

DETERMINANTES DE FRAGILIDAD EN LAS EMPRESAS COLOMBIANAS

Oscar Martínez A.*

Banco de la República, Colombia

omartiam@banrep.gov.co

Resumen

Una de las mayores amenazas para toda empresa es caer en un estado de insolvencia. Este tipo de amenaza a la estabilidad financiera de las empresas es relevante no solo para inversionistas y empleados, sino también para prestamistas del sector financiero, auditores y autoridades reguladoras entre otros. Usando técnicas de regresión *probit* este estudio desarrolla un modelo en que se identifican las variables relevantes para pronosticar el estrés o fragilidad financiera de las empresas en Colombia en el año 2001. A partir de los estados financieros que 9000 empresas reportaron en el año 2000, el modelo identificó correctamente al 82% de las empresas frágiles y no frágiles. Los resultados confirman la importancia de los indicadores de rentabilidad, endeudamiento y liquidez en la solvencia presentada por las empresas, puntualmente la utilidad antes de impuestos sobre activo, obligaciones financieras sobre activo y disponible sobre activo respectivamente.

Palabras clave: Fragilidad financiera, modelos *probit*.

Clasificación JEL: G33, C25.

* Asesor: Fernando Tenjo Galarza. Agradezco a Luis Eduardo Arango, Luis Fernando Melo y Juan Pablo Zárate por su valiosa ayuda y comentarios. Artículo publicable presentado como requisito para obtener el título de Magíster en Economía de la Universidad de los Andes. El autor es Profesional Especializado en Seguimiento Financiero del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. Las opiniones acá contenidas son de responsabilidad exclusiva del autor y no necesariamente reflejan las del Banco de la República o su Junta Directiva.

I. Introducción

Una de las mayores amenazas para toda empresa es caer en un estado de insolvencia. Este tipo de amenaza a la estabilidad financiera de las empresas es relevante no sólo para inversionistas y empleados, sino también para prestamistas del sector financiero, auditores y autoridades reguladoras, entre otros. De ahí surge la importancia de un modelo que ayude a determinar las variables significativas para pronosticar el estrés o fragilidad financiera de las empresas en Colombia como herramienta para tomar acciones preventivas, correctivas o simplemente para monitorear el riesgo de crédito del sector corporativo privado de la economía.

La parte baja del ciclo económico colombiano presentada en la segunda parte de los años noventa, estuvo acompañada de una recesión del sector real y de grandes pérdidas en el sector financiero¹. La solvencia de las empresas no fue ajena a este difícil entorno, tal como lo reflejan los indicadores financieros observados entre 1995 y 2002². En general, el balance de los agentes se deterioró ante los aumentos en endeudamiento, caída en el precio de los activos y altas tasas de interés de financiamiento³.

El objetivo de este estudio es identificar los determinantes de la insolvencia presentada en el año 2001, a partir de los estados financieros que cada empresa reportó en el año 2000⁴. La heterogeneidad en la estructura institucional, en las prácticas contables y en el comportamiento de las variables macroeconómicas a lo largo del tiempo, no permite una generalización de los resultados obtenidos en otros países. Para el caso colombiano, sólo Rosillo (2002) ha presentado un modelo de predicción de quiebra de empresas aplicando técnicas de análisis discriminante y con un limitado tamaño de muestra.

Con el fin de estimar un modelo propicio de fragilidad para las empresas colombianas en el año 2001, se utilizarán razones financieras que, por muchos años, han sido

¹ Ambos fenómenos han sido ampliamente documentados en los últimos años. Entre otros, Villar y Rincón (2001) describen los principales factores que afectaron el ciclo colombiano durante los años noventa. Con respecto al entorno macroeconómico y el comportamiento del crédito se encuentra mayor información en Echeverry y Salazar (1999), Urrutia (1999), y Urrutia y Zárate (2000).

² Banco de la República (2002).

³ Echeverry (2001). Fedesarrollo (2003).

⁴ Se escogió el año 2000 por presentar un importante número de empresas frágiles dentro del ciclo y porque a partir del año 2001 la información disponible contiene un grupo menor de empresas.

utilizadas para detectar períodos de dificultades operacionales y financieras⁵. Desde la década de los sesenta se ha demostrado la gran utilidad de estas razones para pronosticar el éxito o fracaso de una firma, años antes de su ocurrencia. En su trabajo pionero, Beaver (1966) realizó un análisis para determinar quiebra empresarial a partir de razones financieras por medio de modelos univariados. Para el caso de Estados Unidos, Beaver encontró que varios indicadores eran útiles a la hora de discriminar entre una muestra de firmas quebradas y no quebradas con antelación de 5 años entre 1954 y 1964, entre los que se destacan flujo de efectivo/deuda total y utilidad final/activo. Altman (1968) realizó un ejercicio parecido pero con modelos multivariados (también a partir de análisis discriminante y para el mismo país), en los que se combinaron varios indicadores al mismo tiempo, permitiendo una interpretación más clara del efecto de cada variable en el modelo (problema que presentan los modelos univariados). En este caso los indicadores con mayor contribución a la diferenciación entre firmas entre 1946 y 1965 fueron utilidad operacional/activo, ventas/activo y valor de mercado del patrimonio/deuda.

Sin embargo, la mayoría de trabajos que aplican esta técnica de análisis discriminante no cumplen con los supuestos que requiere la estimación de máxima verosimilitud⁶. Ohlson (1980), en su estudio para Estados Unidos, fue el primero en aplicar técnicas con menor cantidad de supuestos en la distribución de las variables explicativas y en tomar una muestra representativa de la población para su estimación. El tamaño y las relaciones pasivo/activo, utilidad final/activo y (activo corriente-pasivo corriente)/activo fueron las más importantes de su modelo para el período 1970-1976.

Al igual que los estudios pioneros en este campo de Beaver (1966) y Altman (1968), en el presente estudio se realizó un análisis a partir de las razones financieras que anualmente reportan las empresas en sus hojas de balance. Sin embargo, a diferencia de lo hecho para otros países, no se utilizó la técnica de análisis multivariado

⁵ Este tipo de cocientes permite controlar por el tamaño y nivel de actividad de la empresa en los indicadores analizados.

⁶ La distribución de X (matriz de variables explicativas) dada la variable dependiente (Y) debe ser normal multivariada ($(X|Y) \sim N$ en $Y=f(X)$), con una matriz de varianza-covarianza común (Lo(1986)). Por otro lado, se viola el supuesto de aleatoriedad al trabajar con muestras balanceadas de empresas (proporción de empresas sanas y frágiles similar).

discriminante⁷. En su lugar, y como consecuencia de la gran cantidad de supuestos que esta técnica implica y que son difíciles de cumplir en la práctica, se llevó a cabo el análisis por medio de una regresión *probit*. Esta técnica, al igual que los modelos logit (inicialmente utilizada por Ohlson (1980)), requiere una menor cantidad de supuestos. La estimación incluyó pruebas de heteroscedasticidad para evitar problemas de especificación e inconsistencia en los parámetros (Greene (2000)).

El modelo *probit* heteroscedástico presentado a continuación permitió identificar los indicadores utilidad antes de impuestos/activos, obligaciones financieras/activos y disponible/activos como las razones financieras más importantes a la hora de medir fragilidad empresarial en Colombia en el año 2001. Las empresas menos propensas a ser frágiles durante el año 2001, independientemente de sus indicadores financieros, fueron las pertenecientes a las ‘actividades auxiliares a la intermediación financiera y actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler’; mientras las más propensas pertenecen al sector ‘enseñanza, servicios de salud y otros servicios’.

A partir de estos tres indicadores y variables *dummies* sectoriales el modelo permite identificar correctamente al 82% de las 9000 empresas utilizadas en la muestra. La regla utilizada en este proceso implicó que la proporción correctamente clasificada fuera la misma dentro de la población de empresas frágiles y no frágiles. También se demostró el poder y estabilidad de los modelos estimados a partir de ejercicios de clasificación de empresas por fuera de muestra escogidas aleatoriamente. Por último, cabe anotar que el modelo permite identificar al 69% de las empresas consideradas como frágiles durante el año 2002 con dos años de anticipación.

Este estudio está ordenado de la siguiente manera. En la sección dos se describe la metodología de la estimación, incluyendo la descripción de la muestra utilizada, el modelo estadístico utilizado y los indicadores analizados. La tercera sección reporta los resultados, estadísticas descriptivas de los indicadores, su efecto marginal en el índice de fragilidad, pruebas de clasificación y pronóstico. En la última sección se presentan las conclusiones.

⁷ La mayoría de estos modelos se ha creado en países desarrollados donde la información empresarial generalmente ha sido más completa. Para un resumen sobre modelos de quiebra empresarial en países en desarrollo el lector se puede referir a Altman y Narayanan (1997).

II. Metodología

En esta sección se define la muestra y datos con que se trabajó, a la vez que se realiza una descripción de la técnica aplicada, y de las razones financieras utilizadas en la estimación.

a) Muestra y datos

La información utilizada tiene como fuentes los estados financieros de las empresas vigiladas por la Superintendencia de Sociedades y de Valores a diciembre 31 de 2000. Con el fin de trabajar con una muestra tan cercana a la población como fuera posible, se incluyeron 9.000 empresas⁸. De esta forma, se evita tomar una muestra balanceada que transmita un sesgo de selección a los parámetros estimados⁹.

Cuadro 1. Número de empresas frágiles y no frágiles por grupo de actividad económica.

	Grupo de actividad económica	Y=0	Y=1	Total
D ₁	Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca	775	9	784
D ₂	Explotación de minas y canteras	157	4	161
D ₃	Industrias manufactureras	2.281	71	2.352
D ₄	Construcción, electricidad, gas y agua	757	19	776
D ₅	Comercio, hoteles y restaurantes	2.311	43	2.354
D ₆	Transporte, almacenamiento y comunicaciones	525	8	533
D ₇	Actividades auxiliares a la intermediación financiera	668	3	671
D ₈	Actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler	1.084	4	1.088
	Enseñanza, servicios de salud y otros servicios	271	10	281
	Total muestra	8.829	171	9.000

Y=1 corresponde a las empresas clasificadas como frágiles o con estrés.

La definición de fragilidad en este estudio está ligada al estado legal de la empresa¹⁰. Como variable dependiente, se considera que una compañía presentó estrés o fragilidad financiera si ingresó a un acuerdo de reestructuración de pagos (ley 550 de 1999) o si la Superintendencia de Sociedades determinó su liquidación obligatoria durante el año

⁸ Solamente se tomaron en cuenta empresas con ingresos operacionales positivos, y clasificadas en algún grupo de actividad económica. Se excluyó un pequeño grupo de empresas con registros poco congruentes (como, por ejemplo, valores negativos en ingresos o egresos financieros, o en obligaciones financieras).

⁹ Greene (2000). Platt y Platt (2002) critican el uso de muestras balanceadas en trabajos anteriores. Los autores demuestran empíricamente, a partir de simulaciones con diferente proporción en la composición de muestra, la existencia de este sesgo.

¹⁰ Otras posibles medidas de fragilidad no escogidas por su difícil disponibilidad son la mora con el sistema financiero, proveedores y orden de embargos, entre otros. Sin embargo, el estado legal de las empresas ha sido la variable más utilizada en este tipo de modelos en otros estudios.

2001¹¹. Se encontraron 171 empresas en alguna de estas dos situaciones legales, equivalente aproximadamente al 2% de la muestra total. El cuadro 1 muestra esta clasificación por grupo de actividad económica.

b) Modelo estadístico

Dada una variable dependiente binaria que refleja el comportamiento conjunto de otras explicativas continuas, para estimar los parámetros del modelo se utilizó un análisis de regresión *probit*.

El resultado observado en la empresa i de una variable discreta como fragilidad (Y_i) se describe a partir de la expresión (1).

$$Y_i = \text{Fragilidad}_i = \begin{cases} 1 & \text{si } F(I_i) \geq Y^* \\ 0 & \text{si } F(I_i) < Y^* \end{cases} \quad (1)$$

donde $F(I_i)$ es una función del índice de fragilidad de la empresa i (I_i) y Y^* es un valor límite a partir del cual se considera que existe fragilidad, ambos pertenecientes al rango $(0,1)$ ¹². En el caso de un modelo *probit*, $F(I_i)$ es la función de distribución acumulativa de una variable normal estándar evaluada en I_i ¹³.

El indicador de fragilidad I_i está determinado por las k razones financieras incluidas en el vector X_i y de un término de error que se distribuye normal con media cero y varianza constante ($e_i \sim N(0, \sigma^2)$)

¹¹ La Ley 550 de 1999 estableció un régimen mediante el cual se intentó promover y facilitar la reactivación empresarial, por medio de un acuerdo entre acreedores y deudores. Este proyecto respondió a la reducción en las posibilidades de financiamiento del sector productivo y a la presión ejercida por el endeudamiento adquirido en los años anteriores (en un entorno de bajo crecimiento de la demanda, altas tasas de interés y devaluación), que afectó la capacidad de pago y generación de empleo.

¹² La función debe ser creciente y monótonica, y su objetivo es transformar a la variable continua I_i al rango $(0,1)$.

¹³ En el caso de una regresión logit $F(I_i) = (1 + \exp\{-\beta^T X_i\})^{-1}$.

$$I_i = \beta^T X_i + e_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \dots + \beta_k x_{ik} + e_i \quad (2)$$

Por tanto, la empresa i será considerada frágil o en estrés, si el valor de la función acumulativa de una normal estándar evaluada en su índice de fragilidad sobrepasa el límite Y^* . A su vez, la empresa i tendrá un nivel alto en su índice de fragilidad dependiendo de las razones financieras incluidas en X_i .

Para estimar los parámetros desconocidos contenidos en el vector β , se utilizó el método de máxima verosimilitud. Si la función de densidad probabilística de una variable como la descrita en (1) se puede expresar como $g(Y_i) = (1 - F[I_i])^{Y_i} F[I_i]^{(1-Y_i)}$, el logaritmo natural de la función de verosimilitud será:

$$\ln(L) = \sum_i Y_i \ln(1 - F[\beta^T X_i]) + \sum_i (1 - Y_i) \ln F[\beta^T X_i] \quad (3)$$

La solución a la maximización de (3) se debe hallar con métodos de optimización numérica, dado que no existe una solución analítica para las k ecuaciones del sistema definido por la condición de primer orden $(\partial \ln L / \partial \beta) = 0$ ¹⁴.

Sin embargo, cuando la varianza del término de error no es constante y depende de las variables incluidas en un vector denominado Z_i ($e_i \sim N(0, [\exp\{\gamma^T Z_i\}]^2)$), la nueva función de verosimilitud será:

$$\ln(L) = \sum_i Y_i \ln(1 - F[\beta^T X_i / \exp\{\gamma^T Z_i\}]) + \sum_i (1 - Y_i) \ln F[\beta^T X_i / \exp\{\gamma^T Z_i\}] \quad (4)$$

La función de verosimilitud del modelo *probit* homoscedástico descrita en (3) equivale a la del modelo heteroscedástico descrita en (4) cuando $\gamma=0$. Para determinar cual de estos modelos es el apropiado se construyó un estadístico *LR* (*Likelihood Ratio*) asociado a la hipótesis nula de homoscedasticidad ($H_0: \gamma=0$), donde $LR = -2(\ln L_r - \ln L_n) \sim \chi_1^2$, L_r y L_n son los valores que toma la función de máxima verosimilitud del modelo restringido y no restringido respectivamente.

Los coeficientes de un *probit* no son fáciles de interpretar a simple vista más allá de su signo. Una manera de cuantificar la magnitud de estos parámetros es calcular el efecto marginal de cada una de las variables en $F(I_i)$. El cambio en fragilidad ante un cambio en la variable x_j se calculó numéricamente como¹⁵:

$$F \left[\frac{\beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j (x_{ij} + \Delta) + \dots + \beta_k x_{ik}}{\exp\{\gamma_2 z_{i2} + \dots + \gamma_j (x_{ij} + \Delta) + \dots + \gamma_k z_{ik}\}} \right] - F \left[\frac{\beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + \dots + \beta_k x_{ik}}{\exp\{\gamma_2 z_{i2} + \dots + \gamma_j x_{ij} + \dots + \gamma_k z_{ik}\}} \right] \quad (5)$$

En el caso de una variable *dummy* j el efecto marginal se calculó como $F(\beta^T X_i / \exp\{\gamma^T Z_i\} | D_j = 1) - F(\beta^T X_i / \exp\{\gamma^T Z_i\} | D_j = 0)$. En ambos casos la función F se evaluó en el promedio de todas las variables.

c) Selección de variables

Si cada empresa es vista como una reserva de activos líquidos sujeta a choques positivos y negativos de efectivo (como en Beaver (1996)), la solvencia de una empresa dependerá del nivel de endeudamiento, de la capacidad para generar nuevos activos y del nivel de liquidez actual. Por esta razón, el conjunto de variables utilizadas en este estudio cubre tres aspectos generalmente aceptados en la literatura como determinantes de la fragilidad empresarial, como lo son el endeudamiento, la rentabilidad y la liquidez¹⁶. En la mayoría de estudios realizados, en la medida en que el nivel de deuda es mayor se incrementa el nivel de fragilidad y el riesgo de insolvencia; por otro lado, un mayor nivel de activos líquidos que sirvan como amortiguadores en situaciones no esperadas y una mayor rentabilidad reducen el riesgo de insolvencia. Sin embargo, existen modelos tanto teóricos como empíricos a partir de los cuales se puede afirmar

¹⁴ Para una explicación más detallada de los modelos con variable dependiente discreta refiérase a Greene (2000).

¹⁵ En el caso en que $x_j \in Z_i$ como en el modelo estimado.

¹⁶ Banco de la República (2002), FMI (2001) y Higgins (2000). Inicialmente, se analizaron también variables de eficiencia (como gastos administrativos y de ventas sobre activo y sobre ingresos operacionales), sin embargo, estas no aportaron a la estimación.

que la relación que hay entre estos indicadores no es tan clara¹⁷. Adicionalmente, dado que el índice de fragilidad varía dependiendo del tipo de industria al cual pertenece y del tamaño, se incluyeron variables *dummies* por grupos de actividad económica (D_i)¹⁸ y por tamaño (D_a y D_v)¹⁹.

Los indicadores de endeudamiento analizados fueron pasivo/activo, obligaciones financieras/activo y egresos financieros/(ingresos operacionales + ingresos financieros). Los dos primeros miden el grado de apalancamiento de la empresa, que, en el caso de ser alto, compromete la capacidad de pago a deudores ante choques negativos no esperados. El tercer indicador captura el efecto de los flujos de efectivo necesarios para cumplir con el pago de intereses y que puede dar origen a presiones financieras.

Los indicadores de rentabilidad analizados fueron ingresos operacionales/activo, utilidad antes de impuestos/activo y utilidad antes de impuestos/ingresos operacionales. El primero mide la cantidad de ingresos que cada unidad de activo es capaz de generar, mientras que los dos últimos miden la rentabilidad del negocio una vez se han pagado los servicios de deuda y operación.

Por último, los indicadores de liquidez analizados fueron activo corriente/pasivo corriente, disponible/pasivo corriente, (activo corriente - pasivo corriente)/activo y disponible/activos. Estos capturan la relación entre los activos fácilmente realizables y el endeudamiento de corto plazo, y el nivel de liquidez como proporción del activo de cada empresa. En la medida en que exista un amortiguador de liquidez que permita mantener la operación sin afectar el pago a deudores, la empresa estará más lejos de un posible estado de insolvencia.

¹⁷ Harris y Raviv (1991) sintetizan trabajos sobre la estructura de financiación de la empresa. En varios de los trabajos revisados por estos autores, las conclusiones sobre los determinantes del endeudamiento son contradictorias y el signo entre indicadores de endeudamiento, rentabilidad y liquidez no fue el esperado.

¹⁸ La clasificación se hizo con base en los nueve grupos de actividad económica definidos en el cuadro 1 ($i=1,\dots,8$); el grupo de control fue 'enseñanza, servicios de salud y otros servicios'. Platt y Platt (1991) fueron los primeros en proponer modelos que incluyen esta diferencia, ajustando cada una de las razones financieras por indicadores relativos a cada industria.

¹⁹ Se clasificó a cada una de las empresas de la muestra como grande, mediana o pequeña dependiendo de su nivel de activos (D_a) y de su nivel en ventas (D_v). En el caso de los activos, los valores críticos para la clasificación fueron 6,33 y 1,99 billones de pesos, mientras que en el caso de las ventas fueron 5,22 y 0,99 billones de pesos.

III. Resultados

En esta sección se exponen las propiedades estadísticas de las razones financieras propuestas, la estimación del modelo *probit* homoscedástico y heteroscedástico, el poder de clasificación de la muestra, los efectos marginales de los coeficientes sobre el indicador de fragilidad, las pruebas de pronóstico por fuera de muestra (método Lachenbruch Jackknife), y por último se examina la habilidad del modelo para detectar empresas frágiles dos años adelante.

a) Descripción estadística de los datos.

En el cuadro 2 se reportan estadísticas descriptivas de las variables utilizadas como su media y su desviación estándar, discriminadas por nivel de fragilidad de la empresa²⁰. La hipótesis nula de no diferencia significativa entre el valor medio de empresas frágiles y no frágiles se rechaza para todas las razones financieras analizadas. Por tanto, todas las variables parecen ser útiles individualmente a la hora de discriminar entre empresas²¹.

Cuadro 2. Razones financieras para empresas frágiles y no frágiles (prueba sobre diferencia entre grupos).

Variables	Empresas no frágiles		Empresas frágiles		Estadístico t *
	media	desviación estándar	media	desviación estándar	
Obligaciones financieras / activo	0,11	0,001	0,27	0,014	-15,29
Egresos financieros / (ingresos financieros + ingresos operacionales)	0,09	0,003	0,23	0,040	-5,17
Ingresos operacionales / activo	0,62	0,005	0,50	0,026	3,41
Utilidad antes de impuestos / activo	0,01	0,002	-0,28	0,033	17,84
Utilidad antes de impuestos / ingresos operacionales	0,06	0,006	-0,43	0,056	10,64
Activo corriente / pasivo corriente	1,14	0,009	0,60	0,026	8,12
(Activo corriente - pasivo corriente) / activo	0,13	0,003	-0,26	0,050	15,46
Disponible / activos	0,04	0,0007	0,01	0,001	5,67
Disponible / pasivo corriente	0,19	0,005	0,02	0,003	4,96

*Estadístico asociado a la hipótesis nula (media de empresas frágiles-media de empresas no frágiles = 0).

²⁰ Se aplicó la transformación $\ln(1+w)$ a cada una de las razones financieras analizadas (w) en este estudio.

²¹ Esta no garantiza que su aporte sea mayor que el de otras variables y que por tanto, todas deban aparecer en el modelo multivariado.

Comparadas con las empresas no frágiles, las frágiles presentan mayores niveles de endeudamiento y menores niveles de rentabilidad y liquidez. Además, tal como en Ohlson (1980), la varianza de los indicadores de las empresas frágiles es mucho mayor que la de las no frágiles.

b) Estimación

Los modelos 1 y 3 reportados en el cuadro 3 corresponden a las estimaciones *probit* finales. La selección inicial de los predictores se realizó con métodos de eliminación hacia atrás y hacia delante. La selección final de estos modelos se hizo con base en la significación estadística de los coeficientes estimados, su signo y la clasificación de la muestra²².

Pruebas estadísticas determinaron que en ambos casos se rechazó la hipótesis nula de homoscedasticidad, lo que llevó a la estimación de los modelos *probit* heteroscedásticos 2 y 4. En el caso del modelo 1, el estadístico *LR* asociado a la hipótesis nula (H_0) de homoscedasticidad fue 67,54, mientras que para el modelo 3 fue de 57,18 por lo que en ambos casos se rechazó H_0 . La significación de la variable utilidad antes de impuestos/activo en la parte heteroscedástica, confirma que esta razón financiera era la causante de la varianza no constante de los errores en los modelos 1 y 3.

Dentro de los indicadores analizados, la utilidad antes de impuestos/activo (en el caso de rentabilidad), las obligaciones financieras/activo (en el caso de endeudamiento) y los indicadores que contienen el nivel de disponible (en el caso de la liquidez) fueron los mejores predictores de fragilidad empresarial. Los resultados para todos los modelos estimados muestran que una empresa es más propensa a ser frágil en la medida en que presente bajos niveles de rentabilidad y liquidez, y un alto nivel de endeudamiento en sus resultados del último año. Tal como se observa en el cuadro 3, los coeficientes estimados para las razones financieras son significativos en todos los modelos.

²² Las estimaciones se realizaron utilizando Stata 6,0, programa que elimina automáticamente variables que causen problemas de multicolinealidad en las estimaciones *probit*. Adicionalmente se revisó la matriz de correlaciones de las variables examinadas evitando incluir simultáneamente las que presentaron una alta dependencia.

No deben sorprender los resultados obtenidos con respecto a la variable de liquidez, teniendo en cuenta que son los recursos más líquidos de las empresas (en este caso el disponible) los que primero empiezan a agotarse inmediatamente antes de alcanzar el estado de fragilidad. Sin embargo, la capacidad de generar utilidades y el nivel de obligaciones financieras, son indicadores financieros eficaces en la identificación temprana de empresas que durante el año 2001 vieron empeorado su *estatus* legal. Lo anterior confirma la importancia ya dada a estos indicadores a la hora de analizar la salud de las empresas del sector corporativo²³.

Cuadro 3. Resultados de modelos *probit* de predicción de fragilidad empresarial

Variable dependiente FRAGILIDAD (Y=1)				
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Constante	-1,7806 (-11,39)	-1,8279 (-10,43)	-1,6529 (-10,23)	-1,7283 (-9,60)
Utilidad antes de impuestos / activo	-0,7517 (-8,90)	-0,5780 (-1,67)	-0,6865 (-8,00)	-0,5873 (-1,85)
Obligaciones financieras / activo	1,7981 (8,93)	1,6690 (6,72)	1,6703 (8,09)	1,5608 (6,22)
Disponible / activos	-10,9154 (-5,39)	-11,2470 (-4,94)		
Disponible / pasivo corriente			-5,5690 (-6,10)	-5,2022 (-5,37)
D_1	-0,7237 (-3,51)	-0,8114 (-3,38)	-0,7291 (-3,44)	-0,7957 (-3,26)
D_2	-0,2657 (-0,93)	-0,3637 (-1,03)	-0,2817 (-0,96)	-0,3647 (-1,02)
D_3	-0,2569 (-1,59)	-0,2531 (-1,34)	-0,2861 (-1,72)	-0,2734 (-1,47)
D_4	-0,4640 (-2,48)	-0,4082 (-1,97)	-0,4875 (-2,55)	-0,4260 (-2,02)
D_5	-0,4280 (-2,54)	-0,4441 (-2,33)	-0,4955 (-2,87)	-0,5011 (-2,59)
D_6	-0,5943 (-2,60)	-0,6889 (-2,50)	-0,6035 (-2,58)	-0,6865 (-2,47)
D_7	-1,0707 (-3,87)	-1,1753 (-3,58)	-1,0373 (-3,64)	-1,1199 (-3,35)
D_8	-1,0678 (-4,48)	-1,2029 (-4,24)	-1,0709 (-4,36)	-1,1857 (-4,11)
Heteroscedasticidad				
Utilidad antes de impuestos / activo		-1,0814 (-4,94)		-0,9972 (-4,69)
Máxima verosimilitud (log L)	-678,79	-645,02	-666,03	-637,44
LRI (%)	19,87	23,86	21,35	24,73

Estadístico z entre paréntesis

²³ Banco de la República (2002).

Las variables *dummies* que discriminan por sector también fueron relevantes conjuntamente en los cuatro modelos²⁴. Las empresas menos propensas a ser frágiles en el año 2001 (independientemente de sus indicadores financieros) fueron las pertenecientes a las ‘actividades auxiliares a la intermediación financiera y actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler’. Por otro lado, y dado el coeficiente negativo de todas las *dummies* en la regresión, las empresas más propensas a ser frágiles pertenecen al sector ‘enseñanza, servicios de salud y otros servicios’ (*dummy* de control). Aunque ambos sectores pueden denominarse como no transables, las mayores condiciones de financiamiento, el mayor nivel promedio de patrimonio y la mejoría en las condiciones financieras del mercado durante el año 2001, pueden explicar el mejor desempeño del sector ‘actividades auxiliares a la intermediación financiera y actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler’ en comparación al sector ‘enseñanza, servicios de salud y otros servicios’ (dado el regular crecimiento de la absorción doméstica observado en el año 2001). Los datos no permiten ser concluyentes al analizar las empresas pertenecientes a los sectores de ‘explotación de minas y canteras’, e ‘industria manufacturera’. En este último caso no es extraño el resultado, dada la heterogeneidad de las empresas contenidas en este gran grupo.

En ensayos anteriores de modelación el tamaño no pareció ser determinante de la fragilidad empresarial, dada la baja significación de las variables D_a y D_v . A pesar de la importancia de esta variable al diferenciar la facilidad de acceso al crédito y la estructura de capital de las empresas colombianas (Tenjo y García (1998)), y del posible problema de riesgo moral en empresas grandes, el tamaño no fue útil para identificar el empeoramiento en el estado legal de las empresas.

El cuadro 3 también reporta el valor que toma la función de máxima verosimilitud (L) y el estadístico LRI (*Likelihood Ratio Index*) como medida de ajuste del modelo. Este último compara el modelo completo y el que solo incluye una constante y se calculó como $LRI = 1 - \frac{\log L}{\log L_0}$, siendo L_0 el valor de la función de verosimilitud cuando se restringe el modelo a incluir solo una constante. El LRI presentado nos muestra la superioridad de los modelos *probit* heteroscedásticos sobre los modelos 1 y 3.

²⁴ Estadístico asociado a $H_0: D_1 = \dots = D_8 = 0$ LR de 67,76 (modelo 1) 64,18 (modelo 2) 60,35 (modelo 3) y 57,24 (modelo 4).

A pesar de las diferentes definiciones de fragilidad relacionadas con aspectos legales propios a cada país y de las diferencias contables existentes, en otros estudios las variables de rentabilidad, endeudamiento y liquidez acá utilizadas también han sido relevantes²⁵.

c) Precisión en la clasificación

Debido a que Y_i es una variable dicótoma y $F(I_i)$ continua no se pueden comparar directamente. Una manera de examinar la precisión en el pronóstico del modelo es por medio de la clasificación de la muestra, la cual se llevó a cabo siguiendo la expresión (1). En este proceso surgen dos tipos de clasificaciones correctas, cuando $Y_i = 1$ y $F(I_i) \geq Y^*$, y cuando $Y_i = 0$ y $F(I_i) < Y^*$. La proporción de empresas frágiles correctamente clasificadas se conoce con el término de *sensitivity*, mientras que la proporción de empresas no frágiles correctamente clasificadas se conoce como *specificity*. Como en todo modelo *probit*, la clasificación que se haga depende enteramente del valor límite a partir del cual se considera que existe fragilidad Y^* ²⁶. El criterio utilizado en este estudio estableció como adecuado el valor de Y^* en el cual se maximiza la proporción correctamente clasificada en ambas poblaciones, es decir, el punto en el cual $specificity \cong sensitivity \cong$ proporción correctamente clasificada por el modelo²⁷. Estas proporciones se reportan en el cuadro 4.

Cuadro 4. Proporción de empresas clasificadas correctamente

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
	(%) clasificado correctamente			
No frágiles (<i>specificity</i>)	80,50%	82,48%	79,61%	81,85%
Frágiles (<i>sensitivity</i>)	80,12%	81,87%	78,95%	81,29%
Clasificación total	80,49%	82,47%	79,60%	81,84%

Y^* fue 0.025 para los modelos 1,2 y 4 y 0.026 para el modelo 3

²⁵ Por ejemplo, en el cuadro 3 aparecen variables como la rentabilidad utilizada por Lin Lin y Piesse (2000), el endeudamiento utilizada por Platt y Platt (1991) y la liquidez utilizada por Lennox (1999).

²⁶ En la medida en que el valor de Y^* sea más alto (bajo) el modelo clasificará a más empresas como no frágiles (frágiles) y disminuirá el porcentaje correctamente clasificado de empresas frágiles (no frágiles).

²⁷ En otros estudios en los cuales no se escoge simplemente a Y^* como 0,5 (como en Neophytou, Charitou y Charalambous (2000)), este valor límite se selecciona a partir de los errores tipo I (empresa frágil clasificada como no frágil) y tipo II (empresa no frágil clasificada como frágil), como lo hacen Lin Lin y Piesse (2001) o Tirapat y Nittayagasetwat (1999).

Los modelos 2 y 4 presentan una mejor habilidad en su pronóstico dentro la de muestra. En ambos modelos aproximadamente 82% de las empresas ya sean frágiles o no frágiles son identificadas correctamente. Los modelos 1 y 3 registran menores tasas de clasificación, lo cual confirma cómo en este caso la corrección de los problemas de la varianza no constante en el error incrementaron el poder de pronóstico dentro de la muestra.

d) Efectos marginales de los coeficientes

Se calcularon los efectos marginales para los modelos 2 y 4 tal como en la ecuación (5) (se reportan para los cuatro modelos en el anexo 1)²⁸. Estos se deben entender como el cambio en $F(I_i)$ ante una variación en la razón financiera de 1% para la empresa promedio de la muestra. Es decir, que al incrementar en 1% el nivel de utilidad antes de impuestos/activo de la empresa promedio, $F(I_i)$ del modelo 2 se redujo en 0,000302²⁹. Para las variables dicótomas D_i este efecto se debe interpretar como el cambio en $F(I_i)$ de la empresa promedio cuando se pasa de $D_i = 0$ a $D_i = 1$.

Sin embargo, las magnitudes de los efectos del cuadro del anexo 1 son poco intuitivos dada la poca variación del índice. Con el fin de entender mejor el efecto de las variables en la determinación de si una empresa es frágil o no, se calculó, para el modelo 2,

²⁸ Para los cálculos del cuadro del anexo 1 $\Delta = 1\%$. Teniendo en cuenta que se trabajó con $x_j = \ln(1 + w_j)$, donde w_j es la razón financiera j , los efectos marginales se calcularon sobre el promedio de w_j y no sobre x_j .

²⁹ Si la variable x_i se encuentra en la parte heteroscedástica del modelo, se logra que la tasa de compensación entre las variables i y j en la cual el índice de fragilidad Y no varía, dependa de los niveles de los indicadores. Bernhardsen (2001) explica cómo, a partir de un ejemplo numérico de Laitinen y Laitinen (2000) presentado a continuación, cuando $\frac{\partial x_i}{\partial x_j} \Big|_{dY=0} = -\frac{\beta_i}{\beta_j}$ como en el caso de un *probit*, una tasa de compensación constante no parece ser razonable. Si $\frac{\partial(\text{Util. antes impuestos / activo})}{\partial(\text{Disponible / activo})} \Big|_{dY=0} = -\frac{2}{5}$ y el nivel de

la empresa en ambos indicadores fuera 5%, una firma seguirá siendo igual de frágil si el indicador de liquidez se situara en 3% y el de rentabilidad en 10%. Sin embargo, esto también implicaría que para una firma con altos niveles iniciales en liquidez de 50% y la misma rentabilidad (5%), una caída en liquidez a 48% también necesite incrementar a 10% la rentabilidad para mantener el mismo nivel de riesgo. En nuestro caso, la tasa de compensación entre el indicador de rentabilidad y cualquier otro que logran mantener constante el nivel de riesgo, dependerá del nivel de los indicadores.

cuánto debería ser el valor de un indicador en la empresa promedio para que $F(I_i)$ alcanzara 0,025 (es decir, para que la firma pase a ser frágil). La empresa promedio de nuestra muestra presenta niveles de rentabilidad de 2,25%, de endeudamiento de 13,16% y de liquidez (disponible/activos) de 4,39%, a partir de los cuales se determinó un $F(I_i)^{prom}$ de 0,002966. Se determinó que para que una empresa con estas características llegara al estado de fragilidad en el año 2001, la rentabilidad debería descender a -20.97% en el año 2000. Así mismo, la empresa promedio llegará a tener un $F(I_i)$ de 0,025, si al mantener los niveles de rentabilidad y liquidez promedio anteriores, aumenta su nivel de endeudamiento a 79,6%³⁰.

Con respecto a la liquidez, se puede afirmar que la empresa promedio no alcanza a llegar al estado de fragilidad disminuyendo su indicador de disponible/activos (aún al nivel de cero). Por tanto, una empresa con indicadores de rentabilidad y endeudamiento similares a los del promedio no debería presentar ningún signo de fragilidad. Las empresas vulnerables que empeoraron su estado legal en el año 2001, presentaron niveles deficientes, en comparación con el promedio, en sus indicadores de rentabilidad y endeudamiento. Una vez se deterioran estos indicadores, el de liquidez va cobrando mayor importancia a la hora de determinar fragilidad empresarial, tal como se expuso anteriormente en las salidas del cuadro 3. Este resultado ayuda a entender la diferencia entre iliquidez e insolvencia, por cuanto una empresa ilíquida no necesariamente es insolvente, como en el caso hipotético de la empresa promedio.

e) Validación por el método Lachenbruch Jackknife

Esta técnica es ampliamente aceptada para validar qué tan preciso clasifica un modelo por fuera de muestra. Se escogieron aleatoriamente un número de empresas, cada una con una representación del 90% de la muestra, las cuales se utilizaron para estimar de nuevo los modelos 2 y 4. El objetivo de esta técnica es validar la capacidad de pronóstico del modelo de una forma artificial al clasificar el 10% restante de empresas excluidas en la estimación. El cuadro 6 presenta el poder de clasificación sobre el 10%

³⁰ 479 empresas de la muestra tuvieron un indicador de rentabilidad menor que -20,97%, en tanto que 84 registraron un endeudamiento mayor que 79,6% (lo que no indica a priori que sean frágiles).

de empresas no utilizadas en la estimación a partir de diez pruebas de Lachenbruch Jackknife (tomando $Y^* = 0,025$).

Cuadro 6. Resumen prueba de validación de Lachenbruch Jackknife

Prueba #	Modelo 2			Modelo 4		
	No frágiles (<i>specificity</i>)	Frágiles (<i>sensitivity</i>)	Clasificación total	No frágiles (<i>specificity</i>)	Frágiles (<i>sensitivity</i>)	Clasificación total
1	85,13%	88,89%	85,20%	81,43%	75,00%	81,30%
2	81,13%	70,00%	80,80%	82,56%	56,00%	81,90%
3	80,97%	69,70%	80,60%	80,59%	87,50%	80,70%
4	83,69%	80,00%	83,60%	82,47%	70,00%	82,10%
5	82,49%	91,67%	82,60%	82,26%	76,00%	82,10%
6	84,29%	85,00%	84,30%	81,65%	78,95%	81,60%
7	81,46%	92,31%	81,60%	80,35%	82,61%	80,40%
8	82,24%	85,00%	82,30%	84,15%	62,50%	83,80%
9	81,00%	66,67%	80,70%	82,65%	80,00%	82,60%
10	85,06%	75,00%	84,90%	82,84%	100,00%	83,10%
Promedio	82,75%	80,42%	82,66%	82,10%	76,86%	81,96%

El poder de clasificación de la muestra excluida de cada una de las diez pruebas es muy cercano al obtenido en el cuadro 5. La estabilidad en los resultados del pronóstico y en los coeficientes estimados, demuestra cuán robustas son ambas estimaciones a variaciones en la muestra³¹. Al igual que en el cuadro 5, el modelo 2 es ligeramente mejor que el 4 a la hora de pronosticar fragilidad empresarial.

f) Clasificación de empresas frágiles a dos años.

El objetivo de esta última sección es investigar qué tan buenos son los modelos 2 y 4 para pronosticar fragilidad dos años adelante. A partir de las empresas no frágiles erróneamente clasificadas como frágiles por los modelos 2 y 4 (aproximadamente el 18%), se determinó qué proporción de esta población se declaró en reestructuración o liquidación obligatoria en el año 2002³². Es decir, qué proporción de ese 18% de empresas clasificadas erróneamente como frágiles en el año 2001 fueron frágiles en el año 2002.

³¹ Los coeficientes estimados para cada uno de los diez modelos se reportan en el Anexo 2.

³² De las 277 empresas identificadas como frágiles durante el año 2002 (ya sea por declararse en reestructuración o en liquidación obligatoria) sólo se tuvo información contable para 116 de ellas en el año 2000, de las cuales 14 no se tuvieron en cuenta por presentarse en liquidación obligatoria en el año 2002 después de haber presentado reestructuración en el año 2001.

El modelo 2 fue capaz de pronosticar correctamente como frágiles a 69 de las 102 empresas declaradas en reestructuración o liquidación obligatoria durante el año 2002, es decir un 68% de las clasificadas como frágiles³³. Por su parte, el modelo 4 identificó 67 de las 102 para un grado de *specificity* de 66%.

Se puede concluir que las variables incluidas en los modelos 2 y 4 permiten diferenciar no solamente las empresas sanas de las frágiles un año adelante, sino también identificar a dos de cada tres empresas frágiles con dos años de anticipación. Es decir, que con el 18% de empresas clasificadas como frágiles siendo sanas en el año 2001, se logró identificar correctamente como frágiles en 2002 el 68%. Tal como se esperaba, la proporción de empresas frágiles correctamente clasificadas fue menor al tratar de identificarlas dos años adelante que al hacerlo sólo un año adelante (se pasó de una clasificación correcta de 82% de empresas frágiles en el 2001 a un 68% en el 2002).

IV. Conclusiones

El objetivo de este estudio fue desarrollar un modelo estadístico de pronóstico de fragilidad para las empresas en el año 2001. Aun cuando bastantes estudios han desarrollado este tipo de modelos en otros países del mundo, este trabajo trata de suplir la ausencia de estimaciones para el caso colombiano utilizando una muestra representativa de la población de empresas y técnicas *probit*.

La amplia muestra utilizada incluyó la información contable de 9.000 empresas, para las cuales se calcularon indicadores de rentabilidad, endeudamiento, liquidez y eficiencia frecuentemente utilizados al realizar análisis financieros. Utilizando un modelo *probit* heteroscedástico se identificaron como relevantes las razones financieras utilidad antes de impuestos/activos, obligaciones financieras/activos y disponible/activos. A partir de estas tres razones financieras y de variables *dummies* por sector económico, se pudo identificar correctamente el 82% de las empresas frágiles e igual proporción para las no frágiles.

³³ Nuevamente, se utilizó $Y^* = 0,025$ para llevar a cabo la clasificación de ambos modelos.

El análisis marginal de las razones financieras del modelo 2 permitió afirmar que una empresa con indicadores de rentabilidad y endeudamiento similares a los del promedio no debería presentar ningún signo de fragilidad, sin importar su nivel de liquidez. Sin embargo, una vez se deteriora alguno de estos dos indicadores la liquidez va cobrando mayor importancia a la hora de determinar fragilidad empresarial. Pruebas adicionales sobre el modelo permitieron confirmar la estabilidad de los resultados ante cambios en la muestra y la capacidad de dicho modelo para identificar con dos años de antelación a dos de cada tres empresas frágiles en el año 2002. A pesar de la importancia de la variable tamaño en otros estudios sobre el acceso al crédito en Colombia, ésta no es útil para identificar el empeoramiento en el estado legal de las empresas.

Este estudio permite identificar las razones financieras relevantes a la hora de pronosticar un deterioro en el estado legal de las empresas. Sin embargo, el modelo utilizado es de corte transversal y no es conveniente hacer análisis de carácter intertemporal a partir de estos resultados. Variables relevantes en estudios anteriores como edad y valor de mercado de la firma no se incluyeron por su falta de disponibilidad. Futuros trabajos en esta área permitirán saber si las razones financieras aquí presentadas siguen siendo determinantes a pesar de los cambios macroeconómicos de la economía.

REFERENCIAS

- Altman, Edward (1968), "Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy", *Journal of Finance*, No.4.
- Altman, Edward y Paul Narayanan (1997), "An international survey of business failure classification models", *Financial markets, institutions and instruments*, Vol.6, No.2.
- Banco de la República (2002). *Reporte de Estabilidad Financiera*.
- Beaver, William (1966), "Financial ratios as predictors of failure", *Journal of Accounting Research*, No.4.
- Bernhardsen, Eivind (2001), "A model of bankruptcy prediction", *Working Papers*, Norges Bank, 2001/10.
- Echeverry, Juan Carlos y Natalia Salazar (1999), "¿Hay un estancamiento en la oferta de crédito?", *Archivos de Macroeconomía*, Departamento Nacional de Planeación, No.118.
- Echeverry, Juan Carlos (2001), "Memorias de la recesión de fin de siglo en Colombia: flujos, balances y política anticíclica", *Boletines de Divulgación Económica*, Departamento Nacional de Planeación, No. 7.
- Fedesarrollo (2003), *Encuesta de opinión empresarial sector industrial: resultados del modulo especial sobre estructura de financiamiento de las empresas y situación actual del crédito*.
- Greene (2000), *Econometric Analysis*, Prentice Hall (fourth edition).
- Harris, Milton y Artur Raviv (1991), "The theory of capital structure", *The Journal of Finance*, Vol.XLVI, No. 1.
- Higgins, Robert (2000), *Analysis for Financial Management*.
- International Monetary Fund (2001), *Macprudential analysis: selected aspects*.
- Laitinen, Erkki y Teija Laitinen (2000), "Bankruptcy prediction application of the Taylor's expansion in logistic regression", *Internacional Review of Financial Analysis*, Vol.9, No.4.
- Lennox, Clive (1999), "Identifying failing companies: a reevaluation of the logit, probit and DA approaches", *Journal of Economics and Business*, Vol.51, No.4.
- Lin, Lin y Jenifer Piesse (2001), "The identification of corporate distress: a conditional probability analysis approach". *Department of Management Working Paper Series*, Birkbeck College, University of London, 01/03.
- Lo, Andrew (1986), "Logit versus discriminant analysis", *Journal of Econometrics*, 31.

Neophytou, Evridiki, Andreas Charitou y Chris Charalambous (2000), "Predicting corporate failure: empirical evidence for the UK", *Working paper series*, University of Southampton, 01-173.

Ohlson, J. (1980), "Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy", *Journal of Accounting Research*, 18.

Platt, Harlan y Marjorie Platt (1991), "A note on the use of industry-relative ratios in bankruptcy prediction", *Journal of Banking and Finance*, 15.

Platt, Harlan y Marjorie Platt (2002), "Predicting corporate financial distress: reflections on choice based sample bias", *Journal of Economics and Finance*, Vol.26, No.2.

Rosillo, Jorge (2002), "Modelo de predicción de quiebras de las empresas colombianas", *Revista Innovar*, Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional, No.19.

Tenjo, Fernando, y Guillermo García (1998), "Desarrollo financiero y estructura de capital de las empresas", en *El ahorro en Colombia*, Departamento Nacional de Planeación, TM editores.

Tirapat, Sunti y Aekkachai Nittayagasetwat (1999), "An investigation of Thai listed firms financial distress using macro and micro variables", *Multinational Finance Journal*, Vol.3, No.2.

Urrutia, Miguel (1999), "Crédito y reactivación económica", *Revista del Banco de la República*, No.860.

Urrutia, Miguel y Juan Pablo Zárate (2000), "La crisis financiera de fin de siglo", Mimeo, Banco de la República.

Villar, Leonardo y Hernán Rincón (2001), "Flujos de capital y regímenes cambiarios en la década de los 90", *Ensayos Sobre Política Económica*, Banco de la República, No. 39.

Anexo 1. Efectos marginales sobre $F(I_i)$

	Modelo 2	Modelo 4
Utilidad antes de impuestos / activo	-3,02E-04	-7,75E-08
Obligaciones financieras / activo	-1,24E-04	-5,14E-08
Disponible / activos	-1,05E-03	
Disponible / pasivo corriente		-1,07E-07
D ₁	-3,47E-03	-4,47E-07
D ₂	-2,11E-03	-2,81E-07
D ₃	-2,01E-03	-3,52E-07
D ₄	-2,45E-03	-3,44E-07
D ₅	-3,23E-03	-5,82E-07
D ₆	-3,05E-03	-3,81E-07
D ₇	-3,83E-03	-4,84E-07
D ₈	-4,56E-03	-6,63E-07

Anexo 2. Resultado de las pruebas de Lachenbruch Jackknife

Coefficientes Modelo 2

prueba #	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Utilidad antes de impuestos / activo	- 0,5105	- 0,5994	- 0,5724	- 0,6206	- 0,6327	- 0,5986	- 0,5323	- 0,6059	- 0,5534	- 0,6067
Obligaciones financieras / activo	1,8683	1,7136	1,7369	1,5114	1,6481	1,7281	1,6762	1,7348	1,5675	1,5875
Disponible / activos	- 11,4255	- 10,7942	- 11,3019	- 10,6134	- 10,8598	- 12,4819	- 10,6318	- 10,6531	- 10,8325	- 11,6734
D ₁	- 0,7109	- 0,8655	- 0,7959	- 0,7292	- 0,7945	- 0,8529	- 0,8187	- 0,8352	- 0,8556	- 0,8029
D ₂	- 0,2552	- 0,3263	- 0,5023	- 0,2486	- 0,3696	- 0,3363	- 0,3252	- 0,3006	- 0,3511	- 0,2546
D ₃	- 0,2508	- 0,2903	- 0,2142	- 0,1806	- 0,3081	- 0,2578	- 0,2865	- 0,2547	- 0,2205	- 0,2656
D ₄	- 0,4469	- 0,4262	- 0,3919	- 0,4704	- 0,3788	- 0,4551	- 0,3719	- 0,3617	- 0,3832	- 0,4829
D ₅	- 0,4660	- 0,4649	- 0,4284	- 0,3551	- 0,4713	- 0,4437	- 0,4025	- 0,4446	- 0,4336	- 0,4242
D ₆	- 0,7402	- 0,7601	- 0,6577	- 0,6226	- 0,7548	- 0,6528	- 0,6070	- 0,7758	- 0,6716	- 0,6588
D ₇	- 1,0671	- 1,4524	- 1,4274	- 1,0642	- 1,1797	- 1,1470	- 1,1490	- 1,1276	- 1,1241	- 1,1021
D ₈	- 1,0965	- 1,3162	- 1,2356	- 1,3055	- 1,7135	- 1,1920	- 1,1342	- 1,1248	- 1,2679	- 1,1324
constante	- 1,9115	- 1,7948	- 1,8326	- 1,8722	- 1,8026	- 1,8104	- 1,8429	- 1,8610	- 1,8272	- 1,8282
Heteroscedasticidad										
Utilidad antes de impuestos / activo	- 1,0672	- 0,9547	- 0,9534	- 1,0557	- 1,1954	- 1,0745	- 1,1881	- 1,0439	- 1,1350	- 1,0324

Coeficientes Modelo 4

prueba #	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Utilidad antes de impuestos / activo	- 0,5630	- 0,5979	- 0,6242	- 0,6222	- 0,5489	- 0,5709	- 0,5375	- 0,6733	- 0,6024	- 0,5817
Obligaciones financieras / activo	1,4419	1,5767	1,5233	1,4790	1,6123	1,5779	1,4808	1,5534	1,6095	1,4300
Disponible / pasivos corrientes	- 5,6037	- 4,7832	- 4,8424	- 5,0253	- 4,9516	- 4,9930	- 5,0194	- 6,1828	- 4,9825	- 5,5755
D ₁	- 0,6672	- 0,8025	- 0,8257	- 0,8367	- 0,7777	- 0,7786	- 0,7393	- 0,9900	- 0,7941	- 0,7020
D ₂	- 0,4017	- 0,2813	- 0,3087	- 0,3568	- 0,2982	- 0,2912	- 0,2341	- 0,3527	- 0,2546	- 0,2872
D ₃	- 0,2189	- 0,2351	- 0,3025	- 0,3146	- 0,2952	- 0,2649	- 0,2211	- 0,2878	- 0,2138	- 0,2232
D ₄	- 0,3328	- 0,4153	- 0,4582	- 0,5487	- 0,4762	- 0,4982	- 0,3704	- 0,4956	- 0,3564	- 0,4149
D ₅	- 0,4404	- 0,4974	- 0,5491	- 0,6132	- 0,4969	- 0,4958	- 0,4005	- 0,5329	- 0,4875	- 0,4659
D ₆	- 0,5806	- 0,7341	- 0,6613	- 0,8871	- 0,6587	- 0,6362	- 0,5623	- 0,8021	- 0,5530	- 0,8144
D ₇	- 1,0013	- 1,3146	- 1,1191	- 1,1347	- 1,0509	- 1,1091	- 1,3039	- 1,3711	- 1,0144	- 1,0300
D ₈	- 1,0748	- 1,1258	- 1,3754	- 1,2016	- 1,1675	- 1,1643	- 1,1299	- 1,1686	- 1,0703	- 1,5648
constante	- 1,7646	- 1,7607	- 1,6847	- 1,6670	- 1,7264	- 1,7161	- 1,7720	- 1,7006	- 1,7910	- 1,7486
Heteroscedasticidad										
Utilidad antes de impuestos / activo	- 1,0399	- 1,0166	- 1,0364	- 1,0217	- 1,0058	- 1,0309	- 0,9094	- 1,0754	- 0,9447	- 1,0500