

ESTIMACIÓN DE MATRICES DE TRANSICIÓN DE LA CALIDAD DE CARTERA COMERCIAL DE LAS ENTIDADES FINANCIERAS COLOMBIANAS

José Eduardo Gómez G.
Adriana Paola Morales A.
Fernando Pineda G.
Nancy Eugenia Zamudio G.*

I. INTRODUCCIÓN

Las instituciones financieras expresan la percepción de riesgo que tienen de cada uno de sus clientes mediante la calificación de los créditos. La información provista por dicha calificación les permite evaluar el estado actual de la calidad de sus balances, así como hacer los cálculos de las provisiones que deben hacer sobre sus carteras. Igualmente constituye una herramienta para la evaluación y otorgamiento de créditos, y para la asignación de las tasas de los mismos.

Sin embargo, dentro de un sistema de administración de riesgo crediticio es muy importante el pronóstico que se pueda hacer sobre el incumplimiento de los clientes y sus posibles cambios de estado¹. En este sentido, las matrices de transición constituyen un instrumento fundamental para las instituciones financieras, porque miden la probabilidad de migración entre los diferentes estados de cada uno de sus clientes. Debido a esto, resulta importante medir con precisión éstas probabilidades.

Dentro de la literatura y los modelos de riesgo crediticio convencionales se suele estimar matrices de transición en tiempo discreto; no obstante, resulta interesante explorar herramientas más precisas como las ofrecidas por los modelos de duración. Por esta razón, en este artículo presentamos un modelo de duración y estimamos matrices de transición en tiempo continuo.

* Los autores pertenecen al Departamento de Estabilidad Financiera de la Subgerencia Monetaria y de Reservas, del Banco de la República. Las opiniones expresadas en este documento no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva y son responsabilidad exclusiva de los autores.

¹ Para este artículo los estados están constituidos por las cinco calificaciones de cartera existentes: A, B, C, D y E.

Este artículo está dividido en cinco secciones, incluida esta introducción. En la sección II se hace una descripción de los datos utilizados en las estimaciones. La sección III presenta la metodología de estimación de las matrices de transición en tiempo discreto y en tiempo continuo, así como los resultados de éstas. En el siguiente apartado se presenta el modelo de duración; y finalmente la sección V concluye.

II. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS

Los ejercicios de las matrices de transición, presentados en la sección III de este artículo, se llevaron a cabo a partir de la información de los deudores de la cartera comercial que proviene del formato 341 de la Superintendencia Financiera. Esta base de datos contiene información desagregada de los montos de los créditos y sus calificaciones, lo que permite hacer un análisis detallado del riesgo de crédito, sin ignorar una característica muy importante en este tipo de análisis, como es la heterogeneidad de los deudores y de los contratos de crédito.

Debido a la riqueza de la información, los individuos en este análisis son los créditos (y no el monto del crédito ni las firmas), cada uno de los cuales está calificado por la respectiva institución crediticia. Hay cinco tipos de calificación (A, B, C, D y E) donde A es la mejor y E es la peor, y a partir de la migración entre estos estados, ya sea de manera ascendente o descendente, se calculan las matrices de transición.

Esta base de datos contiene el total de los créditos comerciales que han sido reportados trimestralmente a la Superintendencia Financiera durante el período 1998-2006. Algunos registros fueron obviados con el fin de alcanzar consistencia entre la información y los objetivos del ejercicio. En primer lugar, no se tomaron en cuenta los créditos de *leasing* ya que son operaciones que difieren en sus características de los créditos ordinarios; en segundo lugar, los créditos con el 5% más bajo de los montos, al considerar que podían ser errores de registro; además, se descartaron las operaciones en moneda extranjera, y por último se obviaron aquellos créditos que no estaban de manera consecutiva en al menos dos trimestres.

En el caso del modelo de duración, expuesto en la sección IV, la información utilizada proviene de las superintendencias Financiera y de Sociedades. La información de esta última se utilizó para construir la matriz de variables explicativas del modelo, por lo cual son incluidos todos los deudores de la cartera comercial que reportaron balances y estados de resultados ante la Superintendencia de Sociedades.

De la misma manera que en las matrices de transición, los individuos son los créditos, aunque con algunas características adicionales. Las migraciones entre créditos son consideradas solamente hacia las calificaciones vecinas, lo que genera ocho pares distintos: de A a B; de B a C; de C a D; de D a E; de E a D; de D a C; de C a B, y de B a A. Además, un crédito que ha cambiado de calificación más

de una vez durante el período, aparece diferenciado en el modelo como si fueran créditos diferentes; por ejemplo: si cambió de A a B en determinado momento, pero luego volvió a cambiar de B a C en otro período, esto se registra dos veces en el modelo.

III. ESTIMACIÓN DE MATRICES DE TRANSICIÓN²

Las matrices de transición son utilizadas para estimar las probabilidades de migración entre estados. En esta sección se presentan los resultados de las estimaciones en los tiempos discreto y continuo de la calidad de los créditos comerciales de las entidades financieras colombianas. Durante todo el apartado se mantiene el supuesto de que el proceso estocástico que genera la dinámica de migraciones observada puede ser representado de forma adecuada por una cadena de Markov³.

En el sistema compuesto por las calificaciones de los créditos comerciales no hay un estado absorbente; por tanto, no hace falta aclarar la periodicidad para la cual se asume que el sistema es markoviano⁴ y las probabilidades de transición de un estado a otro son (potencialmente) estrictamente positivas.

A. Estimaciones en tiempo discreto

Supongamos que tenemos una muestra compuesta por N créditos a los cuales se hace seguimiento durante T períodos. En cada momento del tiempo los créditos reportan una calificación, cuyo número de calificaciones es finito. La evolución de las calificaciones éstos en el tiempo se puede caracterizar mediante las migraciones entre estados, las cuales se asumen independientes unas de otras. Sean $n_i(t)$ el número de créditos en la categoría i al comienzo del período t , y $n_{ij}(t)$ el número de créditos que migran de la categoría i a la categoría j entre los tiempos⁵ t y $t + 1$. El objetivo consiste en estimar la matriz de transición, cuyos elementos $(p_{ij}(t))$ representan la probabilidad de que un crédito migre del estado i al estado j , para $i, j \in S$, donde S representa el conjunto finito de todos los estados posibles, para un período de tiempo determinado. La función de verosimilitud está dada por:

$$(1) \quad L(p, n) = \prod_{(i,j)} (p_{ij}(t))^{n_{ij}(t)}$$

y la función logarítmica de verosimilitud correspondiente está dada por:

$$(2) \quad \ell(p, n) = \sum_{(i,j)} n_{ij}(t) \log(p_{ij}(t))$$

² Las metodologías presentadas en esta sección son con base en Gómez González y Kiefer (2007b).

³ La validez de este supuesto es evaluada en la sección IV, utilizando un modelo de duración.

⁴ Cuando existe un estado absorbente, el supuesto markoviano implica que en el largo plazo todos los individuos migran hacia el estado absorbente. Por ejemplo, si el estado absorbente es *default*, el supuesto markoviano implica que en estado estacionario todos los individuos entran en *default*.

⁵ En este artículo la unidad de tiempo es un trimestre.

La función presentada en la ecuación (2) es globalmente cóncava y los estimadores de máxima verosimilitud de los elementos de la matriz de transición se obtienen maximizando esta función con respecto a cada una de las probabilidades. Estos estimadores están representados por:

$$(3) \quad \hat{p}_{ij}(t) = \frac{n_{ij}(t)}{n_i(t)}, \quad i, j \in S$$

es decir, por la proporción de créditos expuestos en la categoría i que migraron a la categoría j entre los períodos t y $t+1$.

En algunas aplicaciones se hace el supuesto de que la matriz de transición es homogénea (o invariante) en el tiempo para un número determinado de períodos. Por ejemplo, se asume que $p_{ij}(t) = p_{ij}$, $i, j \in S$, para $t = 1, \dots, T$, donde $t < \infty$. Este supuesto resulta conveniente para realizar pronósticos, puesto que con poca información (el estado de los créditos en el tiempo 1 y la matriz de transición) se puede predecir el estado de los créditos en algún momento futuro del tiempo \bar{t} , con la única restricción de que $\bar{t} < T$. No obstante, el supuesto de homogeneidad de la matriz de transición en el tiempo suele ser inadecuado para períodos largos en la mayoría de aplicaciones empíricas (véase, por ejemplo, Gómez González y Kiefer [2007b], y Lando y Skodeberg [2002]).

A continuación presentamos la matriz de transición promedio, con información trimestral, usando la base de datos descrita en la sección II:

$$\hat{P}_{prom} = \begin{pmatrix} & \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} \\ \text{A} & 0,937 & 0,047 & 0,011 & 0,003 & 0,002 \\ \text{B} & 0,286 & 0,508 & 0,175 & 0,025 & 0,006 \\ \text{C} & 0,122 & 0,079 & 0,360 & 0,414 & 0,024 \\ \text{D} & 0,061 & 0,022 & 0,022 & 0,611 & 0,284 \\ \text{E} & 0,027 & 0,006 & 0,004 & 0,012 & 0,952 \end{pmatrix}$$

La masa se concentra en los elementos diagonales de la matriz, especialmente para las categorías A y E. Esto implica que la migración es mayor para los mejores y los peores créditos, lo cual suena razonable: créditos de muy alta calificación migran poco hacia malas calificaciones, y créditos de muy mala calificación tienen poca probabilidad de mejorar en el tiempo. Para las demás categorías también hay concentración de la masa en los elementos diagonales, pero ésta es menor frente a la de las categorías A y E.

Por otra parte, las migraciones hacia una categoría dada se concentran en las categorías vecinas; lo cual resulta bastante razonable, puesto que se puede prever que las migraciones sean relativamente lentas: no es de esperar que el perfil de riesgo de un crédito determinado sea corregido con mucha rapidez.

Un ejercicio interesante resulta de comparar la matriz presentada con la matriz de transición promedio para el año 2006, que se presenta a continuación:

$$\hat{P}_{2006} = \begin{pmatrix} & \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} \\ \text{A} & 0,960 & 0,033 & 0,005 & 0,001 & 0,001 \\ \text{B} & 0,357 & 0,408 & 0,215 & 0,012 & 0,008 \\ \text{C} & 0,103 & 0,068 & 0,278 & 0,517 & 0,034 \\ \text{D} & 0,036 & 0,013 & 0,014 & 0,646 & 0,292 \\ \text{E} & 0,023 & 0,004 & 0,004 & 0,010 & 0,959 \end{pmatrix}$$

Aunque ambas matrices parecen muy similares a primera vista, la matriz \hat{P}_{2006} presenta una probabilidad mayor de que los créditos tipo A de mantengan en la misma. Para el resto de categorías el efecto es el inverso: la matriz \hat{P}_{2006} presenta mayores probabilidades de pasar a categorías inferiores. Esto indicaría que, recientemente si bien los créditos de mejor calidad parecen presentar mayores probabilidades de mantenerse, los créditos de calidades inferiores tienen ahora mayores probabilidades de migrar hacia categorías de peor calificación.

Sin embargo, aún bajo no homogeneidad, la estimación de matrices de transición en tiempo discreto presenta una serie de inconvenientes que se pueden resumir en dos puntos importantes. Primero, este método de estimación no garantiza que las probabilidades de migración estimadas sean estrictamente positivas. Si para un período de tiempo no se presenta ninguna transición de la categoría i a la j , el estimador de máxima verosimilitud para la probabilidad de migración es cero. Este problema se hace evidente cuando se consideran migraciones poco probables, como aquellas desde calificaciones altas hacia bajas. No obstante, es difícil imaginar una migración imposible entre categorías, incluso si ninguna transición entre ellas se observa durante un período de tiempo determinado. Por ejemplo, dentro de los esquemas de calificación de riesgo de Standard and Poor's las transiciones directas entre categorías de inversión y las de bonos chatarra son infrecuentes, y para varios períodos los estimadores de máxima verosimilitud en tiempo discreto para dichas transiciones pueden ser cero. Esto no implica, claro está, que la deuda de una empresa con una buena calificación no pueda caer a una categoría mala en un período de tiempo determinado. En resumen, el primer problema de este método es que tiende a subestimar las probabilidades de migración entre categorías extremas.

El segundo problema radica en que las estimaciones en tiempo discreto están sujetas a la definición arbitraria de los períodos de migración. Por una parte, la elección de la periodicidad con la cual se presentan las migraciones puede no corresponder con la periodicidad verdadera del proceso generador de los datos; por otra parte, las matrices de transición en tiempo discreto no se pueden transformar en matrices de transición en tiempo continuo (Norris, 2005), razón por la cual los ejercicios de pronóstico que se realicen con estas matrices deben hacerse para períodos de tiempo que sean múltiplos enteros del período para el cual se estimaron las matrices.

Ambos problemas se pueden resolver estimando matrices de transición en tiempo continuo. En la siguiente subsección presentamos la metodología y los resultados de la estimación, usando la misma base de datos.

B. Estimaciones en tiempo continuo

El punto de partida para estimar cadenas de Markov en tiempo continuo consiste en asumir homogeneidad en el tiempo para un período corto. En las estimaciones que se presentan en esta parte se asume homogeneidad para un período de un año; posteriormente se presentan los resultados de las estimaciones sin hacer ese supuesto.

Supongamos que se observa la calificación para N créditos entre el tiempo 0 y el tiempo T ; además, que el espacio de estados es finito, siendo la categoría 1 la mejor calificación y z la peor. Sea $P(t)$ la matriz de transición para un período de tiempo determinado. La matriz de transición puede expresarse en términos de las intensidades de transición, que representan las probabilidades instantáneas de migración entre los diferentes estados. En este sentido,

$$(4) \quad P(t) = \exp(\Lambda t), \quad t \geq 0$$

donde Λ representa la matriz generadora, cuyos elementos son las intensidades de transición. La ventaja de poder expresar la matriz de transición en términos de la matriz generadora radica en que, teniendo las probabilidades instantáneas como insumo, es posible obtener la matriz de transición correspondiente para el período de tiempo que se desee, escalando la matriz generadora por el tiempo. De esta forma se soluciona el problema de la arbitrariedad en la definición del período de las estimaciones en tiempo discreto.

Dado que para cualquier t la matriz de migraciones es una función monótona de la matriz generadora, es posible obtener estimadores de máxima verosimilitud para las probabilidades de migración encontrando, primero, estimadores de máxima verosimilitud para las intensidades de migración, y luego, escalando por el período de tiempo apropiado.

Los estimadores de máxima verosimilitud de los elementos de la matriz generadora están dados por (véase Kuchler y Sorensen, 1997):

$$(5) \quad \hat{\lambda}_{ij} = \frac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s) ds}, \quad \text{para } i \neq j$$

donde $N_{ij}(T)$ representa el total de migraciones del estado i al estado j ocurridas entre el tiempo 0 y el tiempo T , y $Y_i(s)$ representa el número de créditos con calificación i en el tiempo s . Los elementos diagonales de la matriz generadora están dados por $\hat{\lambda}_{ii} = -\sum_{j \neq i} \hat{\lambda}_{ij}$. El denominador tiene en cuenta cada crédito que ha obtenido la calificación i en algún momento entre el tiempo 0 y el tiempo T .

Una ventaja de este método es que considera también transiciones indirectas entre estados, y esto soluciona el problema de la subestimación de las probabilidades de eventos infrecuentes. En particular, la estimación de una transición es estrictamente

positiva si durante el período considerado hay una secuencia de migraciones entre categorías intermedias, incluso si no hubo ninguna migración directa y ningún crédito experimentó esa secuencia de migraciones intermedias. Por ejemplo, si estamos interesados en estimar la probabilidad de un evento raro, tal vez la probabilidad de migración de la categoría 1 a la categoría s en un año, pero no hubo ningún crédito que experimentara directamente dicha transición, aún podemos estimar una probabilidad positiva si hubo siquiera un crédito que migró de 1 a 2, otro que lo hizo de 2 a 3, ... y otro de $s - 1$ a s , durante dicho período.

A continuación presentamos la matriz de transición promedio anual, estimada en tiempo continuo bajo el supuesto de homogeneidad, usando la base de datos descrita en la sección II:

$$\hat{P}_{cont_prom} = \begin{pmatrix} & A & B & C & D & E \\ A & 0,849 & 0,075 & 0,029 & 0,026 & 0,021 \\ B & 0,519 & 0,192 & 0,091 & 0,107 & 0,091 \\ C & 0,287 & 0,067 & 0,108 & 0,243 & 0,294 \\ D & 0,176 & 0,035 & 0,024 & 0,238 & 0,526 \\ E & 0,104 & 0,017 & 0,010 & 0,028 & 0,840 \end{pmatrix}$$

Al comparar la matriz \hat{P}_{cont_prom} con la matriz \hat{P}_{prom} , se observa que la primera concentra menos masa en los elementos diagonales. Esto resulta del hecho de que \hat{P}_{cont_prom} considera las migraciones intermedias. En otras palabras, cuando no se considera la probabilidad de llegar a una categoría determinada mediante una secuencia de migraciones indirectas, se subestima la probabilidad de realizar dicha migración. Por ejemplo, si se considera el elemento p_{AA} , se nota que la probabilidad de permanecer en la categoría A es considerablemente superior en \hat{P}_{prom} que en \hat{P}_{cont_prom} .

Cuando se considera solamente el año 2006 la matriz de transición anual estimada en tiempo continuo asumiendo homogeneidad está dada por:

$$\hat{P}_{cont_2006} = \begin{pmatrix} & A & B & C & D & E \\ A & 0,904 & 0,049 & 0,018 & 0,017 & 0,012 \\ B & 0,570 & 0,130 & 0,076 & 0,119 & 0,105 \\ C & 0,234 & 0,039 & 0,076 & 0,287 & 0,365 \\ D & 0,126 & 0,017 & 0,014 & 0,268 & 0,574 \\ E & 0,094 & 0,010 & 0,007 & 0,025 & 0,863 \end{pmatrix}$$

Al comparar la matriz \hat{P}_{cont_prom} con la matriz \hat{P}_{cont_2006} se observa que son diferentes. Esto da indicios de que el supuesto de homogeneidad no es apropiado para períodos largos de tiempo.

Alternativamente, las matrices de transición en tiempo continuo se pueden estimar sin hacer supuestos de homogeneidad. El método para hacer esto es no paramétrico, y se resume en el estimador de Aalen-Johansen. La matriz de transición, $P(t)$, se puede estimar de forma consistente de la siguiente manera:

$$(6) \quad \tilde{P}(T_i) = \prod_{i=1}^m (I + \Delta \tilde{A}(T_i))$$

donde I representa la matriz de identidad, y T_i es un tiempo de salto que ocurre durante el periodo de observación. $\Delta\tilde{A}(T_i)$ es una matriz en la cual el elemento no diagonal ij está dado por la relación del número de transiciones observadas entre los estados i y j en la fecha T_i y el número total de créditos calificados i justo antes de darse la transición. Los elementos diagonales corresponden al negativo de la sumatoria de los elementos no diagonales de la fila correspondiente.

A continuación presentamos la matriz de transición para el año 2006, estimada en tiempo continuo sin el supuesto de homogeneidad, usando la base de datos descrita en la sección II:

$$\hat{P}_{cont_2006_nh} = \begin{pmatrix} & A & B & C & D & E \\ A & 0,901 & 0,052 & 0,020 & 0,018 & 0,009 \\ B & 0,601 & 0,072 & 0,052 & 0,163 & 0,112 \\ C & 0,241 & 0,034 & 0,029 & 0,284 & 0,412 \\ D & 0,114 & 0,019 & 0,015 & 0,205 & 0,647 \\ E & 0,091 & 0,013 & 0,009 & 0,030 & 0,857 \end{pmatrix}$$

La matriz $\hat{P}_{cont_2006_nh}$ presenta diferencias con respecto a la matriz \hat{P}_{cont_2006} . Sin embargo, las diferencias son más notorias si se compara con la matriz \hat{P}_{2006} . Esto indica que una vez se adopta una metodología de tiempo continuo para estimar las matrices de transición, el supuesto de homogeneidad no parece ser nocivo para períodos de tiempo cortos. Realizar las estimaciones en tiempo discreto es más problemático, puesto que lleva a la subestimación de las probabilidades de migración fuera de cada uno de los estados, especialmente de los estados extremos.

IV. MODELO DE DURACIÓN⁶

Las estimaciones de las matrices de transición presentadas en la sección anterior se realizaron asumiendo que el proceso estocástico que genera la dinámica de migraciones puede ser representado de forma adecuada mediante cadenas de Markov. Dado que las probabilidades de migración se estiman con la finalidad de ser incorporadas dentro de un sistema de administración de riesgo crediticio, es importante verificar la precisión de las mismas. Una forma de hacerlo es evaluando la validez del supuesto markoviano, usando un modelo de duración, que incorpora variables explicativas usando técnicas de análisis de supervivencia.

En este artículo se utiliza una variante del modelo semiparamétrico de Cox (1972)⁷. Sea

$$7) \quad \lambda_{ij}^n(t) = Y_i^n(t) \alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t))$$

⁶ Las metodologías presentadas en esta sección son con base en Gómez González y Kiefer (2007a).

⁷ Se eligió el modelo semiparamétrico de Cox (1972), puesto que pruebas estadísticas iniciales sobre la distribución incondicional de la duración en el tiempo mostraron que el comportamiento de la función de probabilidad instantánea condicional de cambiar de estado, para todas las categorías consideradas, es no monótonico y no se asemeja al comportamiento esperado bajo funciones de densidad comúnmente utilizadas.

donde $\lambda_{ij}^n(t)$ representa la intensidad de migración de la categoría i a la j en el momento t , $Y_i^n(t)$ es una función indicador que se activa cuando el crédito se encuentra en el estado i en el tiempo t , y $\alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t))$ es una función del tiempo y del vector de variables independientes del crédito n en el tiempo t , $X^n(t)$. Aquí se utilizan variables explicativas que varían en el tiempo. Se asume que la función $\alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t))$ admite una forma multiplicativa:

$$(8) \quad \alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t)) = \alpha_{ij}^0(t) \exp(\beta_{ij} X^n(t)),$$

donde $\alpha_{ij}^0(t)$ representa la intensidad base, común para todos los créditos. Si el supuesto markoviano es válido, $\alpha_{ij}^n(\beta_{ij}, t, X^n(t)) = \alpha_{ij}^0(t)$, es decir, todos los parámetros deben ser estadísticamente iguales a cero. Por tanto, las pruebas al supuesto markoviano son de *significancia* estadística del vector de parámetros β . Se eligió la forma exponencial como función de transformación por su conveniencia: pues asegura la no negatividad de las intensidades sin imponer ningún tipo de restricción sobre el valor de los parámetros.

Bajo esta especificación de las intensidades, los parámetros estimados tienen la interpretación de semi elasticidades. El modelo es estimado por el método de máxima verosimilitud parcial desarrollado por Cox (1972).

A. Descripción de las variables explicativas utilizadas en el modelo de duración

Se escogieron indicadores que pueden determinar la probabilidad de deterioro de la calidad de la cartera de las firmas, los cuales son de dos tipos: aquellos que describen características financieras propias de cada entidad, y los que representan las circunstancias del entorno económico. A continuación se describen brevemente.

1. **Liquidez:** (activo corriente + inversiones LP + deudores LP)/(pasivo corriente + obligaciones financieras y laborales LP + cuentas por pagar LP + bonos y pasivos estimados LP). Este indicador mide la liquidez de largo plazo.
2. **Estructura de la deuda:** pasivo corriente/(pasivo corriente + pasivos LP). Entre mayor sea este indicador, los pasivos de la entidad se concentran en el corto plazo, reflejando una financiación de menor estabilidad.
3. **Endeudamiento:** pasivos/patrimonio. Dentro de las cuentas que conforman el patrimonio, se ponderaron por el 50% las que correspondían al superávit y utilidades del ejercicio en curso, para reconocer su carácter de capital secundario. La interpretación de este indicador es controvertida: entre dos entidades con las mismas utilidades será más rentable la de mayor endeudamiento; sin embargo, la de menor endeudamiento es más sólida (por su mayor patrimonio), lo que le permite afrontar con mejores posibilidades coyunturas adversas, lo cual en el largo plazo la hace más rentable.

4. Rentabilidad: utilidad antes de impuestos/activo.
5. Eficiencia: gastos operacionales/ventas. Es un indicador tradicional que señala la eficiencia de una entidad, la cual es un componente cada vez más importante dentro de su estructura de costos.
7. Tamaño: activos/1.000.000. Esta variable controla por el tamaño de la entidad. Se espera que las entidades de mayor tamaño tengan menores probabilidades de deteriorar su cartera frente a las de menor tamaño.
8. Tipo de garantía: es una variable *dummy* que toma el valor uno cuando es garantía idónea y cero de lo contrario.
9. Historia crediticia: representa el número de trimestres en los cuales la firma tiene al menos un crédito con el sistema financiero.
10. Número de relaciones bancarias: es el número de entidades crediticias con el que la entidad tiene préstamos.
11. Crecimiento real del PIB: las entidades presentan mejor cumplimiento de sus obligaciones dentro de ciclos expansivos de la actividad económica.
12. Tasa de cambio: es el promedio trimestral de la tasa representativa del mercado.
13. Transables no transables: se refiere a si la firma pertenece a un sector transable (definidos como agricultura, pesca, minería y manufacturas) o no transable (el resto de sectores). Se realizaron pruebas de carácter no paramétrico que mostraron que la función de supervivencia es estadísticamente diferente para los dos tipos de sectores; por tanto, se hicieron regresiones por separado para transables y para no transables.

B. Resultados de la estimación del modelo

Los resultados de las estimaciones para transables y no transables y para cada uno de los pares de transiciones vecinas se presentan en los cuadros 1 y 2; en donde, además, se presentan los coeficientes estimados y los errores estándar⁸. La prueba chi-cuadrado para determinar la significancia global de los estimadores muestra que todos los parámetros β son conjunta y estadísticamente diferentes de cero, lo que significa que en todos los casos las variables de características financieras de las empresas y las variables de entorno macroeconómico explican la

⁸ Para los detalles de las variables individualmente significativas de cada una de las transiciones y los grupos de empresas, refiérase a los cuadros mencionados. También, claro está, se pueden hacer pruebas de *significancia* conjunta de grupos de variables utilizando los coeficientes y errores estándar reportados.

intensidad de migración entre categorías. Este resultado nos permite inferir que el supuesto markoviano no se cumple.

Debido al objetivo de estimar de la manera más precisa posible las matrices de transición, la no validez del supuesto markoviano tiene una implicación muy importante, en la medida en que la intensidad de migración no depende únicamente de elementos comunes a todos los créditos sino también de la información inherente a cada empresa y a la situación económica en cada momento del tiempo. Por

RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN PARA EMPRESAS TRANSABLES

Variable	Transiciones hacia peores categorías							
	AB		BC		CD		DE	
	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.
Liquidez	-0,004	0,000	-0,006	0,001	-0,003	0,001	-0,000	0,001
Endeudamiento	0,006	0,005	-0,004	0,078	0,004	0,007	-0,009	0,012
Tamaño	-0,001	0,000	-0,008	0,001	-0,014	0,002	-0,005	0,001
Eficiencia	0,005	0,003	-0,003	0,000	0,001	0,008	-0,002	0,018
Composición deuda	-0,005	0,000	-0,000	0,001	0,002	0,001	0,004	0,002
Número de relaciones	0,041	0,006	0,106	0,012	0,055	0,016	0,049	0,018
Edad	-0,006	0,002	-0,025	0,004	-0,018	0,005	-0,025	0,005
Garantía	-0,295	0,031	0,046	0,064	0,073	0,078	-0,039	0,086
Crecimiento del PIB	-0,026	0,006	-0,032	0,012	-0,009	0,015	-0,003	0,015
Tasa de cambio	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Rentabilidad	-0,127	0,011	-0,601	0,065	-0,267	0,089	-0,029	0,049
Significancia global ^{a/}	1038,44	(0,000)	495,72	(0,000)	189,82	(0,000)	69,88	(0,000)

Variable	Transiciones hacia mejores categorías							
	AB		BC		CD		DE	
	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.
Liquidez	0,000	0,000	0,002	0,001	0,002	0,001	0,001	0,000
Endeudamiento	0,005	0,004	-0,002	0,012	0,000	0,000	0,009	0,025
Tamaño	-0,005	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,001
Eficiencia	0,003	0,003	-0,110	0,123	-0,000	0,001	-0,239	0,222
Composición deuda	0,010	0,001	0,006	0,002	0,004	0,004	-0,004	0,003
Número de relaciones	-0,021	0,007	-0,023	0,022	-0,083	0,044	-0,035	0,039
Edad	-0,011	0,002	0,006	0,007	0,034	0,012	0,050	0,011
Garantía	0,119	0,037	-0,109	0,108	-0,307	0,183	-0,309	0,166
Crecimiento del PIB	0,046	0,008	0,049	0,020	0,008	0,034	-0,075	0,033
Tasa de cambio	0,000	0,000	-0,001	0,000	-0,001	0,000	-0,000	0,000
Rentabilidad	1,373	0,121	0,386	0,266	0,079	0,110	-0,364	0,183
Significancia global	679,63	(0,000)	61,28	(0,000)	30,14	(0,002)	44,07	(0,000)

^{a/} Esta fila corresponde al estadístico chi-cuadrado y al p-value correspondiente. Fuente: cálculos de los autores.

esta razón, el siguiente paso debe ser incluir dicha información en la estimación de las matrices de transición como una forma de construir un sistema de alerta temprana más precisa tanto para las instituciones financieras como para los entes reguladores.

V. CONCLUSIONES

Las matrices de transición son una herramienta fundamental en el análisis de riesgo de crédito, ya que permiten hacer pronósticos del cambio de calidad que pueden

CUADRO 2

RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN PARA EMPRESAS NO TRANSABLES

Variable	Transiciones hacia peores categorías							
	AB		BC		CD		DE	
	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.
Liquidez	0,003	0,002	-0,001	0,000	-0,000	0,000	-0,000	0,000
Endeudamiento	0,002	0,002	-0,000	0,001	-0,000	0,000	0,006	0,002
Tamaño	-0,000	0,000	-0,004	0,001	-0,004	0,001	-0,004	0,002
Eficiencia	0,000	0,000	0,000	0,001	-0,001	0,001	0,000	0,001
Composición deuda	-0,008	0,000	-0,000	0,001	0,002	0,001	0,004	0,001
Número de relaciones	0,040	0,005	0,089	0,012	0,040	0,014	0,031	0,019
Edad	-0,005	0,001	-0,024	0,003	-0,021	0,003	-0,026	0,004
Garantía	-0,262	0,026	0,025	0,059	0,099	0,066	0,058	0,080
Crecimiento del PIB	-0,041	0,005	-0,032	0,010	0,003	0,011	0,001	0,014
Tasa de cambio	-0,000	0,000	0,000	0,000	-0,000	0,000	-0,000	0,000
Rentabilidad	-0,100	0,006	-0,422	0,032	-0,138	0,040	-0,004	0,006
Significancia global	1158,65 (0,000)		275,03 (0,000)		104,60 (0,000)		83,15 (0,000)	

Variable	Transiciones hacia mejores categorías							
	AB		BC		CD		DE	
	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.	Coef.	Err. est.
Liquidez	0,000	0,001	0,006	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
Endeudamiento	-0,000	0,002	-0,001	0,011	-0,004	0,022	0,008	0,002
Tamaño	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,002	0,000	0,001
Eficiencia	-0,003	0,003	-0,002	0,006	-0,017	0,029	-0,000	0,003
Composición deuda	0,005	0,000	0,000	0,002	-0,000	0,002	0,001	0,003
Número de relaciones	-0,021	0,007	-0,032	0,024	-0,112	0,045	0,194	0,052
Edad	-0,009	0,001	0,003	0,006	0,029	0,009	-0,023	0,013
Garantía	0,096	0,031	-0,201	0,110	-0,102	0,173	-0,181	0,227
Crecimiento del PIB	0,063	0,006	-0,023	0,021	0,073	0,032	-0,045	0,043
Tasa de cambio	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,000	0,000	0,000	0,000
Rentabilidad	0,533	0,046	0,936	0,286	0,255	0,302	0,121	0,198
Significancia global	585,57 (0,000)		31 (0,001)		22,71 (0,019)		19,94 (0,046)	

Fuente: cálculos de los autores.

sufrir los portafolios de créditos en un período de tiempo determinado y, de esta manera, son un elemento muy importante para hacer mediciones de las pérdidas que pueden experimentar las entidades tras el incumplimiento. En este documento se hicieron diferentes estimaciones de matrices de transición para los deudores de la cartera comercial colombiana, y dependiendo de la metodología empleada, los resultados son diferentes.

En este artículo se muestra que el supuesto markoviano, bajo el cual se estimaron las matrices de transición, no se cumple. De esta forma, para estimar de manera más precisa las matrices de transición es necesario usar modelos de duración, los cuales permiten incorporar variables explicativas como determinantes de las probabilidades de migración. Si se insiste en estimar las matrices bajo el supuesto markoviano, dicha estimación debe hacerse en tiempo continuo debido a que esta metodología supera los problemas inherentes a la estimación en tiempo discreto que se mencionaron a lo largo de este documento.

En adelante, debido a los resultados obtenidos, la idea es estimar las probabilidades de migración para todas las categorías, utilizando como punto de partida el modelo de duración presentado en este documento.

REFERENCIAS

- Arango, J. P.; Orozco, I. P.; Zamudio, N. E. (2005), “Riesgo de crédito: un análisis desde las firmas”, *Reporte de Estabilidad Financiera*, Banco de la República, diciembre.
- Bangia, A.; Diebold, F. X.; Kronimus, A.; Schagen, C.; Schuermann, T. (2002). “Rating Migration and the Business Cycle, with Application to Credit Portfolio Stress Testing”, *Journal of Banking and Finance*, núm. 26, pp. 445-474.
- Cox, D. R. (1972), “Regression Models and Life-Tables”, *Journal of the Royal Statistical Society*, B. 34, pp. 187-220.
- Ferri, G.; Liu, L. (2003), “How Do Global Credit-Rating Agencies Rate Firms from Developing Countries?”, *Asian Economic Papers*, núm. 2, pp. 30-56.
- Gómez González, J. E. (2007), “Three Econometric Essays in the Economics of Banking”, Ph. D. Dissertation, Cornell University.
- Gómez González, J. E.; Kiefer, N. M. (2007a), “Bank Failure: Evidence from the Colombian Financial Crisis”, Office of the Comptroller of the Currency, Documento de trabajo, núm. 2007-02.
- Gómez González, J. E.; Kiefer, N. M. (2007b), “Evidence of non-Markovian Behavior in the Process of Bank Rating Migrations”, Borradores de Economía, num. 448, Banco de la República.
- Gómez González, J. E.; Orozco, I. P., Zamudio, N. E. (2006), “Análisis de la probabilidad condicional de incumplimiento de los mayores deudores privados del sistema financiero colombiano”, *Reporte de Estabilidad Financiera*, Banco de la República, septiembre.
- Kavvathas, D. (2000), “Estimating Credit Rating Transition Probabilities for Corporate Bonds”, AFA 2001 New Orleans Meetings.
- Küchler, U.; Sorensen, M. (1998), “A Note on Limit Theorems for Multivariate Martingales”, núm. 45.

Lando, D. (2004), *Credit Risk Modeling*, Princeton, Princeton Series in Finance.

Lando, D.; T. Skodeberg (2002), “Analyzing Rating Transitions and Rating Drift with Continuous Observations”, *Journal of Banking and Finance*, núm. 26, pp. 423-444.

McNeil, A. J.; Frey R.; Embrechts, P. (2005), *Quantitative Risk Management*, Princeton, Princeton Series in Finance.

Norris, J. R. (2005); *Markov Chains*, Cambridge, Cambridge Series on Statistical and Probabilistic Mathematics.

Shreve, S. E. (2005), “Stochastic Calculus for Finance I”, Nueva York, Springer.

Zamudio, N. E. (2007): “Determinantes de la probabilidad de incumplimiento de las empresas colombianas”, tesis de grado de maestría, Facultad de Economía, Universidad de los Andes.