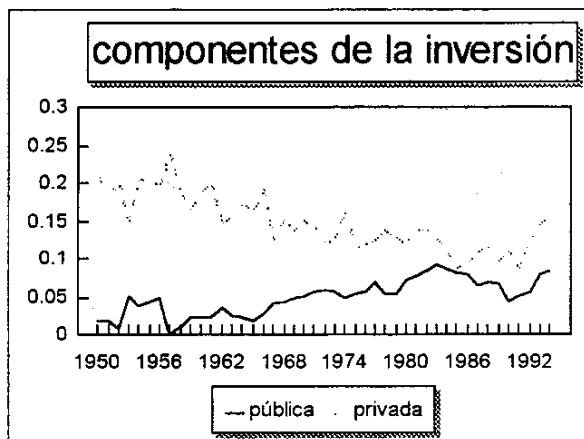
---

aunque esta relación negativa no se ve cuando se considera la inversión total o de maquinaria y equipo importados. La conclusión de Cárdenas y Olivera (1995) es que el costo de uso del capital, el cual tiene como uno de sus componentes el nivel de la tasa de interés, ha sido un factor importante en determinar la tasa de inversión en Colombia, siempre y cuando se incluyan en la muestra los años noventa.

**Gráfica 1**



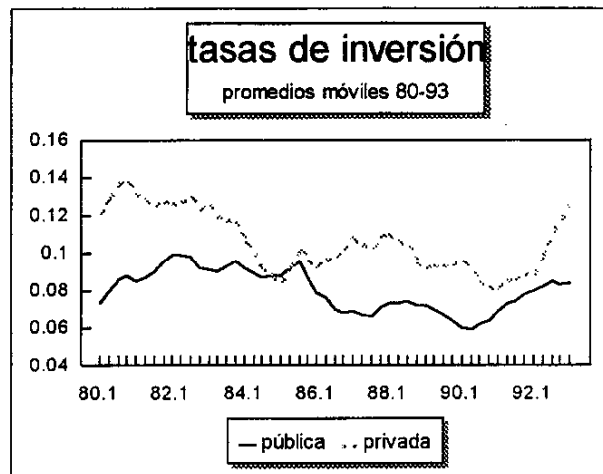
**Gráfica 2**



privada ha crecido de manera significativa, aunque su participación en la inversión total sigue siendo bastante menor que los niveles registrados en los años cincuenta y en gran parte de los sesenta.

La gráfica 3 muestra el comportamiento de la inversión total durante el periodo 1980-1993, los años considerados en el análisis econométrico de este trabajo. En esta época se presentó una disminución fuerte en la tasa de inversión, la cual cayó de niveles mayores al 22% del PIB en 1982 al 15% en 1991. El descenso afectó tanto la inversión privada como la pública. La tasa promedio de la inversión privada durante este periodo fue sólo del 9% del PIB.

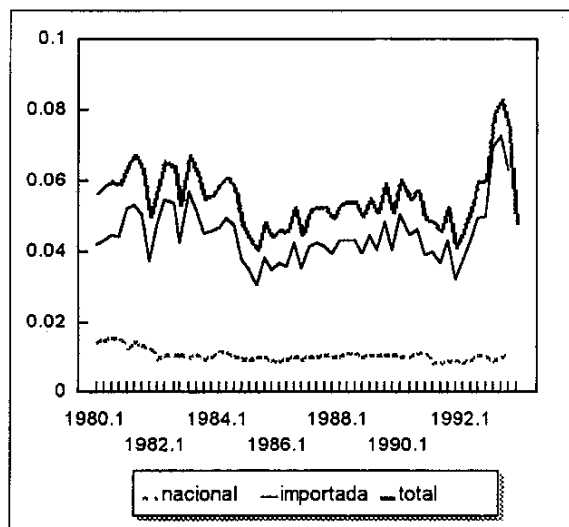
**Gráfica 3**



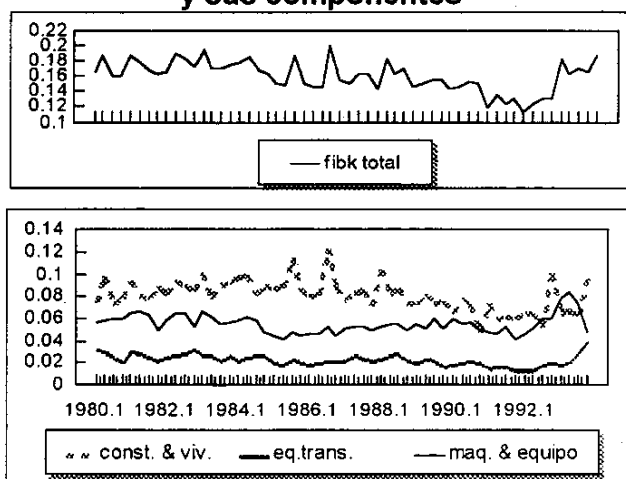
Una de las razones para la disminución en la tasa de inversión durante los años ochenta se aprecia en la gráfica 4, donde se ilustra la evolución de la formación interna de capital fijo en maquinaria y equipo como porcentaje del PIB. Como se puede ver, la serie muestra un comportamiento parecido al de la inversión, disminuyendo casi el 50% durante gran parte de los ochenta, desde niveles cercanos al 7% del PIB hasta el 4%.

La importancia de esta serie para el análisis que sigue se deriva de su utilización para construir la serie de "stock" de capital.

**Gráfica 4: Formación Interna de Capital Fijo en Maquinaria y Equipo**



**Gráfica 5 : Formación Interna de Capital Fijo Total y sus componentes**



La Gráfica 5 muestra la participación de cada componente -- maquinaria y equipo, construcción y vivienda, y equipo de transporte -- en la formación de capital total y en el PIB. La formación de capital en maquinaria y equipo representó, en promedio, entre 1980 y 1993, el 34.2% de la formación de capital total, con un mínimo del 25.4% en el tercer trimestre de 1985 y un máximo de casi 50% en 1993.

El resto del trabajo tratará de explicar la caída en la inversión privada como consecuencia del aumento en el nivel de incertidumbre en la economía colombiana. Esta incertidumbre se mide como la volatilidad de la productividad marginal al capital, y en particular la productividad marginal al capital en maquinaria y equipo. A continuación se presenta un resumen de un modelo de inversión irreversible bajo condiciones de incertidumbre, y una explicación del aporte de sus conclusiones al análisis econométrico de la sección IV.

### **III. Inversión Irreversible bajo Condiciones de Incertidumbre**

En términos sencillos, la teoría de inversión irreversible (total o parcialmente; por ejemplo, si no existen mercados para maquinaria de segunda) bajo incertidumbre considera la inversión como el ejercicio de una "Opción". En cualquier momento en el tiempo, una empresa con una opción de invertir tiene una de dos posibilidades: invertir ahora o esperar más información. Una vez hecha la inversión, se pierde el "valor de la opción". La empresa ya no puede esperar nueva información que pudiera haber afectado el carácter de la inversión o el momento más oportuno para tomar la decisión de invertir; tampoco puede desinvertir si las condiciones en su mercado se empeoraran. El valor perdido de la opción de esperar es lo que distingue la teoría de inversión irreversible bajo condiciones inciertas de los modelos neoclásicos. Así se debe incluir en el costo de inversión el valor perdido de la opción, lo cual implica la modificación de la regla del valor presente neto. En los modelos nuevos, el valor de



una unidad de capital debe superar, en lugar de ser igual a, su costo de compra e instalación. Este valor adicional es igual al valor para la empresa de mantener la opción de invertir.

En otras palabras, lo que se necesita es una regla de inversión de la siguiente forma:

$$F(V) = \max E [(V_T - I) e^{-\rho T}] \quad (1)$$

que está sujeta a la restricción:

$$dV = \alpha V dt + \sigma V dz \quad (2)$$

donde  $F(V)$  es el valor de la opción de invertir,  $I$  es el "costo muerto" irrecuperable pagado por un proyecto de un valor  $V$ ,  $\rho$  es la tasa de descuento,  $T$  es el momento (desconocido) en el cual se hace la inversión,  $\alpha$  es el parámetro de tendencia y  $\sigma$  es la varianza. La solución a este problema toma la forma de un valor crítico  $V^*$ , tal que es óptimo invertir una vez el valor del proyecto  $V$  supera  $V^*$ <sup>3</sup>. Intuitivamente (para el caso determinístico donde  $\sigma = 0$ ), cuando el parámetro de tendencia  $\alpha$  es menor o igual a cero, el valor del proyecto,  $V_T$ , estará constante o disminuirá con el tiempo. Esto quiere decir que hay que invertir inmediatamente (dado que  $V_T$  es mayor que el costo muerto  $I$ ); en otras palabras, no existe ventaja en esperar más información sobre el proyecto. Por otro lado, cuando  $\alpha$  es mayor que cero,  $V_T$  estará creciendo en el tiempo, y eventualmente será mayor que  $I$  (si no lo es inicialmente). En este caso, sería preferible aplazar la inversión<sup>4</sup>.

Se puede demostrar que  $V^*$  es siempre mayor que el costo muerto  $I$ . Esto se debe al efecto de la incertidumbre y la irreversibilidad que llevan a que el valor crítico

<sup>3</sup>En otras palabras,  $V$ , el valor del proyecto, evoluciona de acuerdo con la restricción que tiene la forma de un movimiento Browniano, lo cual es simplemente un proceso estocástico Markoviano en tiempo continuo. En la ecuación,  $dz$  es un incremento de un proceso Wiener, donde cambios en el proceso, en un intervalo de tiempo finito, tienen una distribución normal con una varianza que crece en una manera lineal con el intervalo de tiempo. Véase el capítulo 5 de Dixit y Pindyck (1994) para una solución a este problema y una exposición detallada de los supuestos que se hacen.

<sup>4</sup>Si  $V$  es mayor que  $I$  inicialmente, también puede ser ventajoso esperar antes de invertir dado que el costo de la inversión se disminuye por un factor  $e^{-\rho T}$ , mientras que las ganancias esperadas se disminuyen por un factor menor,  $e^{-(\rho - \alpha)T}$ .

requerido para invertir sea mayor que el costo de la inversión. También se puede demostrar que esta brecha se incrementa con el aumento en la incertidumbre sobre los valores de  $V$  en el futuro. Varios trabajos han concluido que la distancia entre  $V^*$  e  $I$  puede ser bastante grande (para un resumen véase Pindyck y Solimano, 1993), indicando que reglas de inversión que no tomen en cuenta la incertidumbre e irreversibilidad fácilmente pueden hacer recomendaciones equivocadas.

Estos resultados se pueden ampliar desde el caso de una empresa que hace una inversión discreta al caso de inversión incremental. La regla de invertir hasta el punto donde el valor de una unidad marginal de capital sea igual a sus costo se cambia cuando, por ejemplo, la demanda o los costos de operación son inciertos. Los estudios que modelan el efecto neto de la incertidumbre en la inversión demuestran que, en general, este efecto es negativo<sup>5</sup>. Aunque el valor de una unidad marginal de capital pueda aumentar con la incertidumbre en lo que se refiere a los precios o costos en el futuro, así aumentando la inversión, este efecto es más que compensado por el incremento en el costo de oportunidad de invertir en lugar de esperar más información.

La idea para las pruebas empíricas llevadas a cabo en la sección a continuación sigue de los modelos de Caballero y Pindyck (1992) y Pindyck y Solimano (1993). En el primer trabajo, los autores utilizan un modelo de mercado competitivo donde las empresas están sujetas a rendimientos constantes a escala y costos de entrada que no se pueden recuperar. Se deriva una tasa de rendimiento crítica requerida para invertir, y se demuestra como se afecta esta tasa por la incertidumbre agregada (vs. la incertidumbre idiosincrásica específica a la empresa), comprobando las implicaciones del modelo con datos de la industria manufacturera de los Estados Unidos. Pindyck y Solimano modifican ligeramente el modelo y lo utilizan para analizar la incertidumbre e inversión en una corte transversal de treinta países. A continuación se presenta una breve exposición del modelo de Pindyck y Solimano (1993).

---

<sup>5</sup>Véase Pindyck (1988) y Bertola (1989, citado en Dixit y Pindyck 1994).

La economía bajo consideración consiste en un gran número,  $N(t)$ , de pequeñas empresas. Un índice de consumo agregado,  $Q(t)$ , está representado por la función de elasticidad de sustitución constante (función CES) siguiente:

$$Q(t) = \left\{ \int_0^{N(t)} [A_i(t)]^\rho di \right\}^{1/\rho} \quad 0 < \rho < 1 \quad (3)$$

donde  $A_i(t)$  es el producto de la empresa  $i$ . Siguiendo Pindyck y Caballero se supone que el componente idiosincrásico del producto de la empresa es constante. En este caso  $A_i(t)$  se puede descomponer en la siguiente manera:

$$A_i(t) = A(t)a_i \quad \text{donde} \quad \int_0^{N(t)} a_i di = N(t) \quad (4)$$

$A(t)$  es la productividad promedio y  $a_i$  es la productividad de la unidad  $i$  con respecto al promedio; entonces,  $Q(t) = A(t) N(t)$ . Se supone además que  $A(t)$  sigue un proceso estocástico exógeno, y que los  $a_i$  están distribuidos entre todas las empresas de manera aleatoria y uniforme. También se supone que las empresas conocen sus productividades relativas  $a_i$  sólo después de entrar al mercado; en otras palabras no existen entradas selectivas, y cada empresa espera enfrentar el mismo precio  $P$ .

La demanda agregada es isoelástica:

$$P(t) = M(t) Q(t)^{-1/\eta} \quad (5)$$

donde  $M(t)$  sigue un proceso estocástico exógeno que representa los choques de demanda agregada. También se supone que existe una tasa exógena de depreciación o de fracaso de empresas,  $\delta$ , tal que si no hubiera entradas al mercado,  $dN(t)/dt = -\delta N$ . La irreversibilidad se introduce con el supuesto de que entrar requiere invertir un "costo muerto"  $F$ . La condición de entrada libre (*free entry condition*) implica que:

$$F \geq E_0 \left[ \int_0^{\infty} P(t) A(t) e^{-(r+\delta)t} dt \right] \quad (6)$$

donde  $r$  es la tasa de descuento. Dado que las empresas no pueden entrar selectivamente, la utilidad marginal del capital para una empresa que esta considerando entrar al mercado es el valor promedio del producto, denotado por  $B(t)$ :

$$B(t) \equiv P(t) A(t) = M(t) A(t)^{(\eta-1)/\eta} N(t)^{-1/\eta} \quad (7)$$

El riesgo, o la incertidumbre, se introduce en el modelo suponiendo, como hacen Caballero y Pindyck, que la productividad promedio  $A(t)$  y los choques a la demanda  $M(t)$  siguen procesos de movimiento Browniano. Se supone además que estos procesos no están correlacionados el uno con el otro, y entonces  $B(t)$  seguirá un movimiento Browniano regulado (estacionario). Dicho de otra manera, las entradas de las empresas al mercado hacen que el valor promedio del producto  $B(t)$  se mantenga por debajo de un umbral fijo,  $U$ . Cuando no hay entradas,  $B(t)$  sigue un movimiento Browniano geométrico con tendencia  $\beta$  y volatilidad  $\sigma_b$ . Caballero y Pindyck presentan una exposición explícita del umbral  $U$  como múltiple del "costo muerto"  $F$ , y demuestran que:

$$E_0 \int_0^{\infty} U e^{-(r+\delta)t} dt > F \quad (8)$$

Este resultado es el mismo que se vio anteriormente: que el valor crítico  $V^*$  será siempre mayor que el "costo muerto" debido al efecto del riesgo e irreversibilidad. Así, invertir ahora en lugar de esperar implica un costo de oportunidad. Caballero y Pindyck también demuestran que este costo de oportunidad se incrementa con la volatilidad  $\sigma_b$ , de  $B(t)$ , y disminuye cuando el parámetro de tendencia  $\beta$ , o la tasa a la cual se espera que  $B(t)$  se acerca a  $U$ , se incrementa. (Esta última relación es el resultado del hecho de que cuando  $B(t)$  se acerca a  $U$ , existe un menor riesgo de

resultados negativos y así un menor costo de oportunidad de hacer una inversión irreversible).

En la literatura sobre inversión irreversible ha sido enfatizado que bajo condiciones inciertas esta clase de modelo *no describe la inversión sino el umbral crítico* necesario para que ocurra la inversión. Básicamente, los modelos pronostican que el umbral depende de la volatilidad del rendimiento marginal al capital, y de algunos otros parámetros. Sin embargo, es posible hacer una conjetura con base en estos modelos. Se espera que un incremento en la volatilidad de  $B(t)$  debe resultar en una reducción (por lo menos en el corto plazo) en la inversión. Esto se debe a que proyectos con valores cercanos a un umbral crítico bajo caerán por debajo de un umbral que ha subido como resultado de un aumento en la volatilidad<sup>6</sup>. La sección a continuación se dirige a esta afirmación en el contexto colombiano.

El próximo paso es obtener una expresión para la productividad marginal del capital. Siguiendo a Pindyck y Solimano (1993), se propone una estructura sencilla de producción. Se supone que la economía es competitiva, con el valor bruto del producto representado por una función Cobb-Douglas con rendimientos constantes a escala:

$$Y = AK^{\alpha_K} L^{\alpha_L} M_I^{\alpha_M} \text{ donde } \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M = 1 \quad (9)$$

donde  $Y$  es el valor bruto real del producto,  $K$  y  $L$  son insumos de capital y empleo, y  $M_I$  es el valor real de material importado. Entonces la utilidad marginal del capital se puede escribir como:

$$\Pi_K = \alpha_K \alpha_L^{\alpha_L/\alpha_K} \alpha_M^{\alpha_M/\alpha_K} A^{1/\alpha_K} P_L^{-\alpha_L/\alpha_K} P_M^{-\alpha_M/\alpha_K} \quad (10)$$

---

<sup>6</sup> El modelo tiene otras limitaciones. Una restricción importante es que se trata de un modelo de un solo sector, el cual en el caso de Colombia se traduce a la inversión en bienes transables. La exclusión de los no transables (la construcción) impone restricciones a la reacción de la economía frente a los choques que la impactan.

donde  $P_L$  y  $P_M$  son los precios reales del empleo y del material importado.

Sustituyendo  $A = (Y/(K^{\alpha_K} L^{\alpha_L} M_I^{\alpha_M}))$  se obtiene:

$$\Pi_K = \alpha_K \alpha_L^{\alpha_L/\alpha_K} \alpha_M^{\alpha_M/\alpha_K} (Y/K^{\alpha_K} L^{\alpha_L} M_I^{\alpha_M})^{1/\alpha_K} P_L^{-\alpha_L/\alpha_K} P_M^{-\alpha_M/\alpha_K} \quad (11)$$

Esta expresión es equivalente al valor promedio del producto  $B(t)$ . Utilizando logaritmos,

$b(t) = \log B(t)$ :

$$b(t) = \log (\alpha_K \alpha_L^{\alpha_L/\alpha_K} \alpha_M^{\alpha_M/\alpha_K}) + a_t/\alpha_K - (\alpha_L/\alpha_K)p_{L,t} - (\alpha_M/\alpha_K)p_{M,t} \quad (12)$$

donde  $a_t = y_t - \alpha_K k_t - \alpha_L l_t - \alpha_M m_t$  es el residuo de Solow, y con los logaritmos representados por letras minúsculas.

La ecuación (12) se puede emplear para calcular el rendimiento marginal del capital. En la sección a continuación se calcula este rendimiento marginal usando datos colombianos para después comprobar el efecto de la tasa de crecimiento y la volatilidad de esta variable en la inversión en Colombia.

#### IV. Resultados Econométricos

##### A. Los Datos

Para estimar la productividad marginal del capital de acuerdo con la ecuación (12), se utilizaron datos trimestrales colombianos para el periodo 1980-1993. Las variables requeridas para la estimación son: el valor real de la oferta final, que es la suma del PIB real y el valor real de material importado; el empleo total; el stock de capital y los precios reales del empleo y de las importaciones, además de las participaciones del capital, del empleo y de las importaciones. La decisión de trabajar con datos trimestrales tiene ventajas y problemas. El principal problema es la falta de disponibilidad de datos confiables, lo cual hace necesario generar series con

supuestos fuertes. Por otro lado, el riesgo asociado con utilizar series anuales es la pérdida de información relevante debido a la baja frecuencia de los datos, sobre todo en un trabajo como el presente donde las variables de interés son volatilidades. Por eso se optó por utilizar datos trimestrales en este trabajo, con todos los problemas que trae esta decisión, y con la esperanza de impulsar otros estudios a utilizar datos de alta frecuencia.

Las series más problemáticas, por supuesto, son las del stock de capital y el empleo, donde no existen datos trimestrales. La solución adoptada fue la de generar series trimestrales utilizando otra información trimestral disponible en concierto con las series anuales (por ejemplo, series trimestrales de crecimiento de capital, y de desempleo). Una descripción más detallada de los datos y fuentes se puede encontrar en el Apéndice 1. Se estimó la productividad marginal del capital de acuerdo con la ecuación (12) que se reproduce otra vez abajo por razones de comodidad:

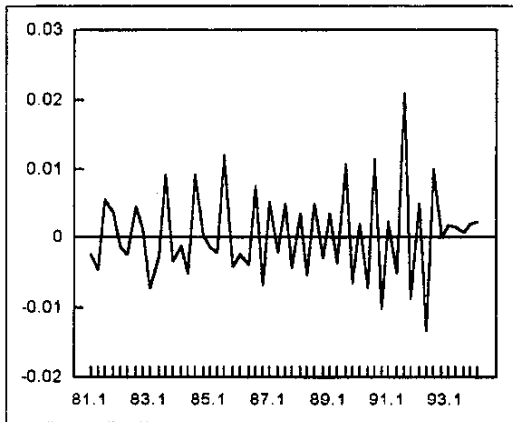
$$b(t) = \log (\alpha_K \alpha_L^{\alpha L/\alpha K} \alpha_M^{\alpha M/\alpha K}) + a_t / \alpha_K - (\alpha_L/\alpha_K)\rho_{L,t} - (\alpha_M/\alpha_K)\rho_{M,t} \quad (12)$$

donde  $a_t = y_t - \alpha_K k_t - \alpha_L l_t - \alpha_M m_t$  es el residuo de Solow.

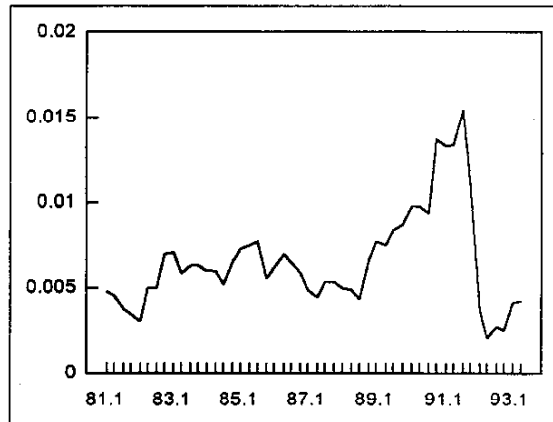
La variable de interés en este trabajo es la *volatilidad* de la productividad marginal del capital, la cual va ser la medida utilizada en el trabajo para captar el grado de incertidumbre económico que enfrentan los inversionistas. Esta se calcula como un promedio móvil de la *desviación estándar del crecimiento* de  $b(t)$ <sup>7</sup>. Las gráficas 6 y 7 muestran la variabilidad (crecimiento) y la volatilidad de la productividad marginal del capital en Colombia. En ellos se observa que la volatilidad de la serie aumentó substancialmente desde finales de 1989 hasta el 1992, después de haberse mantenida relativamente constante durante gran parte de los años ochenta.

<sup>7</sup> Más concretamente, la desviación estándar de un trimestre  $t$ ,  $\sigma_t$ , se definió como la desviación estándar promedio de  $\{\ln b_t - \ln b_{t-1}, \ln b_{t-1} - \ln b_{t-2}, \ln b_{t-2} - \ln b_{t-3}, \ln b_{t-3} - \ln b_{t-4}\}$ .

**Gráfica 6: Variabilidad de la Productividad Marginal del Capital 1981-1993**



**Gráfica 7: Volatilidad de la Productividad Marginal del Capital, 1981-1993**

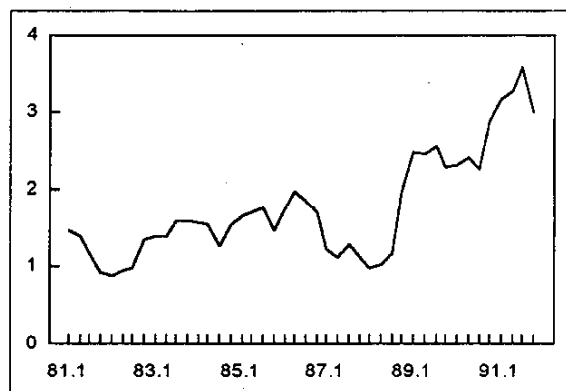


Analizando un poco más detenidamente la ecuación (12) que se utilizó para calcular la productividad marginal del capital, se llega a la conclusión que el término responsable de la evolución de la volatilidad de la serie es el residuo de Solow,  $a_t$ . Esta conclusión está de acuerdo con los supuestos del modelo de Caballero y Pindyck donde la incertidumbre se introduce a través de la productividad y choques a la demanda agregada. Como se puede verificar en la gráfica 8, el comportamiento de la volatilidad del residuo de Solow (también definida como la desviación estándar del crecimiento de la variable) sigue de cerca el de la volatilidad de la productividad marginal del capital<sup>8</sup>.

<sup>8</sup> Por su parte, el residuo de Solow tiene como componentes el producto real, el stock de capital, el empleo, y las importaciones. Una idea general del impacto de la *volatilidad* de cada componente en la *volatilidad* del residuo de Solow está dada por la matriz de correlaciones que se puede encontrar en el Apéndice 2, de donde se puede concluir que las variables más correlacionadas con la volatilidad del residuo son las volatilidades del producto (correlación positiva) real y del empleo (correlación negativa). Se llega a la misma conclusión cuando se corre una regresión con la volatilidad del residuo de Solow como variable dependiente y las volatilidades de las otras cuatro variables como regresores.



**Gráfica 8: Variabilidad del Residuo de Solow**



Antes de pasar al análisis econométrico cabe considerar la relación entre la productividad marginal del capital y el costo de uso del capital. Los componentes del costo de uso del capital normalmente incluyen la tasa de interés y los precios de los bienes de capital, entre otros. Ambas variables están incluidas en el cálculo de la productividad marginal del capital. Así, la medida utilizada en este trabajo para captar el grado de riesgo en la economía toma en cuenta algunos aspectos que afectan el costo de uso del capital<sup>9</sup>.

### **1. Tasas de Inversión y la Volatilidad de la Productividad Marginal al Capital**

Si bien el modelo presentado en la sección anterior no puede pronosticar la relación entre la inversión y la incertidumbre en el largo plazo, sí sugiere que un incremento en el riesgo o en la volatilidad de la productividad marginal del capital debe estar acompañado de una disminución en la inversión. Esta hipótesis se comprueba abajo; los resultados están resumidos en el cuadro 1<sup>10</sup>. La variable dependiente es la

<sup>9</sup> En trabajos reciente, Cárdenas (1996) y Cárdenas y Olivera (1995) concluyen que el costo de uso del capital, una variable excluida de la mayoría de los trabajos sobre los determinantes de la inversión en Colombia, ha tenido un impacto estadísticamente significativo (y negativo) sobre la inversión.

<sup>10</sup> En el ejercicio econométrico se está suponiendo, como se explicó en la sección III, que el valor crítico de la productividad marginal del capital (el "umbral") para que ocurra la inversión está positivamente

razón inversión privada/PIB (IPRI), las variables exógenas incluyen la volatilidad de la productividad marginal del capital (SDBETA), la tasa de inversión privada rezagada un periodo (IPRI(-1)), al crecimiento del PIB (CPIB), el nivel de la inflación (INF) y la desviación estándar de sus cambios mensuales (SDINF), y las desviaciones estándar de los cambios mensuales en la tasa de cambio real (SDEXCH) y en la tasa de interés real (SDINT). CBETA es la tasa de crecimiento de la productividad marginal del capital, e INFSHOC es una variable que mide la inflación inesperada. Las definiciones de las variables se encuentran en el Apéndice 1.

La ecuación 1 parece proveer la mejor estimación, con la inversión rezagada y la volatilidad de la productividad marginal del capital como variables exógenas. Como se planteó, la variabilidad de la productividad marginal del capital (SDBETA) afecta en una manera negativa la tasa de inversión.

Tanto los valores contemporáneos como los rezagados del PIB se incluyeron en varias ecuaciones, con el resultado que sólo los cambios contemporáneos en el producto fueron significativos en la explicación de la tasa de inversión privada (ec. 2). Esta conclusión esta de acuerdo con resultados obtenidos por Fainboim (1990). Sin embargo, como muestra la ecuación (3), el crecimiento económico pierde su poder explicativo una vez se incluye la volatilidad de la productividad marginal del capital como variable independiente. Esto es lo que se podría esperar dado que el producto es una de las variables que entran en el cálculo de SDBETA.

---

correlacionado con la volatilidad de esta misma variable, y negativamente correlacionado con su tasa de crecimiento. En un intento de corroborar esta hipótesis, el umbral se definió como el valor máximo de la volatilidad de la productividad marginal del capital durante un año dado. Desafortunadamente, debido a la brevedad de la series de tiempo, sólo se pudo construir un proxy anual para este umbral, lo cual quiere decir que sólo están disponibles 13 datos. Sin embargo, los resultados de la regresión con este proxy para el valor crítico como variable dependiente y con la volatilidad y la tasa de crecimiento de la productividad marginal del capital como regresores apoyan en manera general la hipótesis mencionada. El coeficiente de la tasa de crecimiento es significativo a un nivel de 5%, y el de la volatilidad a un nivel más bajo de 25%. Ambos tienen el signo esperado.

**Cuadro 1: Tasas de Inversión y Volatilidad**

**Variable dependiente: IPRI**

<b>Variable</b>	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	<b>(5)</b>	<b>(6)</b>	<b>(7)</b>	<b>(8)</b>
<b>Constante</b>	0.0773 (0.0169)**	0.0268 (0.0116)**	0.0652 (0.0169)**	0.0662 (0.0183)**	0.0858 (0.0129)**	0.0680 (0.0162)**	0.0718 (0.0189)**	0.1122 (0.0039)**
<b>CPIB</b>		0.1123 (0.0641)*	0.0384 (0.0588)					
<b>IPRI(-1)</b>	0.3081 (0.1481)**	0.6519 (0.1224)**	0.3942 (0.1435)**	0.3956 (0.1562)**	0.2049 (0.0919)**	0.3812 (0.1411)**	0.3794 (0.1427)**	
<b>SD BETA</b>	-2.2088 (0.6589)**		-1.8929 (0.6349)**	-1.9809 (0.6516)**	-2.4006 (0.6284)**	-1.9573 (0.6226)**	-1.8933 (0.6496)**	-3.1029 (0.5275)**
<b>C BETA</b>								-1.1649 (1.4344)
<b>SDINF</b>			0.0004 (0.0002)**	0.0005 (0.0002)**	0.0003 (0.0002)	0.0004 (0.0002)**	0.0004 (0.0002)**	
<b>SDEXCH</b>				0.0218 (0.1931)				
<b>SDINT</b>				0.0242 (0.0898)				
<b>INF</b>							-0.0002 (0.0004)	
<b>INFSHOC</b>					-0.0008 (0.0027)			
<b>R2 Ajust.</b>	0.4961	0.4005	0.5542	0.5379	0.4914	0.5608	0.5511	0.4586

Errores estándar entre paréntesis

\*\* = significativo a un nivel de confianza del 5%

\* = significativo a un nivel de confianza del 10%

Otra relación que se desprende de las regresiones es que el nivel de la inflación no tiene poder explicativo significativo en la tasa de inversión (ec.7). No obstante, la *volatilidad* de la inflación tiene un coeficiente significativo y positivo (ec. 3,4,6 y 7). Obviamente, el signo positivo de este coeficiente es preocupante, implicando que cuanto más variable la inflación, más se invierte, aunque cabe señalar que el tamaño del coeficiente es mínimo.<sup>11</sup> En un intento de analizar esta relación, se incluyó en la regresión una variable que mide la inflación *inesperada* (INFSHOC)<sup>12</sup> (ec. 5). El coeficiente de esta última tiene el signo esperado (negativo), aunque no es significativo. Además, la inclusión de INFSHOC hace que la volatilidad de la inflación pierde su significancia.

Las volatilidades de la tasa de cambio real y de la tasa de interés real no aparecen como variables significativas para explicar la inversión privada. Sin embargo, como se verá a continuación, sí son importantes en explicar la volatilidad de la productividad marginal del capital. Así, su relación a la inversión privada parece ser indirecta, funcionando a través de la volatilidad de la productividad marginal del capital.

## **2. Las Fuentes de la Volatilidad de la Productividad Marginal del Capital:**

Puesto que la volatilidad de la productividad marginal del capital es una estadística que resume la incertidumbre relevante para las decisiones de inversión, sería también de interés determinar las causas de esta volatilidad. El punto hasta el cual esta volatilidad puede ser explicada por variables que miden la inestabilidad económica (como los niveles y volatilidad de la inflación, de la tasa de cambio real y de la tasa de interés) es de especial interés desde el punto de vista de política si la

---

<sup>11</sup>Es interesante señalar que la correlación entre el nivel de la inflación y su volatilidad es negativa para el periodo 1980-93. Esto se contrasta con la evidencia general que argumenta la existencia de una relación positiva entre el nivel y la variabilidad de la inflación (véase, por ejemplo, Lach y Tsiddon, 1992) aunque es consistente con una característica general de la inflación colombiana reciente. Para el caso colombiano, Echeverry (1996) concluye que la relación entre el nivel de la inflación y la variabilidad de los precios relativos en Colombia ha sido positiva en periodos de choques (1983-87) y negativa durante el periodo 88-91, caracterizado por relativa estabilidad.

<sup>12</sup> La inflación inesperada se definió como el residuo de la siguiente ecuación autoregresiva:

$$INF_t = c + INF_{t-4} + \mu_t.$$

volatilidad afecta los niveles de inversión. A este fin el cuadro 2 muestra varias regresiones que exploran los determinantes de la volatilidad de la productividad marginal del capital.

**Cuadro 2: Explicando la Volatilidad**

**Variable Dependiente: SD BETA**

<b>Variable</b>	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	<b>(5)</b>
<b>C</b>	0.0044 (0.0008)**	0.0043 (0.0008)**	0.0008 (0.0028)	0.0054 (0.0015)**	8.73E-05 (0.0029)
<b>INF</b>			0.0002 (0.0001)		0.0003 (0.0001)**
<b>INT</b>				-0.0001 (0.0001)	
<b>SDINF</b>		2.91E-05 (5.056E-05)	3.70E-05 (5.045E-05)		
<b>SDINT</b>	0.0469 (0.0232)**	0.0473 (0.0234)**	0.0396 (0.0239)*	0.0425 (0.0240)*	
<b>SDEXCH</b>	0.1430 (0.0456)**	0.1492 (0.0471)**	0.1299 (0.0490)**	0.1333 (0.0474)**	
<b>R2 Ajust.</b>	0.2152	0.2021	0.2167	0.2082	0.1021

Errores estándar entre paréntesis

\*\* = significativo a un nivel de confianza del 5%

\* = significativo a un nivel de confianza del 10%

La ecuación 1 parece ser la más apropiada, indicando que la volatilidad de la productividad marginal del capital se explica mejor por la volatilidad de los cambios en la tasa de interés real y en la tasa de cambio. De estas dos variables, la volatilidad de la tasa de cambio tiene el mayor coeficiente.

Así, mientras la tasa de interés no parece tener efectos directos en la inversión, sí tiene un efecto indirecto a través de su impacto en la volatilidad de los rendimientos al capital. Sin embargo, este efecto no es imputable al nivel de las tasas de interés sino a su *volatilidad*, la cual se puede considerar como otra medida de la incertidumbre enfrentada por un inversionista que está considerando emprender un proyecto que es total o parcialmente irreversible. De manera igual, la volatilidad de la tasa de cambio también incrementa el riesgo de una inversión a través de su efecto sobre la variabilidad de los rendimientos al capital. Una de las explicaciones para el impacto de la volatilidad de la tasa de cambio sobre los rendimientos al capital es la importancia de la participación de las importaciones en la formación de capital en maquinaria y equipo.

Esta conclusión es de especial interés en el contexto colombiano. Como se mencionó anteriormente, los estudios han mostrado, en general, que el *nivel* de la tasa de interés real no ha sido un factor importante para explicar la evolución de la inversión colombiana. Este resultado no muy intuitivo se debe a dos efectos que actúan en contrapeso el uno al otro. Por un lado, una reducción en la tasa de interés -o la tasa de descuento- aumenta el valor presente esperado del flujo de utilidades de un proyecto dado, así aumentando la inversión. Sin embargo, la baja en la tasa de interés también aumenta el valor de esperar más información sobre el comportamiento en el futuro de esta tasa, debilitando la inversión en el presente. Entonces el efecto neto puede ser débil, y, como lo es en el caso colombiano, insignificante.

Ni el nivel ni la volatilidad de la inflación parecen tener un poder significativo para explicar la volatilidad de la productividad marginal del capital *por encima de lo que se puede explicar por las volatilidades de las tasas de cambio y de interés*, indicando que cualquier efecto que puede tener la inflación en la volatilidad de los rendimientos

al capital es transmitido a través de su efecto en las volatilidades de las tasas de cambio y de interés. Este resultado se apoya por la ecuación 5, donde el nivel de la inflación tiene un efecto positivo y significativo en la explicación de la volatilidad de la productividad marginal de capital, en ausencia de las variables de tasas de cambio e interés.

Dado que hay dos ecuaciones relevantes para caracterizar la tasa de inversión privada, la primera explicando la inversión a través del efecto de la volatilidad de la productividad marginal del capital y la segunda que relaciona esta volatilidad con las volatilidades de la tasa de interés y de la tasa de cambio, la estimación usando mínimos cuadrados ordinarios (MCO) está sesgada. Este sesgo es el resultado de utilizar una variable que es endógena (SDBETA) en una ecuación como variable independiente en otra. El problema surge del hecho de que al emplear una variable endógena como regresor, esta variable no se distribuye independientemente de los errores en la ecuación. La alternativa es utilizar mínimos cuadrados en dos etapas, un método que proporciona estimaciones consistentes. Los resultados de tal estimación están resumidos en el cuadro 3, y no difieren de manera substancial de los obtenidos anteriormente. En el Apéndice 3 están resumidos los resultados de pruebas sobre los residuos de la estimación, las cuales corroboran los supuestos de la no existencia de autocorrelación y heteroscedasticidad en los errores.

**Cuadro 3**  
**Inversión y Volatilidad**  
**Mínimos Cuadrados en Dos Etapas**

**Variable Dependiente: IPRI**  
**Instrumentos: SDINT, SDEXCH, IPRI(-1), SD BETA(-1)**

	constante	SD BETA	AR(1)	R2 Ajust.
<b>ecuación 1</b>	<b>0.1153</b> <b>(0.0044)**</b>	<b>-3.6446</b> <b>(0.5836)**</b>		<b>0.4409</b>
<b>ecuación 2</b>	0.1158 (0.0056)**	-3.7394 (0.7394)**	0.1936 (0.1558)	0.4434

Errores estándar entre paréntesis

\*\* = significativo a un nivel de confianza del 5%

## V. Conclusiones

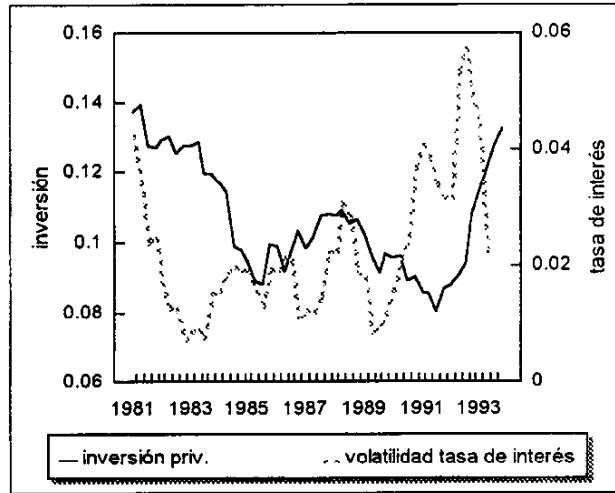
Las principales conclusiones de este trabajo son que la inestabilidad o incertidumbre económica, al ser esta sintetizada por la volatilidad de la productividad marginal del capital, tiene un impacto negativo en la inversión privada en Colombia. A su vez, esta incertidumbre se ve afectada por las *volatilidades* (y no por los niveles) de la tasa de cambio real y de los intereses. De estas dos, el riesgo cambiario tiene el mayor efecto. El comportamiento de las series se puede ver en las gráficas 9 y 10.

Estos resultados son de interés dadas las conclusiones de trabajos anteriores sobre la debilidad de la relación entre el nivel de la tasa de interés real y la inversión. Además de las razones teóricas dadas en la sección anterior, una explicación para la aparente debilidad del efecto del nivel de la tasa de interés sobre la inversión puede ser que la tasa de interés no está cumpliendo su papel de despejador de mercado (*market-clearing*) debido a la existencia de racionamiento de crédito. En condiciones de incertidumbre económico, el racionamiento de crédito es aún más probable dada la tendencia de asignar créditos de acuerdo con criterios diferentes a los del mercado, por ejemplo la reputación del prestamista, en un intento de minimizar el riesgo. Otra razón para la falta de una relación entre las dos variables puede ser la preferencia que tienen muchas empresas por el uso de fondos internos en el financiamiento de sus inversiones.

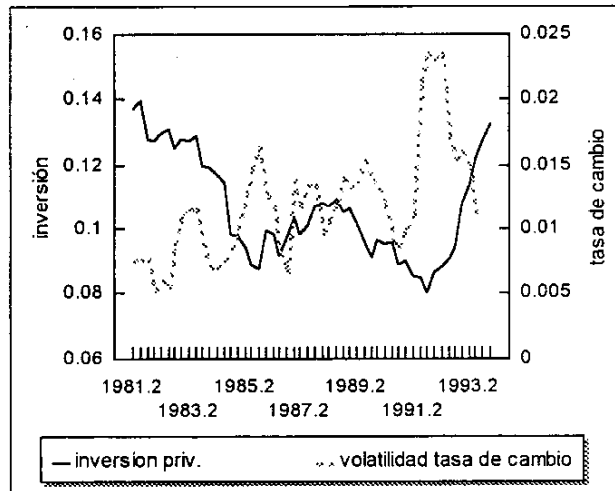
Mientras que el nivel de la tasa de interés puede no ser una variable significativa en la ecuación de inversión, su volatilidad sí parece ser de importancia. Esta volatilidad, al afectar los rendimientos esperados y los costos de oportunidad de proyectos, incrementa el riesgo de la inversión. De manera similar, la incertidumbre en lo que se refiere a la tasa de cambio tiene un efecto negativo en los rendimientos esperados al capital, y así, en la inversión.



**Gráfica 9**  
**Tasas de Inversión y la Volatilidad de las Tasas de Interés**  
**Promedios Móviles (4)**  
**1980-1993**



**Gráfica 10**  
**Tasas de Inversión y la Volatilidad de la Tasa de Cambio Real**  
**Promedios Móviles (4)**  
**1980-1993**



Aunque el nivel de la inflación tiene un impacto en la incertidumbre, este efecto pierde significancia cuando se toma en cuenta la incertidumbre asociada con las tasas de cambio y de interés. Dicho de otra manera, los efectos de la inflación son indirectamente reflejadas por la variabilidad de las tasas de cambio e interés. El *riesgo* inflacionario (volatilidad), al ser muy bajo en Colombia, no parece tener gran importancia en la explicación del comportamiento de la tasa de inversión privada durante los años ochenta y noventa.

No obstante, los resultados de este trabajo se deben ver con alguna cautela, en particular dada la falta de datos trimestrales confiables para varias de las series utilizadas. Además, como ya se notó, los resultados no se pueden utilizar para explicar la relación de largo plazo o de equilibrio entre la inversión y la incertidumbre.

Falta mucho por hacer. Por ejemplo, este trabajo no trata las razones subyacentes de la volatilidad económica, como pueden ser los choques externos o de política. Además del desarrollo de variables que midan la inestabilidad económica, sería deseable incluir variables que miden la inestabilidad política. La ampliación de la base de datos a los años setenta también sería conveniente, especialmente para permitir la división de la muestra para evaluar la existencia de cambios en la variabilidad de la productividad marginal del capital a través del tiempo. La teoría de la inversión irreversible es muy apropiada para análisis sectorial, y esta sería una extensión valiosa en el contexto colombiano.

Sin embargo, los resultados de este trabajo son, en general, de acuerdo con los obtenidos por estudios de corte transversal de países, donde se encuentra que la incertidumbre económica juega un papel significativo en explicar tasas de inversión bajas. En particular, esta relación se comprueba para el caso colombiano durante los últimos quince años.

## Bibliografía

- Abel, A. (1983). "Optimal Investment Under Uncertainty," *American Economic Review* 73, marzo, pp. 228-233.
- Baldwin, C. Y. y Ruback, R. S. (1986). "Inflation, Uncertainty and Investment," Working Paper of the A.P. Sloan School of Management, WP#1746-86, enero.
- Barrios, A. et al. (1993). "Empleo y capital en Colombia: nuevas estimaciones 1950-1992," *Archivos de Macroeconomía*, 15.
- Bernanke, B. (1983). "Irreversibility, Uncertainty and Cyclical Investment," *Quarterly Journal of Economics* 98, febrero, pp. 85-106.
- Caballero, R. y R. Pindyck. (1992). *Uncertainty, Investment and Industry Revolution*. NBER Working Paper No., 4160.
- Cárdenas, M. (1996). "Macroeconomía y Mercado de Capitales". mimeo.
- Cárdenas, M. y M. Olivera. (1995). "La Crítica de Lucas y la Inversión en Colombia: Nueva Evidencia," *Ensayos Sobre Política Económica* 27, junio, pp.95-138.
- Chica, R. (1984). "La Financiación de la Inversión en la Industria Manufacturera Colombiana: 1970- 1980," *Desarrollo y Sociedad* 15-16, pp. 195-285.
- \_\_\_\_\_ (1988). "Un Diagnóstico de la Crisis de la Acumulación de la Industria Colombiana," *Desarrollo y Sociedad* 22, pp. 11-73.
- Cukierman, A. (1980). "The Effects of Uncertainty on Investment under Risk Neutrality with Endogenous Information," *Journal of Political Economy*, 88, junio, pp. 462-475.
- Dailami, N. (1992). "Government Policy and Private Investment Recovery in Colombia," en A. Chhibber, M. Dailami, and N. Shafik, eds. *Reviving Private Investment in Developing Countries: Empirical Studies and Policy Lessons*. North-Holland, 1992, pp. 43-68.
- De Long, B. J. y L. Summers. (1993). "Equipment Investment and Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics* 106, pp. 445-502.
- Dixit, A. (1989). "Entry and Exit Decisions under Uncertainty," *Journal of Political Economy* 97, junio, pp. 620-638.

- Dixit, A. y R. Pindyck. (1994). *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press.
- Echeverry, J.C. (1996). "The Rise and Perpetuation of a Moderate Inflation, Colombia 1970-1991." *Borradores Semanales de Economía*, No. 50. Banco de la República.
- \_\_\_\_\_. (1993). "Indicadores de Política y Canales de Transmisión Monetaria. Colombia: 1975-1991," *Ensayos Sobre Política Económica*, 24, diciembre, pp. 7-41.
- Elías, V. (1992). *Fuentes De Crecimiento: Un Estudio de Siete Economías Latinoamericanas*. Centro Internacional para el Desarrollo Económico, San Francisco.
- Fainboim, I. (1990). "Inversión, tributación y costo de uso del capital en Colombia: 1950-1987," *Ensayos Sobre Política Económica*, No. 18, diciembre, pp. 7-50.
- Hofman, A. (1992). "Capital Accumulation in Latin America: A Six Country Comparison for 1950-89," *The Review of Income and Wealth* 38, No. 4, diciembre, pp. 365-401.
- Lach, S. y D. Tsiddon. (1992). "Rules Rather than Discretion: the Inconsistency of Optimal Plans," *Journal of Political Economy* 100, no. 2.
- Levine, R. y D. Renelt. (1992). "A Sensitivity Analysis of Cross-Country Growth Regressions," *American Economic Review*, Vol. 82, No. 4, septiembre, pp. 942-63.
- Lucas R. y E. Prescott. (1971). "Investment Under Uncertainty," *Econometrica* 39, mayo, pp. 659-681.
- Ocampo, J.A., J.L. Londoño y L. Villar. (1988). "Comportamiento del ahorro y la inversión: evolución histórica y determinantes," en E. Lora, (ed.) *Lecturas de Macroeconomía Colombiana*.
- Olivera, M. (1993). "El Costo de Uso del Capital en Colombia: Una Nueva Estimación," en *Planeación y Desarrollo*, vol. 24, no. 2, mayo-agosto, pp. 373-400.
- Pindyck, R. (1988). "Irreversible Investment, Capacity Choice and the Value of the Firm," *American Economic Review* 79, diciembre, pp. 969-85.

- Pindyck, R. y A. Solimano. (1993). "Economic Instability and Aggregate Investment," *NBER Macroeconomics Annual* 8, pp. 259-303.
- Rama, M. (1993). "Empirical Investment Equations for Developing Countries," en L. Serven and A. Solimano, *Striving for Growth After Adjustment, the Role of Capital Formation*. The World Bank, Washington D.C.. pp. 107-143.
- Reyes, A. (1978). "Un Modelo de Corto Plazo Para la Economía Colombiana," *Planeación y Desarrollo*, mayo-agosto, pp. 36-59.
- Rodrik, D. (1991). "Policy Uncertainty and Private Investment in Developing Countries," *Journal of Development Economics* 36, octubre, pp. 229-242.
- Sánchez, F., E. Lora, and A.J. Parra. (1992). "Ahorro, inversión y perspectivas de Colombia," serie de *Documentos de Trabajo* 111, Banco Interamericano de Desarrollo, Washington, D.C.
- Sakellaris, P. (1993). "Investment Under Uncertain Market Conditions," in *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 77, No. 3, agosto, pp. 455-469.

## **Apéndice 1**

### **Definición de series utilizadas**

Producto Interno Bruto:	Se utilizó la serie trimestral (revisión de 11/1995) del Departamento Nacional de Planeación (DNP).
Stock de Capital:	Existen datos trimestrales para la formación bruta de capital fijo en maquinaria y equipo (fuente: DNP). Suponiendo una tasa de depreciación del 5%, se generó una serie trimestral de formación neta de capital fijo. Utilizando esta serie de FNKF se generó una serie trimestral para el stock de capital en maquinaria y equipo, usando un dato inicial de 1979 para el stock de capital en maquinaria y equipo (fuente: DNP). La serie generada es muy parecida a la serie anual existente.
Empleo Nacional:	<p>Empleo urbano -- Con los datos trimestrales existentes para la tasa de participación bruta y la tasa de desempleo en siete ciudades (fuente: DANE) se generó una tasa de empleo en siete ciudades, que se considere un proxy para la tasa de empleo urbano.</p> <p>Empleo rural -- Existen datos anuales de población rural total y población rural ocupada (fuente: Barrios et al.; 1993). Interpolando, y suponiendo una tasa de crecimiento exponencial, se generó una tasa de empleo rural trimestral.</p> <p>⇒ empleo nacional = (tasa de empleo urbana x población urbana) + (tasa de empleo rural x población rural)</p>
Importaciones:	Datos trimestrales (DANE).
Precio del Empleo:	Se utilizó el índice trimestral del salario en la industria manufacturera (empleados) (fuente: DANE).
Precio de importaciones:	Índice trimestral (fuente: Estadísticas Financieras del Fondo Monetario Internacional).
Participación de los factores:	$\alpha_K = 0.2$ $\alpha_L = 0.7$ $\alpha_M = 0.1$ . (Las estimaciones son robustas a distintas especificaciones de las participaciones de los factores).

Inversión Privada:	Se multiplicó la serie trimestral de formación interna bruta de capital fijo (FIBKf) por la razón (FIBKf privada/ FIBKf total) que es una serie anual. El supuesto fuerte es que la razón es constante durante un año dado.
Tasa de interés real:	Se utilizó la tasa de interés de los CDT de 90 días (fuente: Banco de la República).
Tasa de Cambio:	Indice de la tasa de cambio real, comercio global sin café; base: 12/1986= 100) (fuente: Banco de la República).
Inflación:	Variaciones porcentuales del índice de precios al consumidor (fuente: DANE).

**Apéndice 2**

**Cuadro A1: Variabilidad del residuo de Solow y sus Componentes  
Correlaciones**

	Solow	Producto	Capital	Empleo	Import.
Solow	1				
Producto	0.804	1			
Capital	0.017	0.028	1		
Empleo	-0.762	-0.538	-0.134	1	
Importaciones	0.275	0.153	-0.034	-0.364	1

\*\*\*

**Regresión:**

$$\sigma_a = 3.032 + 1.454 \sigma_y - 3.809 \sigma_l + \sigma_a(t-1)$$

(4.840) (0.322)\*\* (0.767)\*\*

(Desviaciones estándar entre paréntesis)

R<sup>2</sup> ajustado = 0.94

\*\* : significativo al 1%

$\sigma_a$  : volatilidad del crecimiento del residuo de Solow

$\sigma_y$  : volatilidad del crecimiento del producto real

$\sigma_l$  : volatilidad del crecimiento del empleo

$\sigma_a(t-1)$  : volatilidad del crecimiento del residuo de Solow rezagada un periodo



### Apéndice 3:

#### Pruebas de los Residuos

Los tres supuestos básicos en el modelo clásico respecto de los residuos de una estimación son que tengan una distribución normal con promedio cero, y que no exista autocorrelación ni heteroscedasticidad en los errores. El siguiente cuadro muestra los resultados de las pruebas, los cuales corroboran que estos supuestos se cumplen en la estimación de la inversión privada en Colombia (Cuadro 3). Todas estas pruebas son aplicables al método de estimación de mínimos cuadrados en dos etapas.

Prueba	Hipótesis Nula	Estadística	Probabilidad
<b>Jarque-Bera</b>	Normalidad de los residuos de la estimación de mínimos cuadrados en dos etapas	0.4674	0.7916
<b>Breusch-Godfrey</b>	$C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 0$ en la regresión: $RESID_t = C_1 + C_2 RESID_{t-1} + C_3 RESID_{t-2} + C_4 RESID_{t-3} + C_5 RESID_{t-4}$	2.0995	0.7175
<b>ARCH</b>	$C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 0$ en la regresión $RESID^2 = C_1 + C_2 RESID^2_{t-1} + C_3 RESID^2_{t-2} + C_4 RESID^2_{t-3} + C_5 RESID^2_{t-4}$	$F = 0.4060$ $nR^2 = 1.7781$	0.8030 0.7765

1. El test de Jarque-Bera comprueba la normalidad de los residuos de la estimación. Como se puede ver, la hipótesis nula de normalidad no se puede rechazar (una probabilidad de 0.05 indicaría que la hipótesis nula se puede rechazar con un nivel de confianza del 95%; en este caso, la probabilidad es 0.79, lo cual quiere decir que la hipótesis nula se rechaza con solamente un 21% de confianza). El valor promedio de los residuos es  $-1.02E-17$ .

2. La presencia de autocorrelación de los residuos implicaría que los procedimientos de inferencia y las fórmulas para calcular los errores estándar pueden no ser correctas. Como se está utilizando datos trimestrales, y dado que la estadística Durbin-Watson solamente comprueba la presencia o ausencia de autocorrelación de primer orden, es aconsejable asegurarse que, por ejemplo, no existe autocorrelación de cuarto orden en los residuos. La prueba que se utiliza en este caso es la Breusch-Godfrey. En esta instancia tampoco se puede rechazar la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación en los errores (probabilidad = 0.7175).

3. La existencia de heteroscedasticidad en los residuos, igual a la de autocorrelación, viola los supuestos del modelo clásico lineal. Los resultados de la prueba ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) implican que la hipótesis nula de ausencia de heteroscedasticidad no se puede rechazar.