

Mercados interbancarios no colateralizados e información asimétrica: un mecanismo para lograr la participación plena de los bancos deficitarios cuando existen altos niveles y dispersión del riesgo de contraparte¹.

Camilo González Sabogal²

Resumen

En este trabajo se proponen dos tipos de contratos para los préstamos interbancarios con el fin de que los bancos suavicen sus choques de liquidez a través del mercado interbancario. En particular, se estudia la situación en la que los bancos con faltantes de liquidez que tienen bajo riesgo de crédito abandonan el mercado debido a que la tasa de interés es alta en relación a su fuente alterna de financiamiento. La asimetría en la información acerca del riesgo de crédito impide que los bancos con excedentes de liquidez ajusten la tasa de interés considerando el riesgo de su contraparte. Dado lo anterior, se diseñan dos contratos para los créditos interbancarios que se diferencian en las tasas de interés cobradas. Así, siempre que un banco constituya un depósito podrá obtener liquidez a bajas tasas de interés; en la situación contraria la tasa será más elevada.

Palabras Clave: Mercado interbancario no colateralizado, información asimétrica, riesgo de crédito, choques de liquidez.

Clasificación JEL: G11, G21, D82

¹ Este documento fue presentado como tesis para obtener el título de Magister en Economía en la Universidad del Rosario. Se agradece especialmente a David Bardey y Mónica Vargas por la asesoría en la elaboración de este artículo y por sus valiosos comentarios. De igual manera, se agradecen los comentarios y observaciones de Julián Parra y Manuel Ramírez.

² Departamento Técnico y de Información Económica, Banco de la República. Los resultados y opiniones presentadas en este trabajo son responsabilidad exclusiva del autor y su contenido no compromete al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Email: cgonzasa@banrep.gov.co

1. Introducción

La crisis financiera que empezó en 2007 evidenció la importancia del buen funcionamiento de los mercados interbancarios. Mostró que dentro del sistema financiero tales mercados son esenciales para el manejo de la liquidez puesto que a través de éstos se redistribuyen las reservas de dinero que son mantenidas por los bancos. Igualmente que la asignación de recursos y la volatilidad de las tasas de interés en estos mercados afectan la actividad del sector financiero y real de la economía. Así, cuando los recursos no son distribuidos eficientemente entre bancos ó las tasas de interés dejan de ser una referencia para los demás agentes, el crédito, la producción o el consumo pueden reducirse. Los episodios de tensión revelaron, por ejemplo, que el atesoramiento de reservas influyó sobre los servicios de intermediación prestados por los bancos o que éstos debieron asumir costos al frenar anticipadamente proyectos de inversión de largo plazo para poder atender demandas de recursos de corto plazo. Como es conocido, entre las acciones de las autoridades estuvieron las activas intervenciones de los bancos centrales para otorgar liquidez a la economía; sin embargo, en diversos documentos se sostiene que el mercado interbancario no presentó flujos de liquidez apropiados y que se dificultó la transmisión de la política monetaria puesto que el impulso al crédito no era efectivo porque la liquidez estaba concentrada en las cuentas de algunos bancos.

Varios autores muestran que los mercados interbancarios no fueron eficientes en proveer la liquidez a todas las entidades del sistema. Por ejemplo, Allen y Carletti (2010) argumentan, entre otras cosas, que la incertidumbre sobre el valor de los activos y el descalce en los plazos entre los pasivos y activos, hicieron que los inversionistas reevaluaran los riesgos crediticios, que retiraran sus recursos y que la liquidez en los mercados se ‘evaporara’. Por su parte, Brunnermeier (2009) afirma que los participantes del mercado de dinero se rehusaban a prestarse entre ellos y que los riesgos percibidos de mora y de liquidez de los bancos se incrementaron y, como consecuencia, ocasionaron que se dispararan las tasas de interés interbancarias. En otras palabras, los mercados interbancarios no cumplieron su función principal de redistribuir la liquidez entre todos los participantes. El entendimiento de esta falla de mercado y la necesidad de encontrar mecanismos que restauren los flujos de liquidez en los mercados interbancarios motivan la elaboración de este trabajo.

En Heider y otros (2010) se estudia cómo se afecta la interacción y la fijación de precios en el mercado interbancario no colateralizado cuando existe información asimétrica acerca del riesgo de los activos de largo plazo de los bancos. Se toma ese trabajo como punto de partida para esta tesis debido a que incorpora varios aspectos que son fundamentales para entender el inadecuado funcionamiento de los mercados interbancarios durante la crisis financiera citada, tales como la información privada acerca del riesgo de contraparte (riesgo de crédito), la presencia de bancos con diferentes demandas de liquidez y la existencia de fuentes de financiamiento alternas a los créditos interbancarios.

En ese modelo los bancos deciden que tanta liquidez mantener con el fin de poder atender demandas futuras de recursos. Sin embargo existe incertidumbre sobre la magnitud de las demandas y los bancos interactúan en el mercado interbancario para suavizar los choques de liquidez. Además, y

dependiendo del riesgo de la inversión de largo plazo, los bancos deficitarios pueden presentar altos o bajos niveles de riesgo de contraparte. Así, el modelo considera que un banco puede volverse deficitario o superavitario de recursos según sea el choque de liquidez que sufra (alto o bajo) y, además, puede tener un alto o bajo riesgo de solvencia. Por lo anterior, cuando se desarrolla el mercado interbancario existen cuatro tipos de bancos: deficitarios con alto y con bajo riesgo y excedentarios con alto y bajo riesgo en la inversión de largo plazo. Adicionalmente, los bancos pueden obtener liquidez por medio de la liquidación de activos de largo plazo en un mercado diferente al interbancario; el proceso de liquidación para cualquier tipo de banco es costoso, sin embargo, lo es aún más para los bancos que tienen un nivel de riesgo más alto.

Este trabajo se centra en un escenario en el que los riesgos de solvencia son altos y dispersos entre sí y las tasas de interés fijadas hacen que los bancos deficitarios menos riesgosos decidan no acudir al mercado interbancario para financiar sus necesidades de liquidez³. Inicialmente la configuración del modelo coincide con la de Heider y otros (2010). Primero, se describe el equilibrio cuando la información acerca del riesgo de cada banco es pública y todos los bancos participan en el mercado interbancario. Como resultado, surgen dos mercados (uno según el riesgo de cada banco) y las tasas de interés cobradas a los bancos incorporan una prima de riesgo común y un ajuste que depende del riesgo de cada entidad. Así, los bancos más riesgosos tienen que pagar una tasa de interés mayor a la que pagan los bancos menos riesgosos. Una condición que se debe cumplir para asegurar la participación de todos los bancos es que la prima de riesgo ajustada sea menor a la prima de iliquidez de los activos de largo plazo.

En segundo lugar, se nombran los posibles escenarios cuando la información del riesgo de cada banco es privada. La principal implicación de tener información privada es que las tasas de interés en el mercado interbancario no pueden ser indexadas por el riesgo de cada entidad, es decir, a todos los bancos se les cobra la misma tasa sin importar su riesgo. Por lo anterior, y dependiendo de la relación entre la prima de riesgo común y la prima de iliquidez de cada banco, varios escenarios son posibles bajo información privada. De esta manera, cuando la tasa de interés incorpora una prima de riesgo menor a la prima de iliquidez de los bancos menos riesgosos, todos los bancos participan en el mercado interbancario. Por el contrario, si dicha prima de riesgo es mayor a la prima de iliquidez de los bancos menos riesgosos, sólo los bancos con mayor riesgo pedirán créditos interbancarios. Para resumir, en el primer caso el equilibrio se da con un contrato agrupador mientras que en el segundo con un contrato separador en el que solo los bancos más riesgosos son activos. En el primer escenario los bancos menos riesgosos permanecen en el mercado interbancario, a pesar de que tienen que pagar una tasa de interés mayor a la que les correspondería según su riesgo, debido a que el costo de liquidar activos de largo

³ Como se ha dicho, las tensiones en los mercados interbancarios que se presentaron en la crisis financiera que comenzó en 2007 motivaron la elaboración de este trabajo. Sin embargo, el modelo que se plantea en esta tesis es un ejercicio teórico que puede no responder exactamente a la situación particular de un país. Este marco de análisis es apropiado para las situaciones en las que hay choques al riesgo de crédito, pero no lo es para eventos en los que no se tienen flujos de liquidez debido a que los bancos superavitarios deciden no prestar fondos. Ejemplos de estos eventos son: las economías desarrolladas antes de la quiebra de Lehman Brothers en septiembre de 2008 o el mercado interbancario colombiano no colateralizado en los años recientes.

plazo es aún mayor. Sin embargo, a medida que se incrementa la prima de riesgo, este tipo de bancos abandonará el mercado y se presentará el segundo caso.

Lo que diferencia este trabajo del de Heider y otros (2010) es que se proponen dos tipos de contratos para los préstamos interbancarios con el fin de que todos los bancos deficitarios atiendan sus necesidades de liquidez acudiendo al mercado interbancario. En particular, el objetivo de esta tesis es encontrar un equilibrio con un contrato separador en donde los dos tipos de bancos deficitarios participen en el mercado. Es decir, se busca un mecanismo que le permita a los bancos superavitarios cobrar tasas de interés diferenciadas según el tipo de riesgo de su contraparte. Para la construcción de los contratos se tiene en cuenta el costo de liquidación de activos de largo plazo, las tasas de interés de los préstamos interbancarios y la exigencia de un depósito de recursos líquidos. El elemento clave para el diseño de los dos tipos de contratos es el costo asociado a la liquidación de activos de largo plazo puesto que los bancos más riesgosos tienen costos de liquidación más altos y, como consecuencia, les resulta más oneroso constituir un depósito cuya fuente sea la liquidación. En este esquema, la contratación ocurre antes de que se den los choques a la liquidez y al riesgo de cada banco y los contratos son ofrecidos por todo el conjunto de bancos en el primer periodo. Específicamente, el Contrato 1 se diseña para los bancos menos riesgosos y consiste en otorgar préstamos interbancarios a bajas tasas de interés siempre y cuando se constituya un depósito con recursos provenientes de la liquidación. El depósito será devuelto en el siguiente periodo y se mantendrá en las cuentas de una cámara de compensación. Por su parte, el Contrato 2 es diseñado para los bancos más riesgosos y corresponde a pedir préstamos interbancarios a tasas altas sin la exigencia de ningún depósito.

En primer lugar, se analiza el comportamiento de los bancos deficitarios si en el mercado interbancario se ofrecieran simultáneamente préstamos a las tasas de información pública. Como la información acerca del riesgo de contraparte es privada, se encuentra que los dos tipos de bancos deficitarios (con altos y bajos riesgos de contraparte) pedirían préstamos a las tasas de interés más bajas (tasas de los bancos menos riesgosos). Es decir, los bancos más riesgosos tienen incentivos a hacerse pasar por los menos riesgosos. Es por lo anterior, que se distorsiona el contrato para los bancos deficitarios con bajo riesgo incorporando la exigencia del depósito.

Con el fin de que los bancos con mayor riesgo sean indiferentes entre escoger alguno de los dos contratos, se establece un nivel mínimo de liquidación de activos de largo plazo consistente con el nivel del depósito y, después, se encuentran las tasas de interés. Éstas son menores a las del escenario de información pública puesto que el costo del depósito hace que atesorar liquidez en el primer periodo reporte mayores beneficios; como resultado, la prima de riesgo común se ajusta a la baja para que se mantenga la condición que los rendimientos esperados de invertir en el activo de largo plazo o en el de corto plazo sean iguales (condición de no arbitraje). Finalmente, se logra la participación plena de los bancos en el mercado y el equilibrio implica que en el agregado las entidades bancarias mantienen exactamente los fondos necesarios para atender las demandas de sus clientes. Cabe aclarar que en este modelo la liquidez en el mercado interbancario es endógena; la decisión de composición del portafolio de los bancos (que son ex-ante idénticos) entre activos líquidos e ilíquidos determina la cantidad total de recursos que pueden ser transados cuando el mercado interbancario se desarrolla.

Esta tesis se relaciona con las teorías de microeconomía bancaria y, más específicamente, con los temas acerca de los mercados interbancarios. En particular, las razones por las que estos mercados pueden dejar de funcionar correctamente, las ineficiencias que se presentan debido a información asimétrica y la determinación de la tasas de interés bajo diferentes escenarios de riesgo. Este trabajo se centra en la influencia del riesgo de crédito y de las asimetrías en la información acerca de éste, sobre la función primordial del mercado interbancario de suavizar los choques de liquidez que enfrentan las entidades bancarias. Se aporta a la literatura encontrada puesto que se aborda el problema de las fallas de mercado (en la distribución de la liquidez) desde la óptica de los bancos que sufren altos choques de liquidez y que tienen fuentes de financiamiento alternas al mercado interbancario. Se contribuye a las áreas de estudio dedicadas a entender cómo restablecer los flujos de liquidez en los mercados interbancarios de corto plazo puesto que se propone un mecanismo para lograr que los bancos acudan al mercado.

Este trabajo tiene 7 secciones incluida esta introducción. En la Sección 2 se resume la revisión de literatura. Por su parte, en la Sección 3 se encuentra la descripción del modelo que coincide con Heider y otros (2010). Posteriormente, los principales resultados del modelo de referencia son descritos en la Sección 4, mientras que en la Sección 5 se plantean nuevos elementos para la elaboración de los contratos diferenciados de los préstamos interbancarios y se presentan los resultados. Finalmente, se concluye en la Sección 6 y se citan las referencias bibliográficas consultadas en la Sección 7. Las pruebas de las proposiciones planteadas, cuando no están en el texto, se encuentran en los Anexos A y B.

2. Revisión de Literatura.

La crisis financiera ocurrida entre 2007 y 2008 evidenció el rol fundamental que tienen los mercados interbancarios y las consecuencias nefastas para la economía que puede tener su mal funcionamiento. Allen y Carletti (2010) y Brunnermeier (2009) dan explicaciones del origen y las consecuencias de la crisis financiera y, también, de las tensiones que sufrieron los mercados interbancarios a raíz de estos acontecimientos. En estos documentos se describen hechos ocurridos entre 2007 y 2008 que soportan los componentes clave del modelo de este trabajo. Se desataca por ejemplo las evidencias sobre el cambio en la percepción de los riesgos de contraparte y de solvencia durante los periodos de tensión (y la consecuente subida en las tasas de interés) y, además, cómo el nuevo modelo bancario y la estructura de financiamiento de los bancos exacerbó la discordancia entre la madurez de los activos y los pasivos de estas entidades (activos de largo plazo y obligaciones de corto plazo).

Una gran cantidad de trabajos académicos surgieron a partir de esos sucesos para explicar y entender, entre otras cosas, cómo manejan la liquidez los bancos y cómo se alteran las condiciones de financiamiento del resto de agentes cuando existen tensiones en los mercados interbancarios. No obstante, el punto de partida de esta literatura se encuentra en los planteamientos hechos por Diamond y Dybvig (1983) y Bhattacharya y Gale (1985). En el trabajo de Diamond y Dybvig (1983) se trata el problema al que se enfrentan los agentes que necesitan consumir en diferentes momentos del tiempo

cuando existe una tecnología productiva que es rentable pero ilíquida⁴. Esta tecnología provee altos retornos si es operada hasta finalizar el ciclo de producción, pero bajos si debe ser liquidada tempranamente. Afirman que los depósitos a la vista ofrecidos por los bancos son un mecanismo eficiente para lograr un equilibrio en el que se mitigue el riesgo de consumir tempranamente al que se enfrenan los consumidores. Sin embargo, sostienen que existe un equilibrio no deseable e ineficiente: las corridas bancarias. Diamond y Dybvig (1983) plantean que estas situaciones se pueden evitar con la suspensión de la convertibilidad (de depósitos a efectivo) y el aseguramiento de los depósitos. La tesis desarrollada en este documento toma elementos del artículo de Diamond y Dybvig (1983). En particular, la existencia de depósitos a la vista ofrecidos por los bancos, la existencia de dos tipos de tecnologías productivas con diferentes rentabilidades, plazos y riesgos y el aseguramiento de los depósitos para evitar corridas bancarias.

En este trabajo se permite el desarrollo de un mercado interbancario al estilo de Bhattacharya y Gale (1985). Estos autores estudian la demanda por liquidez que enfrentan los bancos y los problemas asociados a su incertidumbre. En su configuración las inversiones son llevadas a cabo en el primer periodo ($t=0$) y una vez que se invierte en la tecnología de largo plazo no es posible liquidarla anticipadamente; además, cada banco no conoce la cantidad de agentes que demandarán recursos para consumir tempranamente (choques de liquidez), ni la información de sus pares (la información tanto de la proporción de consumidores impacientes como la composición del portafolio es privada).⁵ Dado lo anterior, el mercado interbancario surge por la disparidad en los choques de liquidez (que hacen que algunos bancos resulten con excedentes de liquidez y otros, por el contrario, con necesidades) y por la imposibilidad de liquidar la inversión rentable para satisfacer la demanda de liquidez de los consumidores. Bhattacharya y Gale (1985) caracterizan las asignaciones óptimas en este mercado y afirman que si el retorno de la tecnología de largo plazo es igual a la tasa de interés del préstamo interbancario, se tienen contratos óptimos tipo *first best*.

Existen varios puntos de coincidencia entre este trabajo y el desarrollado por Heider y Hoerova (2009). Las similitudes están principalmente en que se permite la presencia de riesgo de crédito (que depende del riesgo de solvencia) y que los bancos enfrentan un *trade-off* entre liquidez y rentabilidad en el momento de decidir la composición del portafolio. Con relación al riesgo de crédito, una entidad bancaria puede experimentar problemas de solvencia debido a que las inversiones de largo plazo son riesgosas, esto hace que exista la probabilidad de incumplimiento en el pago de los préstamos interbancarios. En otras palabras, el riesgo de insolvencia determina el riesgo de crédito. Esta tesis se aparta del trabajo mencionado puesto que permite dos niveles de riesgo y, además, sólo considera mercados no colateralizados.

⁴En particular, se supone que todos los consumidores son idénticos en $t=0$. Sin embargo, enfrentan el riesgo de ser tipo 1 o tipo 2 en $t=1$; los agentes tipo 1 consumen todo en $t=1$ mientras que los tipo 2 en $t=2$. Además, en $t=1$, cada tipo de agente descubre privadamente su tipo.

⁵Según Bhattacharya y Gale (1985) pueden existir choques de liquidez de alta y de baja magnitud. Las demandas de liquidez de los agentes no bancarios obedecen a factores culturales y no se encuentran perfectamente correlacionados entre los bancos.

Al igual en Freixas y otros (2009), en este trabajo se busca mejorar las condiciones de liquidez del mercado interbancario. Concretamente, Freixas y otros (2009) se centran en el manejo de la tasa de intervención del banco central durante una crisis para llevar a la eficiencia en la asignación de los fondos. En cambio, en este documento se proponen contratos para los préstamos interbancarios de tal manera que se mejore la transparencia en el mercado interbancario y, a pesar de la información asimétrica acerca del riesgo, se logre que los bancos excedentarios puedan cobrar tasas de interés que dependan del riesgo de la contraparte. En Freixas y otros (2009), los artículos citados arriba y en esta tesis, la tasa interbancaria cumple dos funciones: i) desde una perspectiva *ex-ante*, influye en la asignación de recursos entre el activo de largo plazo (activo ilíquido) y el activo de corto plazo (activo líquido); y ii) bajo una perspectiva *ex-post*, establece el costo de la liquidez en el mercado interbancario.

En esta tesis el elemento crucial para explicar por qué se pueden presentar flujos de recursos inadecuados en los mercados interbancarios es el riesgo de crédito. Se analizan las situaciones en las que los bancos deficitarios deciden no acudir al mercado interbancario. En Acharya y Merrouche (2011) y Ashcraft y otros (2011) también se estudia las fallas del mercado interbancario en relación a la distribución de la liquidez entre las entidades. Sin embargo, su argumento se centra en la incertidumbre sobre los pagos agregados que deben realizar los bancos y la renuencia a prestar fondos de los bancos superavitarios. Específicamente, Acharya y Merrouche (2011)⁶ encuentran que los bancos que perciben un aumento en sus riesgos o que esperan altas demandas de liquidez, atesoran recursos para evitar acudir al mercado y pagar altas tasas de interés (la naturaleza del atesoramiento es preventiva). Explican el incremento en las tasas en tiempos de crisis porque el beneficio privado de mantener reservas líquidas se vuelve más alto. Por su parte, Ashcraft y otros (2011)⁷ afirman que los bancos que enfrentan limitaciones a la participación en el mercado o restricciones de crédito: i) mantienen reservas para autoasegurarse contra un choque de liquidez no previsto cuando se trata de bancos superavitarios o, ii) en el caso de los bancos resulten deficitarios, hace sean más agresivos a la hora de ofrecer tasas de interés para poder lograr un préstamo. Atribuyen la volatilidad de la tasa de interés interbancaria a este comportamiento preventivo.

3. Modelo

A continuación se plantea el modelo. Cabe aclarar que la configuración del modelo que se describe en esta sección coincide con la encontrada en Heider y otros (2010). Lo anterior con el fin de exponer los principales resultados de referencia en la sección 4. Posteriormente, en la sección 5, el modelo se diferencia del de referencia porque se hacen supuestos adicionales y se incluyen nuevos elementos. Como se sabe, el fin es encontrar un contrato separador en el que los dos tipos de bancos deficitarios participen en el mercado interbancario (MI) en situaciones en las que el nivel y dispersión del riesgo son elevados.

⁶ Se investiga la demanda de liquidez de los bancos de pagos más grandes de Reino Unido y su influencia en el mercado monetario antes y durante la crisis *sub-prime* de 2007 y 2008.

⁷ Estos últimos autores plantean sus resultados analizando el mercado interbancario de los *fed funds* en Estados Unidos.

El modelo tiene tres periodos, $t = 0, 1, \text{ y } 2$. No se asume factor de descuento entre fechas. Se tiene un bien homogéneo que puede ser destinado al consumo o la inversión. En términos generales, se cuenta con bancos que reciben recursos de sus clientes y cuentan con dos tipos de tecnologías productivas para invertir el bien. Como se verá en detalle más adelante, las tecnologías se diferencian en su rentabilidad, liquidez y plazo de inversión. Además, se modela un mercado interbancario (en $t=1$) cuya función es suavizar los choques de liquidez que enfrentan los bancos y que se origina por dos hechos: i) la disparidad en las demandas por recursos que sufren las entidades bancarias en el primer periodo y ii) el costo asociado a liquidar la tecnología de largo plazo (en $t=1$) para atender los choques de liquidez.

Se considera un número continuo, entre $[0,1]$, de bancos idénticos y neutrales al riesgo que manejan fondos en representación de clientes que tienen necesidades de liquidez en $t=1$ y $t=2$. Cada uno de los bancos tiene un número igual de clientes que está normalizado a 1. Los bancos ofrecen a cada uno de sus clientes depósitos a la vista d_1 ó d_2 , que pueden ser retirados en $t=1$ ó $t=2$ respectivamente. Con el fin de que sea necesario la existencia de un mercado interbancario, como se verá más adelante, se asume que $d_1 > 0$ y $d_2 > 0$. Se nombra λ_k , donde $K = \{l, h\}$, como la fracción del total de clientes de cada banco que demanda sus recursos en $t=1$. Es decir, λ_k modela los choques de liquidez que sufre un banco. De esta manera, cuando se dice que un banco sufre un choque de liquidez alto significa que una alta proporción de clientes, nombrada como λ_h , retira su efectivo del banco (la demanda total de liquidez ascendería a $\lambda_h d_1$). Por el contrario, a los bancos a los que les demandan poca liquidez observan como una baja fracción del total de sus clientes, λ_l , retira sus recursos. Se asume que $\lambda_h > \lambda_l > 0$.

Del total de los bancos, un número igual a π_h experimenta altas demandas de liquidez en $t=1$. Es decir, cada uno de estos bancos ve cómo una elevada proporción de clientes (λ_h) retiran sus recursos. El resto de los bancos, aquellos a los que pocos clientes (λ_l) les demandan efectivo en $t=1$, se nombran como π_l . Se cumple que $\pi_l + \pi_h = 1$. En adelante, el subíndice $k=\{l, h\}$ indica si un banco sufre un choque de liquidez bajo (l) o alto (h) en $t=1$. Dado lo anterior, a nivel agregado la fracción total de consumidores que retiran en $t=1$ está dada por $\lambda = \pi_h \lambda_h + \pi_l \lambda_l$. Cabe aclarar que en $t=0$ no existe incertidumbre acerca de la proporción agregada de consumidores que demandará sus recursos en $t=1$, sin embargo a nivel individual si la hay, puesto que los bancos no saben cuál será la magnitud del choque de liquidez que recibirán. Adicionalmente, los clientes que no demandan liquidez en $t=1$ lo hacen en $t=2$. Así, cada banco tendrá una demanda de liquidez igual $(1-\lambda_k)d_2$, donde $k=\{l, h\}$. A nivel agregado la fracción de clientes que demandan liquidez en $t=2$ está dada por $1-\lambda$.

En este modelo los bancos pueden invertir en dos tipos de activos reales, un activo ilíquido y riesgoso de largo plazo o un activo líquido y seguro de corto plazo. Cada unidad de bien invertida en el activo de corto plazo ofrece un rendimiento de una unidad después de un periodo (atesoramiento). Por otro lado, por cada unidad de bien invertida en el activo de largo plazo, se obtiene un pago incierto en $t=2$. La inversión en este activo puede tener éxito y tener un rendimiento R ($R > 1$) ó fallar y generar una pérdida lo suficientemente alta para hacer que el banco sea insolvente. En este último caso, el regulador se hace cargo del banco y garantiza todos sus pasivos con sus clientes. No obstante, siempre que un banco sea solvente (su activo de largo plazo tenga éxito), responderá por todos sus pasivos. Como se ha dicho el interés de este trabajo está en estudiar la interacción en el mercado interbancario, sin embargo

cabe aclarar que el regulador tiene reservas para pagar los depósitos a los clientes puesto que los bancos tienen que asumir el costo esperado de sus pérdidas en $t=0$. Por lo anterior, el seguro de depósito no causa distorsión y con su existencia se excluye la posibilidad de una 'corrida bancaria'. Este seguro no aplica para los préstamos interbancarios.

Con relación a la composición del portafolio, se asume que en $t=0$ los bancos cuentan con una unidad del bien que pueden invertir en los dos tipos de activos reales. Se denomina α a la fracción que los bancos deciden invertir en el activo de largo plazo en $t=0$. Es decir, α es una variable endógena en este modelo y su elección también determina la fracción que se destina a la inversión en el activo de corto plazo, $1-\alpha$. En el momento que toman las decisiones de inversión, los bancos tienen incertidumbre acerca del riesgo de la tecnología de largo plazo. Así, con probabilidad q la inversión tiene éxito con probabilidad ρ_s . Mientras que con la probabilidad complementaria, $1-q$, tiene éxito con probabilidad $\rho_r < \rho_s$. Se denota ρ como la probabilidad esperada de éxito del activo de largo plazo en $t=0$, $\rho = q\rho_s + (1-q)\rho_r$.⁸ A pesar de que una inversión se puede tornar riesgosa, se asume que la inversión en la tecnología de largo plazo es ex ante eficiente, es decir, $\rho R > 1$. Además, y aunque la composición del portafolio se define en $t=0$, el tipo de riesgo de cada banco, $\theta = \{s, r\}$, sólo se revela cuando la inversión está hecha ($t=1$). Se asume que $\{l, h\}$ y $\{s, r\}$ son independientes.

En $t=1$, la liquidación del activo de largo plazo está permitida. Los bancos deciden si liquidan una fracción v de su inversión usando una tecnología privada. En particular, se supone que por cada unidad liquidada se obtiene un retorno constante menor que uno y que las inversiones con menor riesgo son más fáciles de liquidar, es decir, $1 > l_s > l_r$.⁹ Dado lo anterior, el costo de oportunidad de la liquidación es R/l_θ y $1/l_\theta$ corresponde a la prima de iliquidez que debe asumir cada banco. El supuesto clave en este modelo es que el proceso de liquidación se lleva a cabo por fuera del mercado interbancario y sus costos asociados son exógenos. Introducir en el modelo el mercado en donde se liquidan los activos de largo plazo no cambiaría las características cualitativas ni los resultados obtenidos, sin embargo, si complicaría el análisis. Es por esto que no se modela este mercado, no obstante, se resalta que l_θ expresa la forma reducida del equilibrio. En esta configuración es crucial, para que se mantengan los problemas de la información asimétrica y se puedan diseñar los nuevos contratos, que en los mercados interbancarios no se tenga acceso a la información acerca del riesgo de cada entidad. Para resumir, el problema en la asimetría en la información del riesgo de los bancos es más severo en los mercados interbancarios y para éstos no es posible extraer información de los mercados en donde se liquidan los activos de largo plazo. El Gráfico 1 presenta el diagrama de pagos del activo de largo plazo, que al incluir el choque a la liquidez que se da en $t=1$, resulta en 8 posibles estados de la naturaleza.

⁸ Las probabilidades ρ_s y ρ_r dan el nivel de solvencia de cada tipo banco (para riesgos bajos y altos), su importancia para este trabajo es que exhiben el rol del riesgo de insolvencia (y por ende del riesgo de crédito) dentro del funcionamiento de los mercados interbancarios. Por su parte q y $(1-q)$ son probabilidades complementarias que establecen la probabilidad de encontrar un banco con bajo riesgo o con alto riesgo, respectivamente, dentro de todo el conjunto de los bancos o dentro de subconjuntos de este.

⁹ Se asume que $\rho_r R > l_r$ con el fin de que los bancos siempre prefieran mantener la inversión en el activo de largo plazo hasta su vencimiento (aún cuando no sea rentable ex post, $\rho_r R < 1$).

Gráfico 1

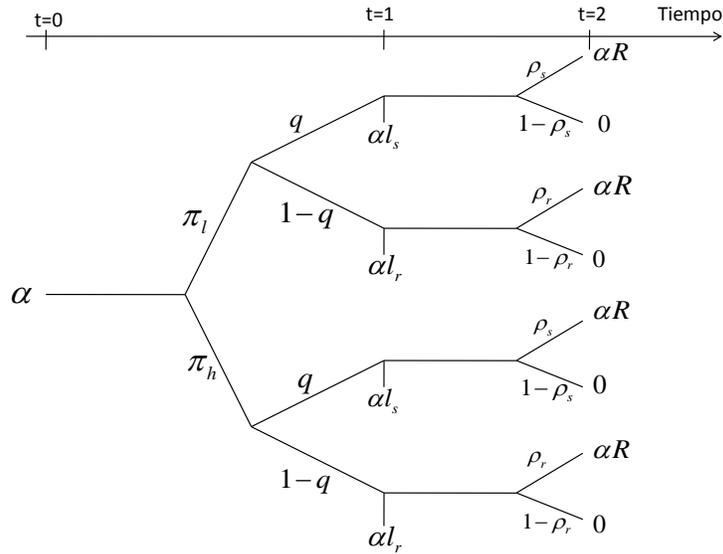


Diagrama de pagos del activo ilíquido (por cada α unidades invertidas)

El supuesto anterior es vital para el desarrollo de este trabajo. La justificación de por qué la liquidación de una inversión menos riesgosa otorga un valor mayor a de la más riesgosa y por qué los mercados interbancarios no pueden obtener información acerca del riesgo de un banco observando los otros mercados, se encuentra en que los bancos tienen inversiones de largo plazo en diferentes sectores de la economía y que la estructura del mercado interbancario (entre otros la clase y número de participantes, la forma de negociación y la transparencia en las operaciones) no necesariamente coincide con la estructura del mercado en donde se liquidan las inversiones de largo plazo. Se puede pensar, por ejemplo, que los mercados interbancarios se desarrollan al interior de un país mientras que las inversiones de largo plazo, como lo pueden ser los bonos de la Reserva Federal, tienen lugar en un mercado internacional de activos estandarizados y en donde la negociación es 'ciega'. Continuando con el ejemplo anterior, los participantes del mercado interbancario nacional saben que sus pares tienen inversiones en países extranjeros y que éstas tienen diferentes riesgos y valores de liquidación prematura, sin embargo, conocen también que el número de participantes es diferente y que la forma de negociación no permite conocer la contraparte.¹⁰ Es decir, se sabe la calidad del activo que se está negociando pero no se sabe quién lo está comprando ni quién lo está vendiendo.

El mercado interbancario se desarrolla en $t=1$ puesto que los bancos necesitan suavizar los choques de liquidez. Por un lado, los bancos tipo l, θ tienen excesos de liquidez que pueden prestar en el mercado. Por otro, los bancos tipo h, θ necesitan recursos para poder atender las demandas de depósitos de sus clientes. De esta manera, L_θ representa las cantidades que los bancos superavitarios prestan en el mercado mientras que B_θ los préstamos pedidos por los bancos deficitarios de recursos. La tasa de

¹⁰ Un ejemplo puntual de un mercado en donde la negociación es 'ciega' el Sistema Electrónico de Negociación que pertenece al Banco de la República de Colombia.

interés de los préstamos interbancarios se denota como r . En resumen, un banco tipo h, θ tiene necesidades de liquidez en $t=1$ que puede atender si pide prestado B_θ en el mercado interbancario o si liquida una fracción $v_{h,\theta}$ de su activo de largo plazo. Además, en $t=1$ cuenta con la tecnología de corto plazo que le permite reinvertir $m_{h,\theta}$ hasta $t=2$. Por su parte, un banco tipo l, θ presenta excedes de recursos en $t=1$ que puede prestar en el mercado interbancario tanto a bancos seguros (L_θ^s) como a riesgosos (L_θ^r). Asimismo, decide si liquida una fracción $v_{l,\theta}$ de su activo de largo plazo para obtener más liquidez y si reinvierte la cantidad $m_{l,\theta}$ en el activo de corto plazo hasta $t=2$.

En $t=2$, cuando los pagos de los créditos interbancarios tienen lugar, tanto los bancos superavitarios como deficitarios pueden ser insolventes debido al riesgo de su inversión de largo plazo. Cuando un banco tipo h, θ sea solvente siempre pagará sus préstamos interbancarios: a su contraparte (banco l, θ) en caso de que esta también sea solvente o al regulador en caso contrario. En contraste, los bancos tipo l, θ sólo reciben el pago del crédito interbancario si su contraparte es solvente también. Es por lo anterior que los bancos superavitarios están expuestos al riesgo de contraparte (riesgo de crédito). Como se mencionó anteriormente, en caso que un banco resulte insolvente el regulador les paga a los consumidores pero no se hace cargo de los préstamos interbancarios. Para finalizar, se asume que los mercados interbancarios son competitivos, que los bancos son tomadores de precios y que los bancos prestatarios (tipo l, θ) están expuestos al riesgo promedio del mercado. Puesto que no existe ningún costo para diversificar el portafolio de préstamos interbancarios, la probabilidad de que un préstamo sea pagado en $t=2$ es \hat{p} .

4. Resultados del modelo de referencia

Información Pública

En Heider y otros (2010) se muestra cómo se afecta el funcionamiento de los mercados interbancarios y cuáles condiciones son necesarias para que este mercado redistribuya la liquidez entre los bancos, cuando existen choques de liquidez y los riesgos asociados a sus inversiones $\{s, r\}$ son información pública. La implicación principal de suponer información observable públicamente es el surgimiento de dos mercados interbancarios en $t=1$: uno según cada tipo de riesgo. Es por esto que los bancos deficitarios menos riesgosos, los h, s , tendrán que pagar una tasa inferior a los bancos deficitarios más riesgosos, bancos h, r .

Los principales resultados obtenidos en Heider y otros (2010) se describen a continuación debido a que son relevantes para el desarrollo de este trabajo puesto que sirven de referencia y de punto de partida (los problemas de optimización de cada banco se plantean en el Anexo B). Se tiene entonces que:

1. La tasa de interés para cada mercado estará limitada por las restricciones de participación de los bancos superavitarios y deficitarios. Así, el límite inferior está dado por el costo de oportunidad de los bancos excedentarios de prestar los recursos en el mercado interbancario (v.g. reinvertirlos en la tecnología de corto plazo), mientras que el límite superior lo da el costo de

oportunidad de los bancos deficitarios de obtener liquidez por fuera de este mercado (v.g. liquidar activos invertidos en la tecnología de largo plazo para responder a los choques de liquidez). Lo anterior se resume en:

$$\frac{1}{\hat{\rho}_\theta} \leq 1 + r_\theta \leq \frac{R}{l_\theta} \quad (1)$$

2. La tasa de interés está dada por una condición de no arbitraje. Cuando los bancos toman las decisiones de composición de portafolio en $t=0$, la rentabilidad esperada de invertir una unidad adicional del bien en el activo de largo plazo debe ser igual a la rentabilidad de invertirlo en el activo de corto plazo. Como se tiene información pública, la tasa de interés incorpora una prima de riesgo común y un ajuste para cada tipo de banco según sea su riesgo. La prima común depende de la probabilidad de éxito promedio de invertir el bien en la tecnología de largo plazo, mientras que el factor de ajuste considera el riesgo del activo de largo plazo que es mantenido por cada banco. Se nota en la ecuación 2 que los bancos prestatarios tipo h,s pagarán una menor tasa de interés.

$$1 + r_\theta = \frac{\rho}{\rho_\theta} \left(\frac{1}{\rho\pi_l + \pi_h} \right) R \quad (2)$$

3. Siempre que los bancos manejen la liquidez utilizando el mercado interbancario, la prima de riesgo ajustada de los préstamos será menor a la prima de iliquidez de cada banco. Así,

$$\frac{\rho}{\rho_\theta} \frac{1}{\delta} \leq \frac{1}{l_\theta} \quad (3) \quad \text{para } \theta = \{s, r\} \text{ y donde } \frac{1}{\delta} \equiv \frac{1}{\rho\pi_l + \pi_h} > 1 \quad (4)$$

4. El mercado interbancario suaviza totalmente los choques idiosincráticos de liquidez. En otras palabras, la cantidad invertida por los bancos en activo de corto plazo en $t=0$ iguala los retiros esperados en $t=1$. Así que,

$$(1 - \alpha) = d_l \lambda \quad (5)$$

Información privada acerca del riesgo.

El segundo caso estudiado en Heider y otros (2010) corresponde al de información privada en el riesgo del activo de largo plazo de cada banco. Después del choque al riesgo, que ocurre en $t=1$, sólo cada banco sabe si su activo tiene una alta probabilidad de éxito, es decir, si es un banco con bajo riesgo o, por el contrario, uno altamente riesgoso. Es por esto que los bancos no saben qué tipo de riesgo posee su contraparte cuando interactúan en el mercado interbancario y, a diferencia del caso con información pública, los bancos superavitarios no pueden cobrar las tasas de interés basándose en el riesgo de su contraparte.

La existencia de información privada cambia los resultados descritos anteriormente. En particular, se describen cuatro posibles escenarios para la interacción en el mercado interbancario que se nombran a continuación. Debido a los objetivos de este trabajo, se presta especial atención a los escenarios 1 y 2. Los escenarios son:

- *Escenario 1: Participación plena.* Todos los bancos tienen incentivos para manejar su liquidez a través del mercado interbancario. Por un lado, los bancos excedentarios encuentran rentable prestar recursos; por otro, todos los bancos deficitarios participan porque la prima de riesgo común impuesta no es lo suficientemente alta para hacer que se retiren del mercado y liquiden sus activos de largo plazo para responder a sus demandas de liquidez.
- *Escenario 2: Todos los bancos con excesos de liquidez y sólo los bancos deficitarios más riesgosos participan.* Comparada con la obtenida en el escenario 1, la tasa de interés es alta. Los bancos h,s atienden sus choques de liquidez con fuentes diferentes a los préstamos interbancarios (v.g. liquidación de activos de largo plazo). Por su parte, los bancos l,θ y h,r encuentran rentable participar el mercado interbancario.
- *Escenario 3: Racionamiento de crédito.* Los bancos l,θ no participan en el MI puesto que el beneficio de prestar recursos líquidos es menor al de atesorarlos.
- *Escenario 4: Bancos con déficits de liquidez no participan.* El costo de pedir prestado en el mercado interbancario es mayor al de liquidar activos de largo plazo para todos los bancos prestatarios.

Distintos tipos de selección adversa se dan en los escenarios 1 y 2. En el caso de participación plena existen subsidios cruzados, por cuanto los bancos tipo h,s pagan una mayor tasa de interés comparada con una tasa que tuviera en cuenta sólo su riesgo (v.g. tasa con información pública), mientras que los prestatarios tipo h,r una tasa menor (también en relación a la tasa de información pública). En este caso, aunque los bancos deficitarios con mayor riesgo ejercen una externalidad negativa sobre los prestatarios con menor riesgo, éstos participan. En el caso del régimen 2, los bancos excedentarios sólo pueden prestarle a los bancos deficitarios más riesgosos, puesto que los tipo h,s abandonan el mercado debido a que la tasa de interés del mercado es alta. En otras palabras, en el primer escenario se tiene un equilibrio con un contrato agrupador mientras que en el segundo el equilibrio se obtiene con un contrato separador en el que sólo los bancos h,r acuden al mercado interbancario.

Debido a que los bancos prestamistas no pueden distinguir a los prestatarios por su tipo de riesgo, la tasa de interés que se cobra a los bancos deficitarios es igual para todos y no puede ser indexada según el tipo de riesgo de cada banco. Además, la cantidad que los bancos deficitarios (tipo h,θ) piden prestada no puede ser usada para saber su riesgo puesto que todos los bancos deficitarios tienen las mismas necesidades de liquidez y sus préstamos se encuentran completamente diversificados en el mercado interbancario (se enuncian los problemas de optimización en el Anexo B).

En el régimen de participación plena (donde r_1 corresponde a la tasa de interés para ese escenario) se tiene que verificar que, para que todos los bancos deficitarios (tipo h,θ) participen en el mercado interbancario, la tasa de interés debe ser menor (o igual) al costo de liquidar activos de largo plazo. Una condición suficiente para que esto ocurra es que la tasa de interés sea inferior al costo de liquidar de los bancos deficitarios con menor riesgo (la razón está en que $l_s > l_r$). De esta manera, los dos tipos de banco h,θ encuentran rentable pedir recursos prestados a sus pares. Se tiene que:

$$\frac{1}{\hat{\rho}} \leq 1 + r_1 \leq \frac{R}{l_s} \quad (6)$$

La principal consecuencia de que todos los bancos enfrenten los choques de liquidez usando el MI, es que ninguno de éstos (ni superavitarios, ni deficitarios) reinvierte en el activo e corto plazo, ni liquida parte de su inversión de largo plazo (Ecuaciones B.3 y B.4 del Anexo B). Al igual que en el caso de información pública, la tasa de interés se obtiene de una condición de no arbitraje. En particular para este caso, la prima de riesgo común para la deuda interbancaria no debe superar la prima de iliquidez de los activos de largo plazo menos riesgosos. Las siguientes ecuaciones resumen lo anterior

$$1 + r_1 = \frac{R}{\delta} \quad (7) \quad \text{y} \quad \frac{1}{\delta} \leq \frac{1}{l_s} \quad (8)$$

Bajo estas condiciones, tal y como se argumenta en Heider y otros (2010), todos los bancos participan en el MI y las cantidades del bien invertidas en los activos de corto y largo plazo son iguales al caso con información pública. A pesar de la externalidad negativa ejercida por los bancos h,r sobre los h,s , éstos últimos acuden al mercado interbancario a pedir prestado debido a que la prima de riesgo es relativamente baja; sin embargo, en la medida en que esta prima se incremente, los bancos deficitarios menos riesgosos serán los primeros en abandonar el MI.

La situación anterior desembocaría en el Escenario 2. Para que los bancos prestamistas y sólo los bancos h,r participen en el mercado interbancario la tasa de interés debe ser lo suficientemente alta para incentivar a los bancos con excedentes de liquidez a prestarlos, ser menor al costo de liquidar activos de largo plazo de los bancos prestatarios con mayor riesgo y hacer que para los deficitarios menos riesgosos no sea rentable, en comparación con la opción de liquidar, acudir al mercado interbancario. Se nombra r_2 como la tasa de interés para este régimen y se define:

$$\frac{1}{\hat{\rho}} \leq 1 + r_2 \leq \frac{R}{l_r} \quad (9) \quad \text{y} \quad \frac{R}{l_s} \leq 1 + r_2 \quad (10)$$

Con respecto a las decisiones de liquidar y reinvertir que se toman en $t=1$, se encuentra en Heider y otros (2010) que bajo este escenario ningún banco (ni excedentario ni deficitario) reinvierte en el activo de corto plazo. Por su parte, los prestatarios tipo h,r y los prestamistas no liquidan parte de su activo de largo plazo mientras que los bancos h,s lo hacen para poder atender sus choques de liquidez.

Se halla la tasa de interés para este caso:

$$1 + r_2 = \frac{R}{l_s} \left(\frac{l_s - \pi_h \frac{q\rho_s}{\rho}}{\delta_2 - \pi_h \frac{q\rho_s}{\rho}} \right) \quad (11)$$

Donde $\frac{1}{\delta_2} = \frac{1}{\rho_r \pi_l + \pi_h}$ representa la prima de riesgo¹¹. La condición para que los bancos h,s se salgan del mercado es que la prima de riesgo de los préstamos interbancarios sea mayor a la prima de iliquidez de los bancos que poseen activos menos riesgosos. En otros términos, $\frac{1}{l_s} < \frac{1}{\delta_2}$. Por su parte, la condición para que los bancos h,r pidan prestado en el MI es, $\frac{1}{\delta_2} < \frac{1}{l_r}$.

5. Contratos diferenciados, información privada y altos niveles y dispersión de riesgo

Dada la marcada relevancia que tiene el buen funcionamiento de los mercados interbancarios y la necesidad de contar con herramientas que incentiven a las entidades bancarias a interactuar entre ellas para enfrentar los choques de liquidez en tiempos de crisis, se diseña un mecanismo que hace que, aun cuando el nivel y dispersión de los riesgos son altos, todos los bancos acudan al mercado interbancario. Con relación al modelo de referencia expuesto anteriormente, se parte de una situación en la que sólo los bancos prestatarios más riesgosos piden prestado, para hacer que los bancos deficitarios con menor riesgo también suavicen sus choques de liquidez a través de este mercado. Los altos niveles y dispersión del riesgo implican que la prima de riesgo común cobrada en los préstamos interbancarios es, también, elevada. Específicamente, y con el fin de garantizar que la situación inicial sea el equilibrio separador, se asume que la prima de iliquidez de los bancos menos riesgosos (tipo h,s) es menor que la prima de riesgo común. Así,

$$\frac{1}{l_s} < \frac{1}{\delta} \quad (12)$$

En primer lugar, se analiza el comportamiento de los dos tipos de bancos deficitarios (bancos h,θ) cuando los bancos superavitarios (bancos l,θ) ofrecen créditos interbancarios a las tasas de interés de información pública y no se puede observar el tipo de riesgo de cada entidad bancaria. Se encuentran los niveles óptimos de préstamo interbancario, de atesoramiento de recursos y de liquidación de activos de largo plazo consistentes con las tasas de información pública. Después se comparan los beneficios de cada banco h,θ con el fin de encontrar qué entidad tiene incentivos a *mentir* sobre su tipo y a pedir prestado a tasas que no están en línea con su nivel de riesgo. Por consiguiente, se utilizan las ecuaciones

¹¹ Además, se cumple que $\frac{1}{\delta} < \frac{1}{\delta_2}$, es decir, que la prima de riesgo para este caso de selección adversa es mayor que la del caso de participación plena.

(2) y (4), para escribir de manera explícita y separada las tasas de interés de información pública para cada tipo de banco:

$$1 + r_s^{pub} = \frac{\rho}{\rho_s} \left(\frac{1}{\delta} \right) R \quad (13) \quad \text{y} \quad 1 + r_r^{pub} = \frac{\rho}{\rho_r} \left(\frac{1}{\delta} \right) R \quad (14)$$

De esta manera, la ecuación (13) da la tasa para los bancos menos riesgosos mientras que la (14) para los más riesgosos. Se cumple que $r_s^{pub} < r_r^{pub}$ y además, $\frac{R}{l_s} < 1 + r_r^{pub}$ (la ecuación (12) garantiza esta desigualdad).

El problema se resuelve por inducción hacia atrás, primero se analizan las decisiones óptimas para cada tipo de banco en $t=1$ y después se estudian las que se toman en $t=0$. Sin embargo, en las siguientes líneas sólo se analizan las decisiones cuando el mercado interbancario se desarrolla ($t=1$) puesto que se quiere encontrar el banco tipo h que tiene incentivos a mentir y, por ende, el contrato que debe ser modificado. Dado lo anterior, un banco h, θ ($\theta=\{s,r\}$) maximiza los beneficios de $t=2$ cuando se encuentra en $t=1$. El problema cuando se cobra la tasa de interés de información pública de los bancos con menor riesgo ($1 + r_s^{pub}$) -Ecuación 13- se nombra como Problema 1 (este problema es el mismo cuando se cobran las tasas de interés de información pública para los bancos más riesgosos, ($1 + r_r^{pub}$), en cuyo caso se tiene en cuenta la Ecuación 14) y es el siguiente:

$$\max_{B_\theta, v_{h,\theta}, m_{h,\theta}} \rho_\theta \left[R\alpha(1-v_{h,\theta}) + m_{h,\theta} - (1 + r_s^{pub})B_\theta - (1-\lambda_h)d_2 \right] \quad (P.1)$$

Sujeto a:

$$\lambda_h d_1 + m_{h,\theta} \leq 1 - \alpha + v_{h,\theta} \alpha l_\theta + B_\theta; \quad 0 \leq B_\theta; \quad 0 \leq v_{h,\theta} \leq 1; \quad 0 \leq m_{h,\theta} \leq 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{h,\theta}$$

En la función de beneficios, y siempre que un banco sea solvente (que ocurre con probabilidad ρ_θ), el primer término corresponde a los rendimientos de los activos de largo plazo no liquidados; el segundo a la cantidad que se reinvierte en el activo de corto plazo desde $t=1$ hasta $t=2$ (atesoramiento de recursos); el tercero al pago, incluidos los intereses, del préstamo interbancario; finalmente, se tienen los desembolsos a los clientes (demandas de liquidez). Por su parte, la restricción de recursos indica que los usos de los fondos con que se cuenta deben ser inferiores o iguales a las fuentes de los mismos. Así, la suma de: i) la demanda de liquidez por parte de los clientes del banco y ii) la cantidad que se desea atesorar desde $t=1$ hasta $t=2$ no puede superar la suma de: i) los fondos líquidos traídos desde $t=0$, ii) los obtenidos de la liquidación de parte de la inversión de largo plazo y iii) del préstamo conseguido en el mercado interbancario.

A continuación se plantea la Proposición 1 que muestra cuáles son las decisiones óptimas de cada tipo de banco deficitario (h,θ) cuando se ofrecen simultáneamente las tasas de interés de información pública y no se sabe el riesgo de cada entidad.

Proposición 1. *Cuando la información acerca del riesgo de un banco sea observada sólo privadamente, el nivel y dispersión del riesgo sean altos y los bancos superavitarios, tipo l,θ ($\theta=\{s,r\}$), estén dispuestos a prestar fondos en el mercado interbancario,*

- i) *Los bancos deficitarios (tipo h,θ) atienden todas sus demandas de liquidez a través del mercado, no reinvierten en la tecnología de corto plazo y no liquidan ninguna proporción de su activo de largo plazo cuando la tasa de interés cobrada es $1+r_s^{pub}$. Se tiene que:*

$$B_\theta(1+r_s^{pub}) = d_1\lambda_h - (1-\alpha); \quad v_{h,\theta}(1+r_s^{pub}) = 0 \quad \text{y} \quad m_{h,\theta}(1+r_s^{pub}) = 0 \quad (15)$$

- ii) *Los bancos deficitarios más riesgosos (tipo h,r) atienden todas sus demandas de liquidez a través del mercado interbancario, no reinvierten en la tecnología de corto plazo y no liquidan ninguna proporción de su activo de largo plazo si la tasa de interés cobrada es $1+r_r^{pub}$. Es decir,*

$$B_r(1+r_r^{pub}) = d_1\lambda_h - (1-\alpha); \quad v_{h,r}(1+r_r^{pub}) = 0 \quad \text{y} \quad m_{h,r}(1+r_r^{pub}) = 0 \quad (16)$$

- iii) *Los bancos deficitarios menos riesgosos (tipo h,s) atienden todas sus demandas de liquidez a través de la liquidación de activos de largo plazo, no reinvierten en la tecnología de corto plazo y no piden ningún préstamo interbancario si la tasa de interés es $1+r_r^{pub}$. Así,*

$$B_s(1+r_r^{pub}) = 0; \quad v_{h,s}(1+r_r^{pub}) = \frac{d_1\lambda_h - (1-\alpha)}{\alpha l_s} \quad \text{y} \quad m_{h,s}(1+r_r^{pub}) = 0 \quad (17)$$

Considerando la función objetivo planteada en el Problema 1 y los resultados de la Proposición 1 (Ecuaciones de (15)) se encuentra la función de máximo valor de los beneficios para los bancos deficitarios, h,θ ($\theta=\{s,r\}$), cuando se ofrecen préstamos interbancarios a las tasas de interés de información pública de los bancos menos riesgosos ($1+r_s^{pub}$):

$$\Pi_{h,\theta}(1+r_s^{pub}) = \rho_\theta \left[R\alpha - (1+r_s^{pub}) [d_1\lambda_h - (1-\alpha)] - d_2(1-\lambda_h) \right] \quad (18)$$

De igual forma, se escribe la función de máximo valor de los beneficios para los dos tipos de bancos h, θ ($\theta = \{s, r\}$) cuando se cobra las tasa de interés $(1 + r_r^{pub})$:

Bancos h, r (Ecuaciones de (16)):

$$\Pi_{h,r} (1 + r_r^{pub}) = \rho_r \left[R\alpha - (1 + r_r^{pub}) [d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)] - d_2 (1 - \lambda_h) \right] \quad (19)$$

Bancos h, s (Ecuaciones de (17)):

$$\Pi_{h,s} (1 + r_r^{pub}) = \rho_s \left[R\alpha \left(1 - \frac{d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)}{\alpha l_s} \right) - d_2 (1 - \lambda_h) \right] \quad (20)$$

De la Proposición 1 y de las Ecuaciones (18), (19) y (20) se desprende el Corolario 1, que indica cuáles tasas de interés son escogidas por los bancos deficitarios (tipo h, θ).

Corolario 1. *Cuando la información acerca del riesgo de un banco sea observada sólo privadamente, los bancos excedentarios (tipo l, θ) ofrezcan simultáneamente préstamos interbancarios a las dos tasas de interés de información pública $1 + r_\theta^{pub}$ ($\theta = \{s, r\}$) y se cumpla que $1 + r_s^{pub} \leq R/l_s$, ningún banco deficitario (h, θ) pedirá préstamos interbancarios a la tasa $1 + r_r^{pub}$.*

El Corolario 1 se verifica fácilmente al analizar los beneficios de los bancos deficitarios h, θ cuando están disponibles las dos tasas de interés. Comparando las ecuaciones (18) y (20) para el caso de los bancos menos riesgosos h, s y (18) y (19) para los más riesgosos h, r , se nota que los beneficios siempre son mayores cuando se escogen las tasas de interés de información pública para los bancos deficitarios con menor riesgo, es decir, $(1 + r_s^{pub})$. Así,

$$\Pi_{h,s} (1 + r_s^{pub}) \geq \Pi_{h,s} (1 + r_r^{pub}) \text{ puesto que } 1 + r_s^{pub} \leq \frac{R}{l_s} \quad (21.a)$$

$$\Pi_{h,r} (1 + r_s^{pub}) > \Pi_{h,r} (1 + r_r^{pub}) \text{ puesto que } 1 + r_s^{pub} < 1 + r_r^{pub} \quad (21.b)$$

Este resultado es fundamental porque muestra que los bancos más riesgosos (h, r) tienen incentivos mentir sobre su tipo y, además, indica que el contrato que debe ser distorsionado es el contrato diseñado para los bancos deficitarios menos riesgosos (h, s). Más importante aún es que el Corolario 1 se cumple para cualquier par de tasas de interés $\{r_{sz}, r_{rz}\}$ siempre que se verifique la siguiente condición:

$$1 + r_{sz} \leq \frac{R}{l_s} < 1 + r_{rz} \quad (22)$$

Dado lo anterior, se busca una distorsión de los contratos para los créditos interbancarios de tal manera que les permita a los bancos prestamistas cobrar tasas de interés diferenciadas según el tipo de riesgo de su contraparte. Estas distorsiones deben hacer que los bancos h,r revelen su tipo y no escojan el contrato diseñado para los bancos h,s.

Lo que diferencia a los bancos prestatarios, tal y como se ha venido mencionando, es el riesgo asociado a su activo de largo plazo. Con relación a la liquidación de estos activos, le resulta más costoso a los bancos riesgosos llevar a cabo este proceso (puesto que $l_s > l_r$) y, como consecuencia, el elemento fundamental para el diseño de los contratos es esa diferencia en los costos. Por consiguiente, los contratos se diferencian en las tasas de interés y en un depósito de recursos líquidos cuya fuente es la liquidación de activos de largo plazo. En particular, se ofrecen dos tipos de contratos para los créditos interbancarios (que se explican en detalle más abajo): en el Contrato 1 las tasas de interés son bajas y se tiene que constituir el depósito, en el Contrato 2 las tasas de interés son altas y no se exige ningún depósito. Cabe resaltar que debido a que los bancos tipo h,r asumen mayores costos cuando deben liquidar activos de largo plazo, constituir el depósito es también más oneroso para este tipo de bancos.¹²

Para que estos contratos puedan ser ofrecidos, se supone la existencia de una cámara de compensación a través de la cual los bancos interactúan: otorgan y reciben los préstamos interbancarios y constituyen los depósitos para tener derecho a tasas bajas de interés¹³. Así, la cámara de compensación puede observar las operaciones de cada banco (v.g. si una entidad está pidiendo u otorgando préstamos), así como su posición neta (v.g. si es un banco acreedor o deudor). Debido a que el tamaño del préstamo no puede utilizarse para revelar el tipo de riesgo de cada banco, y que se conoce de antemano que las necesidades de liquidez son iguales para todos los bancos deficitarios, los superavitarios pueden establecer un nivel máximo para el préstamo interbancario¹⁴. Además, y gracias a la cámara de compensación, los bancos con excedentes de liquidez pueden suspender el otorgamiento de préstamos si son informados de que un banco con faltantes de recursos está demandando más de lo permitido. Es por esta razón que, sin importar qué contrato se escoja, la cantidad máxima que se presta a un banco deficitario es $B_\theta = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$.

Con base en lo anterior, el Contrato 1 se crea para los bancos deficitarios con bajo riesgo (h,s) y consiste en cobrar una tasa de interés baja $(1 + r_{sz})$ por los préstamos interbancarios otorgados siempre que se constituya un depósito. Se acuerda que el depósito debe ser hecho en $t=1$ y será devuelto en $t=2$ a los bancos deficitarios que lo hayan realizado sin reconocer ningún interés. La idea al exigir el depósito para acceder a las tasas de interés bajas es que, aunque los costos de liquidación sean observados privadamente, sólo los bancos h,s decidan constituirlo. Por tal razón, el monto total del depósito se

¹² Como se observa más adelante, el hecho de que los bancos h,r tengan una prima de iliquidez mayor a la de los h,s, $\frac{1}{l_s} < \frac{1}{l_r}$, garantiza una condición de 'single crossing'.

¹³ Los bancos no incurren en ningún costo cuando se afilian a la cámara de compensación.

¹⁴ El tamaño del préstamo no puede usarse como *mecanismo revelador* del riesgo puesto que los bancos no enfrentan costo alguno al diversificar su portafolio. Por consiguiente, un mecanismo basado en el monto del crédito interbancario no funcionaría puesto que los bancos deficitarios podrían pedir prestado montos pequeños a un gran número de bancos y lograr, de esta manera, financiar todas sus necesidades de liquidez a bajas tasas de interés.

obtiene de considerar el valor de liquidación de los bancos menos riesgosos (l_s), la proporción invertida en activos de largo plazo (α) y una fracción mínima de liquidación $\psi \leq v_{h,0}$ que es determinada por el conjunto de todos los bancos en $t=0$. Es precisamente la fracción mínima de liquidación (ψ) la que debe ser encontrada para que los bancos deficitarios con alto riesgo (h,r) no encuentren rentable escoger el contrato diseñado para los bancos h,s .¹⁵ En otras palabras, cuando un banco escoge el Contrato 1 se obliga a liquidar una proporción ψ de su activo de largo plazo para constituir un depósito (esta acción puede ser verificada a través de la cámara de compensación) y tener derecho a bajas tasas de interés. El depósito asciende a $\psi\alpha l_s$.

Por su parte, el Contrato 2 es elaborado para los bancos deficitarios más riesgosos (tipo h,r) y corresponde a prestar máximo $B_h = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$ a una tasa de interés alta $(1 + r_{rz})$ y no exigir depósito a cambio. Debido a que las tasas de interés del mercado interbancario tienen la función ex ante ($t=0$) de determinar la asignación de recursos entre el activo de largo plazo y el activo de corto plazo, se trabaja con las tasas r_{sz} y r_{rz} y se prueba más adelante si alguna de éstas coincide con las de información pública. En cualquier caso, las tasas de interés r_{sz} y r_{rz} cumplen con la condición impuesta por la Ecuación (22).

Bajo este esquema los contratos óptimos se determinan en $t=0$. En otras palabras, la contratación tiene lugar antes de que se revelen los riesgos de cada banco e incluso antes de que los choques de liquidez tengan lugar. Se supone que los bancos crean una asociación en $t=0$ que establece los contratos para garantizar la participación de todas las entidades en el mercado interbancario y para resolver el problema de coordinación de los agentes. Esta asociación es factible porque todos los bancos tienen incentivos conformarla puesto que en el primer periodo cada entidad tiene la misma probabilidad de convertirse en un banco deficitario y con bajo riesgo en $t=1$. La asociación bancaria se asemeja a un subastador Walrasiano: indica a los participantes del mercado las tasas de interés y el monto del depósito a los que los agentes demandarán y ofrecerán fondos simultáneamente. Por lo anterior, desde la óptica de un problema de principal-agente la asociación bancaria se comporta como el principal mientras que los bancos deficitarios como los agentes. Puesto que los bancos son neutrales al riesgo se debe contar con una restricción de participación ex ante en $t=0$; en este caso esa restricción no es otra cosa que el valor esperado de los beneficios de los bancos cuando se encuentran en $t=0$ y aún no han ocurrido los choques al riesgo ni a la liquidez.

Con respecto a los recursos que provienen de los depósitos, cabe aclarar que en $t=1$ los bancos superavitarios no pueden disponer de éstos; es decir, no los pueden prestar, ni usarlos para atender sus necesidades de liquidez. Se supone que los fondos se mantienen en las cuentas de la cámara de compensación desde $t=1$ hasta $t=2$. El Cuadro 1 sintetiza la secuencia de eventos.

¹⁵ Nótese que para que los bancos más riesgosos (bancos h,r) puedan cumplir con este depósito, la proporción liquidada debe ser mayor a ψ ($v_{h,r} > \psi$).

Cuadro 1

Ocurrencia de eventos		
t=0	t=1	t=2
<p>Los bancos reciben recursos de los clientes y les ofrecen depósitos a la vista.</p> <p>Con los recursos recibidos, los bancos deciden la composición del portafolio: cuánto invertir en el activo ilíquido (α) y cuánto en el líquido ($1-\alpha$).</p> <p>La asociación de bancos diseña dos tipos de contratos para la interacción en el mercado interbancario que tendrá lugar en $t=1$. Anuncia las tasas de interés de los dos tipos de contratos y la proporción mínima de liquidación (ψ) consistente con el depósito exigido en $t=1$ para que los bancos deficitarios puedan tomar préstamos a tasas bajas.</p>	<p>Tienen lugar los choques de liquidez y los choques al riesgo: cada banco descubre si es excedentario o deficitario y, además, qué tipo de riesgo está asociado a su inversión de largo plazo.</p> <p>Los bancos superavitarios (tipo l, θ) deciden si liquidan parte de su activo de largo plazo para obtener más liquidez. Además, determinan si prestan o atesoran recursos. Si deciden prestarlos, ofrecen los dos tipos de contratos a los bancos h, θ.</p> <p>Los bancos deficitarios (tipo h, θ) escogen el contrato que más les conviene en el mercado interbancario: préstamos a tasas altas ó préstamos a tasas bajas, siempre que hagan un depósito. Asimismo, eligen si liquidan parte de su activo de largo plazo y/o atesoran recursos hasta el siguiente periodo.</p> <p style="text-align: center;">Una proporción de clientes retira d_1.</p>	<p>Los bancos reciben los rendimientos del activo ilíquido y cuentan con los recursos líquidos atesorados desde el periodo anterior.</p> <p>Los préstamos interbancarios son pagados y los depósitos para acceder a bajas tasas de interés son devueltos.</p> <p>La proporción restante de los clientes retira d_2.</p>

5.1 Mercado interbancario y administración de la liquidez.

Se resuelve el problema por inducción hacia atrás cuando se ofrecen los Contratos 1 y 2. Primero se analizan las decisiones óptimas para cada tipo de banco en $t=1$ y después se estudian las que se toman en $t=0$. Se plantean a continuación los problemas de maximización de beneficios de $t=2$ para cada banco. Con el fin de caracterizar el equilibrio cuando están disponibles los dos tipos de contratos en el mercado interbancario y encontrar las tasas de interés consistentes con una condición de no arbitraje entre los dos tipos de tecnologías (en $t=0$), se asume inicialmente que este equilibrio es posible y, después, se derivan las condiciones sobre los parámetros que esto implica. Se tiene entonces que:

$$\frac{1}{\hat{\rho}_r} \leq 1 + r_{rz} \leq \frac{R}{l_r} \quad (23.a),$$

$$\frac{1}{\hat{\rho}_s} \leq 1 + r_{sz} \leq \frac{R}{l_s} \quad (23.b),$$

$$\frac{R}{l_s} < 1 + r_{rz} \quad (24)$$

Las ecuaciones (23.a) y (23.b) indican que las tasas de interés que se diseñan para cada banco deficitario (h, θ) deben ser menores a los costos de liquidación de activos de largo plazo de cada entidad. La ecuación (24), por su parte, expresa que el costo de liquidación para los bancos menos riesgosos (h, s) es menor a las tasas de interés diseñadas para los bancos más riesgosos. Se empieza con el problema de optimización para los bancos deficitarios (tipo h, θ) y se analizan los beneficios derivados de escoger cada uno de los contratos disponibles. Así, cuando un banco h, θ escoge el Contrato 1 (que incluye el depósito y

tasa de interés baja $(1+r_{sz})$ sobre el préstamo interbancario), su problema de optimización en $t=1$ se nombra como el Problema 2 (P.2):

$$\max_{B_\theta, m_{h,\theta}, v_{h,\theta}} \rho_\theta \left[R\alpha(1-v_{h,\theta}) + m_{h,\theta} - (1+r_{sz})B_\theta + \psi\alpha l_s - d_2(1-\lambda_h) \right]$$

$$\text{S.a.} \quad \lambda_h d_1 + m_{h,\theta} + \psi\alpha l_s \leq 1 - \alpha + v_{h,\theta}\alpha l_\theta + B_\theta$$

$$0 < B_\theta \leq d_1\lambda_h - (1-\alpha); \quad 0 < \psi \leq v_{h,\theta} \leq 1; \quad 0 \leq m_{h,\theta} \leq 1 - \alpha + \alpha l_\theta (v_{h,\theta} - \psi)$$

La función de beneficios y la restricción de recursos son similares a las descritas en el Problema 1, sin embargo, se diferencian porque se incluye el depósito $\psi\alpha l_s$. Concretamente, en la función de beneficios se tiene (en el cuarto término) la devolución de este depósito; mientras que en la restricción de recursos, el depósito representa una salida de fondos. Vale la pena anotar que al escoger este contrato el préstamo interbancario y la liquidación de activos deben ser mayores que cero, por lo que $B_\theta > 0, \psi > 0$. Los resultados encontrados se resumen a continuación:

Proposición 2. *Cuando la información acerca del riesgo de un banco sea observada sólo privadamente, los bancos superavitarios, tipo l, θ ($\theta = \{s, r\}$), estén dispuestos a prestar fondos en el mercado interbancario y se ofrezca el Contrato 1 (tasa de interés igual a $1+r_{sz}$, depósito $\psi\alpha l_s$, y $B_\theta \leq d_1\lambda_h - (1-\alpha)$). Entonces,*

- i) *Los bancos deficitarios con alto riesgo (tipo h, r) atienden todas sus demandas de liquidez a través del mercado interbancario, liquidan una fracción mayor a ψ de su activo de largo plazo para acceder a las tasas de interés bajas y no reinvierten en la tecnología de corto plazo. Así,*

$$B_r(1+r_{sz}, \psi) = d_1\lambda_h - (1-\alpha), \quad v_{h,r}(1+r_{sz}, \psi) = \frac{\psi l_s}{l_r}, \quad m_{h,r}(1+r_{sz}, \psi) = 0 \quad (25)$$

- ii) *Los bancos deficitarios con bajo riesgo (tipo h, s) atienden todas sus demandas de liquidez a través del mercado interbancario, liquidan una fracción igual a ψ de su activo de largo plazo para acceder a las tasas de interés bajas y no reinvierten en la tecnología de corto plazo. De modo que,*

$$B_s(1+r_{sz}, \psi) = d_1\lambda_h - (1-\alpha), \quad v_{h,s}(1+r_{sz}, \psi) = \psi, \quad m_{h,s}(1+r_{sz}, \psi) = 0 \quad (26)$$

Se escribe la función de máximo valor de los beneficios para los bancos h, θ ($\theta = \{s, r\}$) usando los resultados de la Proposición 2 (para cada tipo de banco deficitario) y los beneficios planteados en el Problema 2:

$$\Pi_{h,\theta} (1+r_{sz},\psi) = \rho_{\theta} \left[R\alpha - (1+r_{sz}) \left[d_1\lambda_h - (1-\alpha) \right] - \psi \alpha l_s \left(\frac{R}{l_{\theta}} - 1 \right) - d_2 (1-\lambda_h) \right] \text{ Para } \theta=\{s,r\} \quad (27)$$

De la ecuación anterior, se resalta que el costo neto de hacer el depósito para un banco deudor h,θ ($\theta=\{s,r\}$) es $\left(\frac{R}{l_{\theta}} - 1 \right)$. Se tiene entonces que este costo es mayor para un banco más riesgoso puesto que $l_s > l_r$ y, por consiguiente, se garantiza que las curvas isobeneficio de los dos tipos de bancos deficitarios (h,s y h,r) se crucen una sola vez ante diferentes valores de la tasa de interés y el nivel de depósito (condición de *single crossing*). Por su parte, cuando un banco h,θ escoge el Contrato 2 (tasas de interés altas sobre el préstamo interbancario), su problema de optimización en $t=1$ es similar al Problema 1. Además, el Corolario 1 se mantiene puesto que las ecuaciones (23.b) y (24) garantizan la verificación de la Ecuación (22). Aunque se omite el planteamiento del problema, las funciones de máximo valor de los beneficios son (se usan los resultados de la Proposición 1, en particular las ecuaciones de (16) y (17) puesto que se siguen manteniendo):

$$\text{Para los bancos } h,r \quad \Pi_{h,r} (1+r_{rz}) = \rho_r \left[R\alpha - (1+r_{rz}) \left[d_1\lambda_h - (1-\alpha) \right] - d_2 (1-\lambda_h) \right] \quad (28)$$

$$\text{Para los bancos } h,s \quad \Pi_{h,s} (1+r_{rz}) = \rho_s \left[R\alpha \left(1 - \frac{d_1\lambda_h - (1-\alpha)}{\alpha l_s} \right) - d_2 (1-\lambda_h) \right] \quad (29)$$

Como se dijo anteriormente, los bancos más riesgosos (h,r) tienen incentivos a mentir sobre su tipo y a escoger el contrato creado para los bancos con bajos riesgos (h,s). A continuación plantea la restricción de incentivos de los bancos h,r que debe cumplirse con igualdad (de la Ecuación (27) para $\theta=h$ y Ecuación (28)):

$$\Pi_{h,r} (1+r_{rz}) = \Pi_{h,r} (1+r_{sz},\psi) \quad (30)$$

Considerando las tasas de interés de los dos tipos de contratos en $t=1$, se halla el valor mínimo de liquidación de activos de largo plazo, ψ , consistente con el depósito exigido para tener derecho a bajas tasas de interés. Éste que hace que los bancos prestatarios riesgosos (h,r) sean indiferentes entre escoger el Contrato 1 o 2 y, ante esta situación de indiferencia, se supone que el banco h,r escoge el Contrato 2. De esta manera,

$$\psi = \frac{\left((1+r_{rz}) - (1+r_{sz}) \right)}{\left(\frac{R}{l_r} - 1 \right)} \left[\frac{d_1\lambda_h - (1-\alpha)}{\alpha l_s} \right] \quad (31)$$

Re-expresando la Ecuación (31),

$$\left(\frac{R}{l} - 1\right) \alpha l_s \psi + (1 + r_{sz}) [d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)] = (1 + r_{rz}) [d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)] \quad (31.a)$$

La Ecuación 31.a indica que en la situación de indiferencia entre elegir alguno de los dos contratos, el pago total que un banco deficitario con alto riesgo (h,r) debe hacer cuando escoge el Contrato 1 es igual al pago total cuando escoge el Contrato 2. El término de la derecha corresponde a la cancelación de los préstamos interbancarios si las tasas de interés cobradas son altas $(1 + r_{rz})$; mientras que el término de la izquierda al costo total de escoger el Contrato 1, que incluye: i) el costo neto de constituir el depósito, que es igual al el costo de liquidar activos de largo plazo menos el beneficio que otorga la devolución del depósito en t=2, y ii) el pago del crédito interbancario a bajas tasas de interés $(1 + r_{sz})$.

El nivel mínimo de liquidación que es consistente con el depósito es uno de los elementos del contrato diseñado para los bancos deficitarios menos riesgosos. Se describe ahora el problema de optimización para los bancos superavitarios con el fin de saber cuáles son sus decisiones óptimas, y poder más adelante, encontrar las tasas de interés para cada tipo de banco. Así, y debido a que los bancos excedentarios (tipo l,θ) saben qué bancos deficitarios (h,θ) constituyen el depósito que les permite acceder a tasas de interés bajas, pueden cobrar tasas de interés diferenciadas. El problema para los bancos tipo l,θ se define como Problema 3 (P.3):

$$\max_{L_s, L_r, m_{l,\theta}, v_{l,\theta}} \rho_\theta \left[R\alpha \left(1 - v_{l,\theta}\right) + m_{l,\theta} + \hat{\rho}_s \left(1 + r_{sz}\right) L_\theta^s + \hat{\rho}_r \left(1 + r_{rz}\right) L_\theta^r - d_2 \left(1 - \lambda_l\right) \right]$$

Sujeto a:

$$\lambda_l d_1 + m_{l,\theta} + L_\theta^s + L_\theta^r \leq 1 - \alpha + v_{l,\theta} \alpha l_\theta; \quad 0 \leq L_\theta^s; \quad 0 \leq L_\theta^r; \quad 0 \leq v_{l,\theta} \leq 1; \quad 0 \leq m_{l,\theta} \leq 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{l,\theta}$$

Como se observa en el Problema 3, la función de beneficios es similar a la de los bancos h,θ. Sin embargo, se diferencia porque se reciben los pagos de los préstamos interbancarios, incluidos los intereses (tercer y cuarto término), y no se tiene la devolución del depósito. Por su parte, la restricción de recursos indica que la suma de las demandas de liquidez de los clientes, la cantidad destinada para atesorar desde t=1 hasta t=2 y los préstamos interbancarios hechos a cada tipo de banco deficitario no puede superar los recursos líquidos disponibles, es decir, la suma de los recursos invertidos en la tecnología de corto plazo en t=0 y de los fondos conseguidos de la liquidación de la inversión de largo plazo. La Proposición 3 resume el comportamiento óptimo de los bancos superavitarios cuando se ofrecen los dos contratos:

Proposición 3. *Si los bancos excedentarios (tipo l,θ) ofrecen tasas de interés diferenciadas (según sea el contrato escogido por su contraparte) y la ganancia esperada de los préstamos interbancarios es mayor al*

rendimiento de atesorar recursos ($\hat{\rho}_\theta(1+r_{\theta z}) \geq 1$), los bancos tipo l,θ utilizan toda su liquidez para otorgar préstamos interbancarios, no reinvierten en la tecnología de corto plazo y no liquidan ninguna proporción de su activo de largo plazo. Se tiene que:

$$L_s + L_r = (1-\alpha) - d_1\lambda_l \quad v_{l,\theta} = 0 \quad m_{l,\theta} = 0 \quad (32)$$

5.2 Precio de la liquidez y nivel mínimo de liquidación.

La composición del portafolio (α) se define en $t=0$ y debe ser consistente con las tasas de interés del mercado interbancario (que se toman como dadas) y con la proporción ψ de liquidación de activos de largo plazo que es consistente con el depósito exigido a los bancos deficitarios menos riesgosos (h,s). En $t=0$, cuando los choques a la liquidez ($k=\{l,h\}$) y al riesgo ($\theta=\{s,r\}$) no han ocurrido, todos los bancos son iguales. Por tal razón, la función objetivo de un banco es el valor esperado de los de beneficios futuros. Cabe aclarar que los bancos nunca invertirán todo su bien en una sola tecnología, por lo que siempre se llegará a una solución interior de α .¹⁶

Como resultado, el problema de optimización de los bancos en $t=0$ se nombra como Problema 4 (P.4) y es:

$$\begin{aligned} & \max_{0 < \alpha < 1} \\ & \pi_r \rho \left[R\alpha + \hat{\rho}_s(1+r_{sz})L^s + \hat{\rho}_r(1+r_{rz})L^r - (1-\lambda_l)d_2 \right] + \pi_h \left[q\rho_s \left[R\alpha(1-v_{h,s}) - (1+r_{sz})B_s + \psi l_s \alpha - (1-\lambda_h)d_2 \right] + (1-q)\rho_r \left[R\alpha - (1+r_{rz})B_r - (1-\lambda_h)d_2 \right] \right] \\ \text{S.a.} \quad & B_s = B_r = d_1\lambda_h - (1-\alpha); \quad v_{h,s} = \psi = \frac{\left(\frac{(1+r_{rz}) - (1+r_{sz})}{\left(\frac{R}{l_r} - 1 \right)} \right) \left[\frac{d_1\lambda_h - (1-\alpha)}{\alpha l_s} \right]}{\left(\frac{R}{l_r} - 1 \right)}; \quad L^r + L^s = (1-\alpha) - d_1\lambda_l \end{aligned}$$

Las restricciones de este problema surgen tanto de las decisiones óptimas de los bancos con faltantes de liquidez (tipo h,θ) como las de los que cuentan con excesos de fondos (tipo l,θ) cuando se ofrecen los dos tipos de contratos (se emplea la Ecuación 31, las ecuaciones de (26) para los bancos h,s y ecuaciones similares a las de (16) para los bancos h,r). Como se mostró, cuando están disponibles los Contratos 1 y 2, todos los bancos deficitarios (h,θ) financian sus necesidades de liquidez a través del mercado interbancario al mismo tiempo que no reinvierten en la tecnología de corto plazo. Asimismo, sólo los bancos deudores menos riesgosos (h,s) liquidan una fracción de su activo de largo plazo para constituir el depósito y poder acceder a tasas de interés bajas. Por su parte, los bancos superavitarios (l,θ) prestan todos sus excedentes de liquidez a los dos tipos de bancos deficitarios (h,θ) siempre que el

¹⁶ Todos los bancos saben que: i) al menos tendrán una demanda de liquidez igual a $\lambda_l d_1 > 0$, y dado que los préstamos interbancarios y la liquidación son costosos, no invertirán todo su bien en el activo de largo plazo ($\alpha < 1$); ii) la demanda máxima de liquidez ascenderá a $\lambda_h d_1 < 1$, y dado que la inversión de largo plazo es rentable, los bancos invertirán máximo la cantidad $\lambda_h d_1$ en el activo de corto plazo ($\alpha > 0$).

rendimiento esperado de otorgar créditos interbancarios a cada uno de estos sea igual.¹⁷ Por consiguiente,

$$\hat{\rho}_s (1 + r_{sz}) = \hat{\rho}_r (1 + r_{rz}) \quad (33)$$

Como los bancos prestatarios tienen un portafolio de préstamos interbancarios totalmente diversificado, la proporción de créditos otorgados a cada tipo de banco deficitario que será pagada está determinada por la fracción de bancos h, θ ($\theta = \{s, r\}$) que son solventes en $t=2$. Es decir, $\hat{\rho}_\theta = \rho_\theta$. Tomando en cuenta la anterior igualdad y la ecuación (33), se resuelve el Problema 4 y se hallan las tasas de interés que son consistentes con una asignación interior del portafolio en $t=0$ ($0 < \alpha < 1$) y con la distorsión en los contratos de los créditos interbancarios (Proposición 4).

Proposición 4. *Si todos los bancos excedentarios y deficitarios manejan la liquidez acudiendo al mercado interbancario, entonces la tasa de interés de los préstamos interbancarios cobrada a cada tipo de banco deudor (tipo h, θ) es:*

$$(1 + r_{\theta z}) = \frac{R\rho}{\delta_3 \rho_\theta} \quad \text{Para } \theta = \{s, r\} \quad (34)$$

Donde $\frac{1}{\delta_3} \equiv \frac{1}{\pi_s \rho + \pi_h + q\pi_h \left(\frac{R/l_s - 1}{R/l_r - 1} \right) \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_r} \right)}$ es una prima de riesgo común consistente con los contratos 1 y

2, $\Delta\rho \equiv \rho_s - \rho_r$ mide la dispersión del riesgo y $\rho = q\rho_s + (1-q)\rho_r$ es la probabilidad esperada de que un banco sea solvente.

Se explican los resultados de la Proposición 4 a continuación. En primer lugar, la tasa de interés del mercado interbancario no colateralizado es obtenida de una condición de no arbitraje. Re-expresando la ecuación (34) se llega a:

$$R\rho = \pi_s \rho_\theta \rho (1 + r_{\theta z}) + \pi_h (1 - q) \rho_\theta (1 + r_{\theta z}) + \pi_h (q) \rho_\theta (1 + r_{\theta z}) \left[1 + \frac{\left(\frac{R}{l_s} - 1 \right)}{\left(\frac{R}{l_r} - 1 \right)} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_r} \right) \right] \quad (34.a)$$

En $t=0$, el rendimiento esperado de invertir una unidad adicional en el activo de largo plazo debe ser igual al de invertirla en el activo de corto plazo. El término de la izquierda de (34.a), ρR , expresa el

¹⁷ La demostración se encuentra en la prueba de la Proposición 3 en el Anexo A.

rendimiento esperado del activo ilíquido y de largo plazo mientras que el término de la derecha el retorno esperado de atesorar fondos desde $t=0$ hasta $t=1$. Este último término es la suma de los valores marginales de atesorar liquidez para: i) los bancos superavitarios (l,θ) , ii) los bancos deficitarios más riesgosos (h,r) , y iii) los bancos deficitarios menos riesgosos (h,s) . La explicación para cada tipo de banco es:

- i) Un banco es superavitario con probabilidad π_i , y siempre que sea solvente (que ocurre con probabilidad ρ), puede prestar cada unidad atesorada en el mercado interbancario y obtener un rendimiento esperado igual a $\rho_\theta(1+r_{\theta z})$. Se evidencia que los bancos excedentarios están expuestos al riesgo de crédito puesto que sólo una proporción ρ_θ de los préstamos interbancarios serán devueltos.
- ii) Un banco es deficitario con alto riesgo (h,r) con probabilidad $\pi_h(1-q)$ y solvente con probabilidad ρ_θ . Por cada unidad atesorada desde $t=0$ puede ahorrarse el costo que tiene que pagar por cada préstamo interbancario pedido, es decir, $(1+r_{\theta z})$. Este tipo de banco no realiza el depósito para acceder a tasas de interés bajas.
- iii) Un banco es deficitario con bajo riesgo (h,s) con probabilidad $\pi_h(q)$ y solvente con probabilidad ρ_θ . Este tipo de banco escoge el contrato de bajas tasas de interés y la constitución del depósito. Por lo anterior, si invierte en el activo de corto plazo no tiene que pagar la tasa de interés $(1+r_{\theta z})$ por cada unidad pedida prestada en el mercado interbancario y, adicionalmente, no asume el costo de la constitución del depósito, igual a

$$\left(\frac{R}{l_s} - 1\right) \frac{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_r}\right)}{\left(\frac{R}{l_r} - 1\right)} (1+r_{\theta z}) \text{ (para } \theta=s\text{).}$$

Con respecto al costo de constituir el depósito, si un

banco atesora una unidad de liquidez desde $t=0$ se ahorra el costo neto de constituirlo, $\left(\frac{R}{l_s} - 1\right)$, ponderado por el nivel de depósito como proporción del préstamo interbancario $\frac{\Delta\rho(1+r_{\theta z})}{\rho_r\left(\frac{R}{l_r} - 1\right)}$.¹⁸ Dicho lo anterior de otra manera, si un banco deficitario seguro (h,s)

mantiene una unidad de liquidez hasta $t=1$, se ahorra el costo de tener que pedir esa unidad como préstamo interbancario y el costo adicional que implica tener que liquidar activos de largo plazo para constituir el depósito y tener derecho a bajas tasas de interés.

En segundo lugar, la prima de riesgo común $(1/\delta_3)$ se cobra a todos los bancos sin importar su riesgo e incorpora la probabilidad de solvencia promedio del conjunto de los bancos y el costo de asociado a la constitución del depósito. Debido al riesgo de contraparte, los bancos superavitarios tienen que ser compensados si realizan préstamos interbancarios; entonces, la prima de riesgo común para los créditos

¹⁸ Nótese que $\frac{\Delta\rho(1+r_{sz})}{\rho_r\left(\frac{R}{l_r} - 1\right)} = \frac{\psi\alpha l_s}{d_1\lambda_h - (1-\alpha)}$ se obtiene de la ecuación (31) y (33).

interbancarios consistente con los nuevos contratos debe cumplir: $(1/\delta_3) \geq 1$.¹⁹ Además, es de público conocimiento cuando un banco realiza el depósito, es por esto que el nivel de riesgo de una entidad se descubre después de la constitución del mismo. Por tal razón, las tasas de interés incluyen un factor de ajuste (ρ/ρ_θ) según sea el nivel de riesgo de crédito de un banco. Para los bancos deficitarios con menor riesgo (h,s) , este factor de ajuste (ρ/ρ_s) hace que la tasa de interés se ajuste a la baja (ρ/ρ_s) mientras que para los bancos deficitarios más riesgosos (h,r) al alza (ρ/ρ_r) .

Cuando se diseñan los nuevos contratos para permitir la participación de todos los bancos deficitarios en el mercado interbancario se obtiene, en comparación con el escenario que no cuenta con tasas de interés diferenciadas y exigencia de depósito, una prima de riesgo común más baja, es decir, $(1/\delta_3) < (1/\delta)$. Esta desigualdad se obtiene al utilizar la ecuación (4) y considerar $(1/\delta_3)$ de la Proposición 4. Existen dos razones por las que la prima de riesgo es menor. Primero, el costo asociado a la constitución del depósito puede desincentivar a las entidades a constituirlo y, como consecuencia, hacer que los bancos deficitarios seguros (h,s) no escojan el contrato diseñado para ellos, es por esto que la prima de riesgo debe ser más baja (rol de la tasa de interés desde una perspectiva *expost*). Segundo, como se explicó arriba las tasas de interés tienen que cumplir con la condición de no arbitraje (función desde la óptica *exante*); debido a que los costos del depósito hacen que se incremente el beneficio de mantener fondos (desde $t=0$ a $t=1$), las tasas de interés del mercado interbancario tienen que ser menores para lograr la composición óptima del portafolio. Particularmente, la menor prima de riesgo es necesaria para que las tasas de interés de los mercados interbancarios sean también más bajas y, de esta manera, evitar que los bancos tomen decisiones sub-óptimas con respecto a la cantidad del bien que destinan a la inversión en el activo de largo plazo.

Dado lo anterior, y concretamente $(1/\delta_3) < (1/\delta)$, las tasas de interés de los nuevos contratos son menores a las tasas de interés del caso de información pública. Esto se advierte al usar las ecuaciones (2), (4) y la Proposición 4.

$$(1 + r_{\theta z}) < (1 + r_{\theta}^{pub}) \quad \text{Para } \theta = \{s,r\} \quad (35)$$

Vale la pena anotar que si no se tuvieran diferentes niveles de riesgo, es decir $\Delta\rho=0$, las tasas de interés encontradas coincidirían con las de información pública. A continuación se muestra bajo qué parámetros el precio de la liquidez encontrado en la Proposición 4 es consistente con los rangos posibles de las tasas de interés.

¹⁹ La prima de riesgo común es mayor que uno siempre que se cumpla que: $q\pi_h \frac{\left(\frac{R}{l_s} - 1\right)}{\left(\frac{R}{l_r} - 1\right)} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_r}\right) < \pi_l(1-\rho)$. Como se

tiene que $\rho < \rho_s$, esta condición se verifica puesto que para que los contratos puedan ser ofrecidos, la totalidad de bancos deficitarios seguros debe encontrar menos costoso constituir el depósito que compensar a los bancos

superavitarios por las pérdidas esperadas de sus créditos, es decir, $q\pi_h \frac{\left(\frac{R}{l_s} - 1\right)}{\left(\frac{R}{l_r} - 1\right)} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_r}\right) (1 + r_{z_c}) < \pi_l(1-\rho_s)(1 + r_{z_c})$.

Proposición 5. Cuando todos los bancos acuden al mercado interbancario para suavizar los choques de liquidez por medio de los contratos 1 y 2, la prima de riesgo ajustada de los préstamos interbancarios es menor que la prima de iliquidez es decir, $\frac{\rho}{\delta_3 \rho_\theta} \leq \frac{1}{l_\theta}$ para $\theta = \{s,r\}$.

En otras palabras se afirma en la anterior proposición que cuando se ofrecen los contratos diferenciados, cada banco debe encontrar la prima de riesgo común ajustada por el nivel solvencia menor a su prima de iliquidez. La Proposición 5 se verifica al considerar los límites superiores de las ecuaciones (23.a) y (23.b) y la tasa de interés dada por la Proposición 4. Asimismo, de la Proposición 4 y la ecuación 24 se tiene que $\frac{1}{l_s} < \frac{\rho}{\delta_3 \rho_r}$. Dado lo anterior se cumple que

$$\frac{\rho}{\delta_3 \rho_s} < \frac{1}{l_s} < \frac{\rho}{\delta_3 \rho_r} \quad (36)$$

En particular para los bancos deficitarios con bajo riesgo (h,s), la Proposición 5 plantea que la prima de riesgo ajustada es menor a su prima de iliquidez $\frac{\rho}{\delta_3 \rho_s} \leq \frac{1}{l_s}$. Esto es compatible con la situación inicial en que los bancos deficitarios más seguros (h,s) abandonan el mercado interbancario (ecuación 12) debido a que el conjunto de parámetros de $\frac{\rho}{\delta_3 \rho_s} \leq \frac{1}{l_s} < \frac{1}{\delta}$ es no vacío puesto que $\frac{\rho}{\rho_s} < 1$ y $\frac{1}{\delta_3} < \frac{1}{\delta}$. Por otro lado, con las tasas de interés encontradas, los bancos superavitarios (tipo l,θ) siempre están dispuestos a prestar en el mercado interbancario puesto que el rendimiento esperado de otorgar un préstamo siempre es mayor que uno. Esto se aprecia al analizar la siguiente expresión:

$$\rho_\theta (1 + r_{\theta z}) = \frac{R\rho}{\delta_3} > R\rho > 1 \quad (37)$$

Hasta este punto se han encontrado las condiciones sobre los parámetros para que las tasas de interés cumplan con los rangos definidos. A continuación se encuentran nuevas condiciones sobre los parámetros que hacen que los bancos h,s participen en el mercado interbancario, es decir, que la restricción de incentivos de este tipo de bancos se mantenga $\left(\Pi_{h,s} (1+r_{rz}) < \Pi_{h,s} (1+r_{sz}, \psi) \right)$.

Proposición 6. Los bancos deficitarios menos riesgosos (tipo h,s) escogen el Contrato 1 siempre que se cumpla la siguiente condición:

$$\frac{R\rho}{\delta_3 \rho_s} \left(1 + \frac{\left(\frac{R}{l_s} - 1 \right) \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_r} \right)}{\left(\frac{R}{l_r} - 1 \right)} \right) < \frac{R}{l_s}$$

La Proposición 6 se demuestra al igualar las ecuaciones (27) y (29), incluir la ecuación (31) y utilizar los resultados de las Proposiciones 4 y 5. Muestra que para un banco deficitario con bajo riesgo (h,s) el costo total del contrato 1 (tasas de interés y costo neto del depósito como proporción del préstamo) debe ser menor a aquel de atender todas las necesidades adicionales de liquidez a través de la liquidación de activos de largo plazo. La prima de riesgo de la deuda interbancaria cobrada a los bancos con bajo riesgo debe ser estrictamente menor a su prima de iliquidez. Es decir, la tasa de interés del Contrato 1 debe ser estrictamente menor al costo de liquidación de activos de largo plazo.²⁰

Debido a que se logra la participación plena y que los contratos creados hacen que los bancos deficitarios revelen su riesgo, la condición para que los mercados interbancarios se vacíen es:

$$\pi_l (L_\theta^s + L_\theta^r) = \pi_h (qB_s + (1-q)B_r) \quad (38)$$

La ecuación anterior expresa que la demanda agregada de fondos debe ser igual a la oferta agregada. El término de la izquierda corresponde al monto total de préstamos concedidos por los bancos superavitarios mientras que el de la derecha a las demandas de liquidez de los dos tipos de bancos deficitarios. Con base en los resultados encontrados arriba, específicamente $B_s = B_r = d_1 \lambda_h - (1-\alpha)$ y $L^r + L^s = (1-\alpha) - d_1 \lambda_r$ y la ecuación 38 se plantea el Corolario 2.

Corolario 2. *La cantidad de activos líquidos que son mantenidos por los bancos (desde $t=0$ hasta $t=1$) es igual al pago agregado que deben hacer a sus clientes en $t=1$: $d_1 \lambda = (1-\alpha)$.*

Este corolario, que se desprende del equilibrio en el mercado interbancario, da las cantidades invertidas en los activos de corto $(1-\alpha)$ y largo plazo (α) . Se resaltan dos hechos: primero, que la interacción en el mercado interbancario suaviza completamente los choques de liquidez, es decir, los contratos diferenciados logran que los bancos confíen en el mercado para atender sus demandas de liquidez. Segundo, que la composición del portafolio coincide con la del escenario de información pública (ecuación 5), esto significa que a pesar del costo en que incurren los bancos deficitarios que realizan el depósito, éste mantiene los incentivos a acudir al mercado interbancario.

Finalmente, se plantea en términos de los parámetros del modelo el nivel mínimo de liquidación de activos de largo plazo consistente con el depósito que se exige a los bancos deficitarios seguros y que hace a los deficitarios más riesgosos indiferentes entre las dos tasas de interés (Ecuación 39). Se observa que, dadas las tasas de interés del contrato de los bancos con bajo riesgo, el nivel de liquidación será más alto cuanto mayor sean la dispersión en el riesgo de contraparte, el nivel de los choques de liquidez altos

²⁰ Esto se verifica puesto que $\frac{\left(\frac{R}{l_s} - 1\right)}{\left(\frac{R}{l_r} - 1\right)} \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_r}\right) > 0$ y, entonces, $\frac{R \rho}{\delta_s \rho_s} < \frac{R}{l_s}$.

con respecto al promedio y cuanto menor sea el costo neto de constituir el depósito para los bancos más riesgosos.

$$\psi = \left(\frac{\rho R}{\rho_s \delta_3} \right) \left(\frac{\frac{\Delta \rho}{\rho_r}}{\frac{R}{l_r} - 1} \right) \left(\frac{d_1 (\lambda_h - \lambda)}{l_s (1 - \lambda d_1)} \right). \quad (39)$$

6. Conclusiones y consideraciones finales.

Las medidas que incrementen la transparencia en los mercados interbancarios pueden mitigar los problemas asociados a la existencia de información asimétrica puesto que facilitan el flujo apropiado información y, como consecuencia, permiten la libre interacción entre los bancos oferentes y demandantes de fondos. Los incrementos de los riesgos percibidos de solvencia y de crédito y la asimetría en la información caracterizaron las crisis financieras recientes y desmejoraron el desempeño de los mercados monetarios de corto plazo. En esta tesis se estudia el escenario en que las externalidades ejercidas por la presencia de bancos con alto riesgo de contraparte hacen que las tasas de interés sean demasiado altas y disuadan a otras entidades bancarias de suavizar los choques de liquidez a través del mercado interbancario no colateralizado. Se propone un mecanismo que incrementa la transparencia en el mercado y que, bajo ciertas condiciones, logra restaurar el nivel adecuado de flujos de fondos. Concretamente, se proponen contratos diferenciados para los préstamos interbancarios de tal manera que los bancos que sufren altos choques de liquidez revelen su riesgo y, así, los bancos prestamistas puedan cobrar tasas de interés que estén ajustadas por el nivel de riesgo de crédito de cada entidad.

Conseguir que el mercado interbancario no colateralizado funcione correctamente es importante. Aunque muchas de las medidas de política se han concentrado en impulsar la actividad en mercados colateralizados y en el rol de las autoridades monetarias y de vigilancia, el desarrollo de los mercados no colateralizados puede incrementar la disciplina de mercado debido a que incentiva a las entidades a monitorear a sus pares.²¹ Al no necesitar un título como garantía para los préstamos o al no contar con facilidades de financiamiento ilimitadas (por parte un banco central), se impulsa a los bancos a vigilar más rigurosamente a los participantes del mercado interbancario. Así, las señales que envían los mercados no colateralizados (por ejemplo, en montos tranzados y tasas pactadas) son útiles para las autoridades encargadas de la supervisión del sistema financiero y permiten, por ejemplo, inferir si algún banco presenta problemas de crédito. Dado lo anterior, la investigación acerca de la manera en que operan los mercados interbancarios no colateralizados y las medidas para hacer que funcionen eficientemente es necesaria. En particular, futuras investigaciones pueden centrarse en saber qué otros mecanismos están disponibles para que se mejore la transparencia en estos mercados y se revele

²¹ 'Disciplina de mercado' entendida como la situación en la que las tasas de interés reflejan el riesgo implícito de un préstamo interbancario.

el riesgo de cada entidad, cuál es la naturaleza y cómo enfrentar los choques a los riesgos de los bancos, cuáles son las consecuencias de tener choques de liquidez heterogéneos y con varios niveles (más de 2) y cómo, a través de la regulación y normas, se pueden corregir ineficiencias que surgen debido a factores particulares de la estructura de cada mercado.

7. Referencias Bibliográficas

Acharya, V., & Merrouche, O. (2011). Precautionary Hoarding of Liquidity and Inter-Bank Markets: Evidence from the Sub-prime Crisis. *National Bureau of Economic Research, Inc. NBER Working Papers* .

Allen, F., & Carletti, E. (2010). An Overview of the Crisis: Causes, Consequences, and Solutions. *International Review of Finance* , 1-26.

Allen, F., & Gale, D. (2009). *Understanding Financial Crises*. Oxford University Press.

Ashcraft, A., McAndrews, J., & Skeie, D. (2011). Precautionary Reserves and the Interbank Market. *Journal of Money, Credit, and Banking* (43).

Bhattacharya, S., & Gale, D. (1985). Preference Shocks, Liquidity, and Central Bank Policy. *Caress Working*

Brunnermeier, M. K. (2009). Deciphering the Liquidity and Credit Crunch 2007 - 2008. *Journal of Economic Perspectives* , Volume 23 (1), 77–100.

Cardozo, P., Huertas, C., Parra, J., & Patiño, L. (2011). Mercado Interbancario Colombiano y Manejo de la Liquidez del Banco de la República. *Borradores de Economía* (673).

Diamond, D. W., & Dybvig, P. H. (1983). Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity. *Journal of Political Economy* , 401-419.

Freixas, X., & Holthausen, C. (2004). Interbank Market Integration under Asymmetric Information. *The Review of Financial Studies* , 18 (2).

Freixas, X., Martin, A., & Skeie, D. (2009). Bank Liquidity, Interbank Markets, and Monetary Policy. *Federal Reserve Bank of New York , Staff Report* (371).

Heider, F., & Hoerova, M. (2009). Interbank Lending, Credit Risk Premia and Collateral. *International Journal of Central Banking* , 54, 5-43.

Heider, F., Hoerova, M., & Holthausen, C. (2010). Liquidity Hoarding and Interbank Market Spreads: the Role of Counterparty Risk. *CEPR Discussion Paper no. 7762. London, Centre for Economic Policy Research*. (1126).

Laffont, J.-J., & Martimort, D. (2002). *The Theory of Incentives The Principal-Agent Model*. Princeton University Press.

Anexo A.

Para probar la Proposición 1 se parte de la situación en la que los bancos h,θ están dispuestos a prestar en el mercado interbancario, es decir, $\hat{\rho}_\theta(1+r_\theta^{pub}) \geq 1$. Además, de las ecuaciones (13) y (14), y dado que $\rho_r < \rho_s$ se tiene que $r_s^{pub} < r_r^{pub}$.

Prueba de la Proposición 1.

Parte i: Cuando los bancos h,θ resuelven el Problema 1 en $t=1$, las restricciones de factibilidad son:

$$\begin{aligned} B_\theta &\geq 0 && [\mu_2^{h,\theta}] \\ 0 \leq v_{h,\theta} &\leq 1 && [\mu_3^{h,\theta}, \mu_4^{h,\theta}] \\ 0 \leq m_{h,\theta} &\leq 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{h,\theta} && [\mu_5^{h,\theta}, \mu_6^{h,\theta}] \end{aligned} \quad (A.1)$$

Los multiplicadores de Lagrange están en corchetes. Se denota $\mu_1^{h,\theta}$ como el multiplicador de la restricción de recursos en el Problema 1. Las condiciones de primer orden con respecto a $m_{h,\theta}$, B_θ y $v_{h,\theta}$ son, respectivamente:

$$\rho_\theta - \mu_1^{h,\theta} + \mu_5^{h,\theta} - \mu_6^{h,\theta} = 0 \quad (A.2)$$

$$-\rho_\theta(1+r_s^{pub}) + \mu_1^{h,\theta} + \mu_2^{h,\theta} = 0 \quad (A.3)$$

$$-\rho_\theta R\alpha + \mu_1^{h,\theta}\alpha l_\theta + \mu_3^{h,\theta} - \mu_4^{h,\theta} + \mu_6^{h,\theta}\alpha l_\theta = 0 \quad (A.4)$$

De la ecuación (A.3) se observa que el valor marginal de la liquidez para un banco que demanda fondos en el mercado interbancario es: $\rho_\theta(1+r_s^{pub}) = \mu_1^{h,\theta}$. Puesto que $B_\theta > 0$ y, entonces, $\mu_2^{h,\theta} = 0$.

Lema A.1. Si un banco deficitario (tipo h,θ), demanda fondos en el mercado interbancario, es decir, $B_\theta > 0$, entonces, no reinvierte en el activo de corto plazo $m_{h,\theta} = 0$.

Para comenzar, Como $B_\theta > 0$, entonces $\mu_2^{h,\theta} = 0$. Se demuestra el Lema A.1 por contradicción. Primero, suponga que $0 < m_{h,\theta} < 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{h,\theta}$, entonces $\mu_5^{h,\theta} = \mu_6^{h,\theta} = 0$. Teniendo en cuenta lo anterior y combinando las ecuaciones (A.2) y (A.3) se llega a que $\rho_\theta r_s^{pub} = 0$ lo cual es una contradicción. De la misma manera, si $m_{h,\theta} = 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{h,\theta}$, entonces $\mu_5^{h,\theta} = 0$ y se combinan las ecuaciones (A.2) y (A.3) se tiene $\rho_\theta r_s^{pub} + \mu_6^{h,\theta} = 0$. Lo cual es una contradicción.

Lema A.2. Si un banco h,θ , liquida una fracción de su activo de largo plazo para atender sus demandas de liquidez ($0 < v_{h,\theta} \leq 1$), entonces, no reinvierte en el activo de corto plazo $m_{h,\theta} = 0$.

Para comenzar, si $0 < v_{h,\theta} < 1$, entonces $\mu_3^{h,\theta} = 0$ y $\mu_4^{h,\theta} = 0$. Se demuestra el Lema A.2 por contradicción. Primero, suponga que $0 < m_{h,\theta} < 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{h,\theta}$, entonces $\mu_5^{h,\theta} = \mu_6^{h,\theta} = 0$. Teniendo en cuenta lo anterior y combinando las ecuaciones (A.2) y (A.4) se llega a que $\rho_\theta \alpha l_\theta \left[\frac{R}{l_\theta} - 1 \right] = 0$ lo cual es una contradicción. De la misma manera, si $v_{h,\theta} = 1$ ($\mu_4^{h,\theta} > 0$) se llega nuevamente a una contradicción puesto que $\rho_\theta \alpha l_\theta \left[\frac{R}{l_\theta} - 1 \right] + \mu_4^{h,\theta} = 0$.

$$1 + r_s^{pub} \leq \frac{R}{l_s} < \frac{R}{l_r}$$

Lema A.3. Dado que $1 + r_s^{pub} \leq \frac{R}{l_s} < \frac{R}{l_r}$, un banco h,θ , atiende sus necesidades de liquidez utilizando el mercado interbancario en lugar que a través de la liquidación de activos. Es decir, $B_\theta > 0$ y $v_{h,\theta} = 0$.

Suponga lo contrario y que, además, atiende sus demandas de liquidez sólo con la liquidación de una parte de su activo de largo plazo ($B_\theta = 0$). Utilizando el Lema A.2 se tienen que $m_{h,\theta} = 0$ por lo que $\mu_5^{h,\theta} > 0$ y $\mu_6^{h,\theta} = 0$. Además, como $0 < v_{h,\theta} < 1$ entonces $\mu_3^{h,\theta} = \mu_4^{h,\theta} = 0$. Combinando las ecuaciones (A.3) y

(A.4) y los resultados anteriores se llega a $\rho_\theta \alpha l_\theta \left[\frac{R}{l_\theta} - (1 + r_s^{pub}) \right] + \alpha l_\theta \mu_2^{h,\theta} = 0$ lo que implica una contradicción. De la misma manera, si el banco liquida todo su portafolio se llega a $\mu_3^{h,\theta} = 0$ y $\mu_4^{h,\theta} > 0$; de (A.3) y (A.4) se obtiene $\rho_\theta \alpha l_\theta \left[\frac{R}{l_\theta} - (1 + r_s^{pub}) \right] + \alpha l_\theta \mu_2^{h,\theta} + \mu_4^{h,\theta} = 0$ que también es una contradicción.

Suponga ahora que el banco liquida parte de su activo de largo plazo para atender las demandas de liquidez y, además, pide prestado en el mercado interbancario. Lo anterior implica que $0 < v_{h,\theta} < 1$ y, como consecuencia, $\mu_3^{h,\theta} = \mu_4^{h,\theta} = 0$. De la misma manera $B_\theta > 0$, entonces $\mu_2^{h,\theta} = 0$. Del Lema A.2 y de las

ecuaciones (A.3) y (A.4) se llega a $\rho_\theta \alpha l_\theta \left[\frac{R}{l_\theta} - (1 + r_s^{pub}) \right] = 0$. Teniendo en cuenta la ecuación anterior: para

el caso de los bancos h,r se llega a una contradicción puesto que $\frac{R}{l_r} > (1 + r_s^{pub})$ ($\alpha > 0$, de lo contrario un banco no podría pagar sus préstamos interbancarios); para el caso de los bancos h,s se supone que

cuando ocurre $\frac{R}{l_s} = (1 + r_s^{pub})$ este banco atiende todas sus demandas de liquidez a través del mercado interbancario.

Para finalizar, utilizando el Lema A.3 se sabe que $B_\theta > 0$ y, por consiguiente, (A.3) implica que $\rho_\theta (1 + r_s^{pub}) = \mu_1^{h,\theta} > 0$. Por lo anterior la restricción de recursos se cumple con igualdad y se obtiene $B_\theta (1 + r_s^{pub}) = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$.

Parte ii:

Como el nivel y dispersión del riesgo son altos, se cumple $\frac{1}{l_s} < \frac{1}{\delta}$ (Ecuación 12) y, como consecuencia,

$\frac{R}{l_s} < 1 + r_r^{pub}$. La primera parte ii de la Proposición 1 (aquella de las decisiones óptimas del banco h,r) se demuestra siguiendo los mismos pasos de la prueba de Parte i, sólo hay que cambiar la tasa de interés $1 + r_s^{pub}$ por $1 + r_r^{pub}$, las letras θ por r y tener en cuenta que la Ecuación (3) se debe verificar.

Parte iii:

Los Lemas A.1 y A.2 se siguen manteniendo.

Lema A.4. Siempre que $\frac{R}{l_s} < 1 + r_r^{pub}$, un banco h,s, atiende sus necesidades de liquidez a través de la liquidación de activos. Es decir, $B_s = 0$ y $v_{h,s} > 0$.

Se demuestra por contradicción. Suponga, en primer lugar, que las necesidades de liquidez se atienden sólo con préstamos interbancarios ($B_s > 0$ y $v_{h,s} = 0$). Utilizando el Lema A.1 se tiene que $m_{h,s} = 0$ por lo que $\mu_5^{h,s} > 0$ y $\mu_6^{h,s} = 0$. Además $\mu_2^{h,s} = 0$ dado $B_s > 0$ y $\mu_4^{h,s} = 0$ puesto que $v_{h,s} = 0$.

Combinando las ecuaciones (A.3) y (A.4) y los resultados anteriores se llega a $\rho_s \alpha l_s \left[\frac{R}{l_s} - (1 + r_r^{pub}) \right] = \mu_3^{h,s}$ lo que implica una contradicción ($\alpha > 0$, de lo contrario un banco no podría pagar sus préstamos interbancarios). En segundo lugar, si el banco h,s utiliza simultáneamente préstamos interbancarios y liquidación de activos para enfrentar los choques de liquidez se tiene que $B_s > 0$ y $0 < v_{h,s} < 1$ y, como consecuencia, $\mu_2^{h,s} = 0$, $\mu_3^{h,s} = 0$ y $\mu_4^{h,s} = 0$. De las ecuaciones (A.3) y (A.4) y del Lema A.1 se tiene como

resultado $\rho_s \alpha l_s \left[\frac{R}{l_s} - (1 + r_r^{pub}) \right] = 0$, que involucra una contradicción.

Para terminar, del Lema A.4 y de la ecuación A.2 se deduce que $\mu_1^{h,\theta} > 0$. Por lo anterior la restricción de recursos se cumple con igualdad y se obtiene

$$v_{h,s} (1 + r_r^{pub}) = \frac{d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)}{\alpha l_s}$$

Prueba de la Proposición 2. Cuando los bancos h,θ resuelven el Problema 2 en $t=1$, las restricciones de factibilidad son:

$$\begin{aligned} B_\theta &\leq d_1 \lambda_h - (1-\alpha) && [\mu_2^{h,\theta}] \\ \psi &\leq v_{h,\theta} \leq 1; && [\mu_3^{h,\theta}, \mu_4^{h,\theta}] \\ 0 \leq m_{h,\theta} &\leq 1-\alpha + \alpha l_\theta (v_{h,\theta} - \psi) && [\mu_5^{h,\theta}, \mu_6^{h,\theta}] \end{aligned} \quad (A.5)$$

Los multiplicadores de Lagrange asociados están en corchetes. Se denota $\mu_1^{h,\theta}$ como el multiplicador de la restricción de recursos en el Problema 2. Las condiciones de primer orden con respecto a $m_{h,\theta}$, B_θ y $v_{h,\theta}$ son, respectivamente:

$$\rho_\theta - \mu_1^{h,\theta} + \mu_5^{h,\theta} - \mu_6^{h,\theta} = 0 \quad (A.6)$$

$$-\rho_\theta (1+r_{sz}) + \mu_1^{h,\theta} - \mu_2^{h,\theta} = 0 \quad (A.7)$$

$$-\rho_\theta R\alpha + \mu_1^{h,\theta} \alpha l_\theta + \mu_3^{h,\theta} - \mu_4^{h,\theta} + \mu_6^{h,\theta} \alpha l_\theta = 0 \quad (A.8)$$

Lema A.5. Si un banco deficitario (tipo h,θ) demanda fondos en el mercado interbancario y toma el Contrato 1, no reinvierte en el activo de corto plazo, $m_{h,\theta} = 0$.

De A.6 y A.7 se llega a que $\rho_\theta r_{sz} + \mu_2^{h,\theta} + \mu_6^{h,\theta} = \mu_5^{h,\theta}$. Lo anterior implica que $\mu_5^{h,\theta} > 0$ y por ende $m_{h,\theta} = 0$ (dado que $\alpha < 1$).

El Contrato 1 debe hacer que los bancos h,s participen en el mercado interbancario, de tal

$$(1+r_{sz}) \leq \frac{R}{l_s} < \frac{R}{l_r}$$

manera que debe estar diseñado para que se cumpla

Cuando un banco h,r toma el Contrato 1 debe constituir un depósito igual a $\psi \alpha l_s$; dado su costo de liquidar, los recursos que destina para el depósito son iguales a $\psi \alpha l_s = v_{h,r} \alpha l_r$, es decir la fracción

liquidada asciende a $v_{h,r} = \frac{\psi l_s}{l_r}$.

Lema A.6. Los bancos h,r liquidan parte de sus activos de largo plazo para constituir el depósito exigido, $v_{h,r} = \frac{\psi l_s}{l_r}$, si y sólo si pueden atender todas sus demandas de liquidez a través del préstamo

interbancario, $B_r = d_1 \lambda_h - (1-\alpha)$.

Primero se demuestra que $v_{h,r} = \frac{\psi l_s}{l_r}$ implica $B_r = d_1 \lambda_h - (1-\alpha)$. Suponga lo contrario, es decir, $B_r < d_1 \lambda_h - (1-\alpha)$. Esto hace que $\mu_2^{h,r} = 0$. Se tiene además que $\psi < v_{h,r} \leq 1$ que implica que $\mu_3^{h,r} = 0$.

Considerando lo anterior, combinando las ecuaciones A.7 y A.8 y utilizando el Lema A.5 ($\mu_6^{h,r} = 0$) se llega a $\rho_r \alpha l_r \left[\frac{R}{l_r} - (1 + r_{sz}) \right] + \mu_4^{h,s} = 0$, que es una contradicción.

Segundo, se prueba que $B_r = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$ implica $v_{h,r} = \frac{\psi l_s}{l_r}$. Suponga que esto no se cumple, es decir $v_{h,r} \neq \frac{\psi l_s}{l_r}$. De A.7. se tiene que $\mu_1^{h,r} > 0$ y, por ende, la restricción de recursos se debe cumplir con igualdad. Utilizando el Lema A.5 y la restricción de recursos verificándose con igualdad se encuentran contradicciones cuando se analizan los casos $v_{h,r} < \frac{\psi l_s}{l_r}$ y $v_{h,r} > \frac{\psi l_s}{l_r}$.

Un banco h,r no elige liquidar activos de largo plazo para constituir el depósito y, además, atender las demandas de liquidez con la combinación del liquidación adicional y préstamos interbancarios, es decir, $\psi < v_{h,r} < 1$ y $B_r < d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$. Si se cumplieran las condiciones anteriores y el Lema A.5, se tendría que $\mu_2^{h,r} = \mu_3^{h,r} = \mu_4^{h,r} = \mu_6^{h,r} = 0$. De las ecuaciones A.7 y A.8 (y dado que $\alpha > 0$) se obtendría $\frac{R}{l_r} = (1 + r_{sz})$, que es una contradicción. Por último, y con el mismo análisis, un banco h,r no decide $\psi < v_{h,r} = 1$ y $B_r < d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$ debido a que se tendría una contradicción puesto que se llegaría a que $\mu_4^{h,r} > 0$ y se observaría que $\frac{R}{l_r} < (1 + r_{sz})$.

Lema A.7. Los bancos h,s liquidan parte de sus activos de largo plazo para constituir el depósito exigido, $v_{h,s} = \psi$, si y sólo si pueden atender todas sus demandas de liquidez a través del préstamo interbancario, $B_s = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$.

Primero se demuestra que $v_{h,s} = \psi$ implica $B_s = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$. Suponga lo contrario, es decir, $B_s < d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$. De A.7. se tiene que $\mu_1^{h,r} > 0$ y, por ende, la restricción de recursos se debe cumplir con igualdad. Utilizando el Lema A.5 y $B_s < d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$ se nota que la restricción de recursos no se cumple.

De igual manera, si $B_s = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$ entonces $v_{h,s} = \psi$. Suponga lo contrario, es decir, $v_{h,s} > \psi$. De A.7. se tiene que $\mu_1^{h,r} > 0$ y, así, la restricción de recursos se debe cumplir con igualdad. Del Lema A.5 y $v_{h,s} > \psi$ se observa que la restricción de recursos no se cumple.

Un banco h,s puede liquidar activos de largo plazo para constituir el depósito y, además, atender las demandas de liquidez con la combinación del liquidación adicional y préstamos interbancarios, es decir, $\psi < v_{h,s} < 1$ y $B_s < d_1 \lambda_h - (1 - \alpha)$. Cuando se verifican las condiciones anteriores y el Lema A.5, se

cumple que $\mu_2^{h,s} = \mu_3^{h,s} = \mu_4^{h,s} = \mu_6^{h,s} = 0$. De las ecuaciones A.7 y A.8 se llega a $\rho_s \alpha l_s \left[\frac{R}{l_s} - (1+r_{sz}) \right] = 0$.

Como $\alpha > 0$, entonces $\frac{R}{l_s} = (1+r_{sz})$. Se supone que si se da la condición anterior, el banco h,s liquida sólo lo necesario para constituir el depósito, es decir $v_{h,s} = \psi$. Para finalizar, un banco h,s no escoge $\psi < v_{h,s} = 1$ y $B_s < d_1 \lambda_h - (1-\alpha)$; se tendría una contradicción puesto que se llegaría a la siguiente condición $\rho_s \alpha l_s \left[\frac{R}{l_s} - (1+r_{sz}) \right] + \mu_4^{h,s} = 0$. Dado que $\mu_4^{h,s} > 0$, se observaría que $\frac{R}{l_s} < (1+r_{sz})$.

Prueba de la Proposición 3. Cuando los bancos l, θ resuelven el Problema 3 en t=1, las restricciones de factibilidad son:

$$\begin{aligned} L_\theta^s &\geq 0 && [\mu_2^{l,\theta}] \\ L_\theta^r &\geq 0 && [\mu_3^{l,\theta}] \\ 0 \leq v_{l,\theta} &\leq 1; && [\mu_4^{l,\theta}, \mu_5^{l,\theta}] \\ 0 \leq m_{l,\theta} &\leq 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{l,\theta} && [\mu_6^{l,\theta}, \mu_7^{l,\theta}] \end{aligned} \quad (\text{AL.1})$$

Los multiplicadores de Lagrange están en corchetes. Se denota $\mu_1^{l,\theta}$ como el multiplicador de la restricción de recursos en el Problema 3. Las condiciones de primer orden con respecto a $v_{l,\theta}$, $m_{l,\theta}$, L_θ^s , L_θ^r son, respectivamente:

$$-\rho_\theta R \alpha + \mu_1^{l,\theta} \alpha l_\theta + \mu_4^{l,\theta} - \mu_5^{l,\theta} + \mu_7^{l,\theta} \alpha l_\theta = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\rho_\theta - \mu_1^{l,\theta} + \mu_6^{l,\theta} - \mu_7^{l,\theta} = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\rho_\theta \rho_s (1+r_{sz}) - \mu_1^{l,\theta} + \mu_2^{l,\theta} = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\rho_\theta \rho_r (1+r_{rz}) - \mu_1^{l,\theta} + \mu_3^{l,\theta} = 0 \quad (\text{A.12})$$

Lema A.8. El valor marginal de la liquidez para un banco l, θ que le presta fondos a los bancos deficitarios menos riesgosos ($L_\theta^s > 0$) es $\mu_1^{l,\theta} = \rho_\theta \hat{\rho}_s (1+r_{sz})$. Por su parte, cuando le presta a los bancos deficitarios más riesgosos ($L_\theta^r > 0$) es $\mu_1^{l,\theta} = \rho_\theta \hat{\rho}_r (1+r_{rz})$.

El Lema A.8 se obtiene al considerar que $\mu_2^{l,\theta} = \mu_3^{l,\theta} = 0$ y la ecuaciones A.11 y A.12.

Lema A.9 Los bancos excedentarios (tipo l, θ): i) prestan fondos a los dos tipos de bancos deficitarios, $L_\theta^s > 0$ y $L_\theta^r > 0$, si y sólo si $\hat{\rho}_s (1+r_{sz}) = \hat{\rho}_r (1+r_{rz}) \geq 1$; ii) le prestan solamente a los bancos menos

riesgosos, $L_\theta^s > 0$ y $L_\theta^r = 0$, si y sólo si $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \geq 1 > \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$; y iii) le prestan solamente a los bancos deficitarios más riesgosos, $L_\theta^s = 0$ y $L_\theta^r > 0$, si y sólo si $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) < 1 \leq \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$.

Parte i). Si $L_\theta^s > 0$ y $L_\theta^r > 0$ y se combinan las ecuaciones A.11 y A.12 se llega a que $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) = \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$. Se comprueba a continuación que $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \geq 1$. Suponga lo contrario, es decir, $L_\theta^s > 0$ y $L_\theta^r > 0$ y $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) < 1$. Se tiene que $\mu_1^{l,\theta} > 0$ y que la restricción de recursos se tiene que cumplir con igualdad. De la ecuaciones A.10 y A.11 se llega a $\rho_\theta [\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) - 1] + \mu_7^{l,\theta} = \mu_6^{l,\theta}$. Esto implica que $\mu_7^{l,\theta} > 0$ por lo que $m_{l,\theta} = 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{l,\theta}$. Incluyendo esto en la restricción de recursos se llega a una contradicción.

Se comprueba ahora que $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) = \hat{\rho}_r(1+r_{rz}) \geq 1$ implica que $L_\theta^s > 0$ y $L_\theta^r > 0$. Al suponer lo contrario, es decir $L_\theta^s = L_\theta^r = 0$ y utilizando las ecuaciones A.10 y A.11 se tiene lo siguiente $\rho_\theta [\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) - 1] + \mu_2^{l,\theta} + \mu_7^{l,\theta} = \mu_6^{l,\theta}$; por lo anterior $\mu_6^{l,\theta} > 0$ y $m_{l,\theta} = 0$. Dado que $\mu_1^{l,\theta} > 0$, la restricción de recursos se tiene que cumplir con igualdad y el banco l,θ debe ofrecer fondos en el mercado interbancario puesto que $1 - \alpha > d_1 \lambda_l$. Esto es una contradicción.

Dado lo anterior, los bancos superavitarios ofrecen fondos en el mercado interbancario si son compensados por el riesgo de contraparte. Es decir, se debe cumplir que si $\rho_\theta < 1$, entonces $r_{\theta z} > 0$.

Parte ii). Primero se demuestra que si $L_\theta^s > 0$ y $L_\theta^r = 0$ entonces $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \geq 1 > \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$. Se demuestra por contradicción. Suponga que no se cumple y que se tiene que $L_\theta^s > 0$ y $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) < 1$. Esto implica que $\rho_\theta \hat{\rho}_s(1+r_{sz}) = \mu_1^{l,\theta} > 0$ y que la restricción de recursos se cumple con igualdad. Combinando las ecuaciones A.10 y A.11 se tiene que $\rho_\theta [\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) - 1] + \mu_7^{l,\theta} = \mu_6^{l,\theta}$. Dado $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) < 1$, se obtiene $\mu_7^{l,\theta} > 0$ por lo que $m_{l,\theta} = 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{l,\theta}$. Reemplazando la ecuación anterior en la restricción de recursos se llega a una contradicción puesto que $L_\theta^s > 0$. Un banco excedentario no reinvierte todos sus recursos en activos de corto plazo puesto que no podría atender las demandas de liquidez ni prestar fondos en el mercado interbancario.

Segundo se demuestra que si $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \geq 1 > \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$ entonces $L_\theta^s > 0$ y $L_\theta^r = 0$. Se llega a una contradicción. Suponga que no se cumple y que se tiene que $L_\theta^s = 0$. Combinando las ecuaciones A.10 y

A.11 se obtiene que $\rho_\theta [\hat{\rho}_s(1+r_{sz})-1] + \mu_2^{l,\theta} + \mu_7^{l,\theta} = \mu_6^{l,\theta}$ como $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \geq 1$ y $\mu_2^{l,\theta} > 0$ entonces $\mu_6^{l,\theta} > 0$ lo que implica que $m_{l,\theta} = 0$. Dado que $\mu_1^{l,\theta} > 0$, la restricción de recursos se debe cumplir con igualdad y considerando que $1-\alpha > d_1\lambda_l$ el banco l, θ debe ofrecer fondos en el mercado interbancario a los bancos más riesgosos, es decir, $L_\theta^r > 0$ y $\mu_3^{l,\theta} = 0$. Combinando las ecuaciones A.11 y A.12 se tiene que $\rho_\theta \hat{\rho}_s(1+r_{sz}) + \mu_2^{l,\theta} = \rho_\theta \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$, que implica una contradicción puesto que $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) < \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$.

Parte iii) Para demostrar que $L_\theta^s = 0$ y $L_\theta^r > 0$ si y sólo si $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) < 1 \leq \hat{\rho}_r(1+r_{rz})$. Se sigue la misma lógica anterior.

Lema A.10. Si un banco superavitario (tipo l, θ), ofrece fondos en el mercado interbancario, es decir, $L_\theta^s > 0$ ó $L_\theta^r > 0$, entonces, no reinvierte en el activo de corto plazo, $m_{l,\theta} = 0$.

Se demuestra el caso en el que el banco l, θ le presta fondos a los bancos deficitarios menos riesgosos (h,s) (el caso cuando le prestan a los bancos deficitarios más riesgosos (h,r) es similar). Si $L_\theta^s > 0$ entonces $\mu_1^{l,\theta} = \rho_\theta \hat{\rho}_s(1+r_{sz})$ y $\mu_2^{l,\theta} = 0$. De la ecuaciones A.10 y A.11 se llega a $\rho_\theta [\hat{\rho}_s(1+r_{sz})-1] + \mu_7^{l,\theta} = \mu_6^{l,\theta}$. Del Lema A.9 se sabe que cuando $L_\theta^s > 0$ se cumple $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \geq 1$. Por lo anterior $\mu_6^{l,\theta} > 0$ y, por ende, $m_{l,\theta} = 0$.

Lema A.11. Cuando un banco superavitario l, θ presta recursos a los bancos deficitarios menos riesgosos (h,s), $L_\theta^s > 0$, no liquida ninguna fracción de su activo de largo plazo, $v_{l,\theta} = 0$, si y sólo si $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \leq \frac{R}{l_\theta}$.

De la misma manera, si los presta a bancos deficitarios con alto riesgo (h,r), $L_\theta^r > 0$, no liquida ninguna fracción de su activo de largo plazo, $v_{l,\theta} = 0$, si y sólo si $\hat{\rho}_r(1+r_{rz}) \leq \frac{R}{l_\theta}$.

Se demuestra el caso en el que el banco l, θ le presta fondos a los bancos deficitarios menos riesgosos (h,s) (el caso cuando le prestan a los bancos deficitarios más riesgosos (h,r) es similar). Si $L_\theta^s > 0$ entonces $\mu_1^{l,\theta} = \rho_\theta \hat{\rho}_s(1+r_{sz})$ y $\mu_2^{l,\theta} = 0$. De lema A.10 se sabe que $\mu_6^{l,\theta} > 0$ y, por ende, $m_{l,\theta} = 0$. De la ecuaciones A.9 y A.11 se llega a $\rho_\theta \alpha l_\theta \left[\frac{R}{l_\theta} - \hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \right] + \mu_5^{l,\theta} = \mu_4^{l,\theta}$. Se nota entonces que sólo si $\hat{\rho}_s(1+r_{sz}) \leq \frac{R}{l_\theta}$, se da que $\mu_4^{l,\theta} > 0$. Así si $\mu_4^{l,\theta} > 0$ entonces $v_{l,\theta} = 0$.

Prueba Proposición 6. Como se dijo, para que los bancos deficitarios menos riesgosos (h,s) participen en el mercado interbancario la tasa de interés del Contrato 1, debe ser estrictamente menor a su costo de oportunidad de liquidar activos de largo plazo, es decir, $(1+r_{sz}) < \frac{R}{l_s}$. Se obtiene lo anterior comparando

los beneficios de los bancos h,s cuando están disponibles los dos contratos, es decir, se verifica que su restricción de incentivos se cumple. De la Ecuación (27) para $\theta=s$ y la Ecuación (29) se obtiene la siguiente

expresión, $\psi < \left[\frac{d_1 \lambda_h - (1-\alpha)}{\alpha l_s} \right] \frac{\left(\frac{R}{l_s} - (1+r_{sz}) \right)}{\left(\frac{R}{l_s} - 1 \right)}$. Por la ecuación 31 se sabe que $\psi > 0$ por lo que se debe

verificar, al menos, $(1+r_{sz}) < \frac{R}{l_s}$.

Anexo B.

Información Pública sobre el riesgo (Se enuncian los problemas para cada tipo de banco a continuación).

Problema para los bancos h,θ:

$$\max_{B_\theta, m_{h,\theta}, v_{h,\theta}} \rho_\theta \left[R\alpha(1-v_{h,\theta}) + m_{h,\theta} - (1+r_\theta)B_\theta - d_2(1-\lambda_h) \right] \quad (\text{B.1})$$

$$\text{Sujeto a: } \lambda_h d_1 + m_{h,\theta} \leq 1 - \alpha + v_{h,\theta} \alpha l_\theta + B_\theta; \quad 0 \leq B_\theta; \quad 0 \leq v_{h,\theta} \leq 1; \quad 0 \leq m_{h,\theta} \leq 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{h,\theta} \quad (\text{B.2})$$

$$\text{Las decisiones óptimas son: } B_\theta = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha_1); \quad v_{h,\theta} = m_{h,\theta} = 0; \quad (\text{B.3})$$

Problema para los bancos l,θ:

$$\max_{L_\theta^r, L_\theta^s, m_{l,\theta}, v_{l,\theta}} \rho_\theta \left[R\alpha(1-v_{l,\theta}) + m_{l,\theta} + \hat{\rho}_s(1+r_s)L_\theta^s + \hat{\rho}_r(1+r_r)L_\theta^r - d_2(1-\lambda_l) \right] \quad (\text{B.4})$$

Sujeto a:

$$\lambda_l d_1 + m_{l,\theta} + L_\theta^s + L_\theta^r \leq 1 - \alpha + v_{l,\theta} \alpha l_\theta; \quad 0 \leq L_\theta^s; \quad 0 \leq L_\theta^r; \quad 0 \leq v_{l,\theta} \leq 1; \quad 0 \leq m_{l,\theta} \leq 1 - \alpha + \alpha l_\theta v_{l,\theta} \quad (\text{B.5})$$

$$\text{Las decisiones óptimas son: } L^s + L^r = (1 - \alpha) - d_1 \lambda_l; \quad v_{l,\theta} = m_{l,\theta} = 0; \quad (\text{B.6})$$

Precio de la liquidez

$$\max_{0 < \alpha < 1} \pi_l \rho \left[R\alpha + \hat{\rho}_s(1+r_s)L^s + \hat{\rho}_r(1+r_r)L^r - (1-\lambda_l)d_2 \right] + \pi_h \left[q\rho_s \left[R\alpha - (1+r_s)B_s - (1-\lambda_h)d_2 \right] + (1-q)\rho_r \left[R\alpha - (1+r_r)B_r - (1-\lambda_h)d_2 \right] \right] \quad (\text{B.7})$$

$$\text{Sujeto a: } B_s = B_r = d_1 \lambda_h - (1 - \alpha_1) ; \quad L^s + L^r = (1 - \alpha) - d_1 \lambda_l \quad (\text{B.8})$$

De este problema de optimización se obtiene la tasa de interés (Ecuación 2 en el texto).

Información privada acerca del riesgo.

En Heider y otros (2010) se describen cuatro escenarios para la interacción en el mercado interbancario. A continuación se plantea el problema de optimización para los Escenarios 1 y 2. Vale la pena mencionar que en el escenario en el que todos los bancos acuden al mercado interbancario (Escenario 1) las restricciones de participación de todos se cumplen. Por su parte en el que sólo los bancos h,r piden prestado en el mercado (Escenario 2), se viola la restricción de participación de los bancos h,s.

Escenario 1.

Los dos tipos de banco h,θ encuentran rentable pedir recursos en el mercado interbancario si (donde r_1 corresponde a la tasa de interés para ese escenario):

$$\frac{1}{\hat{\rho}} \leq 1 + r_1 \leq \frac{R}{l_s} \quad (\text{B.9})$$

Para los bancos h,θ se tiene el siguiente problema en t=1:

$$\begin{aligned} & \max \\ & B_\theta, v_{h,\theta}, m_{h,\theta} \quad \rho_\theta \left[R\alpha(1 - v_{h,\theta}) + m_{h,\theta} - (1 + r_1)B_\theta - d_2(1 - \lambda_h) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Para los bancos l,θ se tiene el problema en t=1 es:

$$\begin{aligned} & \max \\ & L_\theta, m_{l,\theta}, v_{l,\theta} \quad \rho_\theta \left[R\alpha(1 - v_{l,\theta}) + m_{l,\theta} + \hat{\rho}(1 + r_1)L_\theta - d_2(1 - \lambda_l) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Para los bancos h,θ, las decisiones óptimas son las mismas encontradas en B.3. Para los bancos l,θ son:

$$L_\theta = (1 - \alpha) - d_1\lambda_l; \quad v_{l,\theta} = m_{l,\theta} = 0; \quad (\text{B.12})$$

Es decir, ninguno de los bancos reinvierte en el activo de corto plazo, ni liquida parte de su inversión de largo plazo. Al considerar que los bancos toman como dada la tasa de interés del mercado interbancario cuando deciden la composición de portafolio, se establece el precio de la liquidez. El problema de optimización es (α_1 representa la fracción que los bancos invierten en el activo de largo plazo en t=0):

$$\begin{aligned} & \max \\ & 0 < \alpha_1 < 1 \quad \pi_l \rho \left[R\alpha_1 + \hat{\rho}(1 + r_1)L - (1 - \lambda_l)d_2 \right] + \pi_h \rho \left[R\alpha_1 - (1 + r_1)B - (1 - \lambda_h)d_2 \right] \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Sujeto a (B.3) y (B.12)

La tasa de interés se obtiene de una condición de no arbitraje. Se utiliza la ecuación (4) del texto y como resultado se obtienen las ecuaciones (7) y (8). Bajo estas condiciones, todos los bancos participan en el MI y las cantidades del bien invertidas en los activos de corto y largo plazo son iguales al caso con información pública.

Escenario 2.

Se nombra r_2 como la tasa de interés para este régimen. Para los bancos h, θ y l, θ se tiene los problemas descritos por B.10 y B.11, respectivamente. Las decisiones óptimas para los bancos h, r y l, θ son las descritas por B.3 y B.12. Sin embargo, para los bancos h, s se tiene:

$$v_{l,s} = \frac{(1-\alpha_2) - d_1 \lambda_l}{\alpha_2 l_s}; \quad B_s = m_{l,s} = 0 \quad (\text{B.14})$$

Cuando los bancos esperan este tipo de selección adversa en el MI, el problema de optimización es (α_2 es la proporción que se invierte en el activo de largo plazo en $t=0$):

$$\max_{0 < \alpha_2 < 1} \quad \pi_l \rho [R\alpha_2 + \hat{\rho}(1+r_2)L - (1-\lambda_l)d_2] + \pi_h q \rho_s [R\alpha_2(1-v_{h,s}) - (1-\lambda_h)d_2] + \pi_h(1-q)\rho_r [R\alpha_2 - (1+r_2)B_r - (1-\lambda_h)d_2] \quad (\text{B.15})$$

$$\text{s.a.} \quad L = 1 - \alpha_2 - \lambda_l d_1, \quad B_r = \lambda_h d_1 - (1 - \alpha_2) \quad \text{y} \quad v_{h,s} \alpha_2 l_s = \lambda_h d_1 - (1 - \alpha_2) \quad (\text{B.16})$$

De este problema de optimización se obtiene la tasa de interés descrita por la ecuación 11 en el texto. Bajo este tipo de selección adversa, y comparado con el escenario de participación plena, se llega entre otros resultados, a una mayor tasa de interés en el mercado interbancario y a que los bancos escogen, ex-ante, un portafolio menos líquido.